

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ferhat Abbas - Sétif-

Faculté de Technologie

Mémoire de Magister

Présenté au département d'Electrotechnique

Pour l'obtention du diplôme

Magister en Electrotechnique

Option :

Automatique

Par :

Mr. BOUDAHA El Walid

Thème

Commande des systèmes non linéaires

Application aux procédés Biotechnologiques

Soutenu publiquement le 28 / 06 /2012 devant le jury composé de :

Mr. LAMAMRA Athman	Maître de Conférence	Université de Sétif	Président
Mr. MOSTEFAI Mohammed	Professeur	Université de Sétif	Rapporteur
Mr. KHEMLICHE Mabrouk	Maître de Conférence	Université de Sétif	Examineur
Mr. KHABER Farid	Maître de Conférence	Université de Sétif	Examineur

DEDICACE

Je dédie ce modeste travail à :

*Mes parents.
Toute ma famille.
Mes amis.*

Remerciement

Ce travail a été réalisé au niveau de laboratoire d'Automatique de l'université FERHAT ABBAS de Sétif sous la direction scientifique de Pr. M.

Mostefai, Professeur au département d'Electrotechnique à l'université FERHAT ABBAS de Sétif et la co-direction de Mr A.Iratni enseignant à

l'université de BBA, qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance pour avoir dirigé ce travail, et pour leurs disponibilités, leurs judicieux conseils pendant toute la durée de ce travail.

Je remercie les membres du jury, qui m'ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail

Un remerciement particulier, à mes parents et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Sommaire

Sommaire	I
Liste des tableaux	VI
Liste des figures	VII
Nomenclatures	X
Liste des abréviations	XII
Introduction générale	1

Chapitre I

Etat de l'art de la commande et l'estimation

1. Etat de l'art de commande des systèmes	4
2. Etat de l'art de l'estimation des systèmes	6

Chapitre II

Présentation, modélisation et simulation d'ASM1

II.1.Introduction.....	8
II.2. Modélisation des procédés biologiques	9
II.2.1.Bilan de matière	9
II.2.2.Cinétiques des réactions.....	11
II.3.Le modèle biologique ASM1.....	15
II.3.1.Demande biochimique en oxygène (DBO)	17
II.3.2.Demande chimique en oxygène (DCO)	17
II.3.3.Les matières en suspension.....	17
II.3.3.1.Matières En Suspension (MES)	17
II.3.3.2.Matières Volatiles Sèches (MVS)	18
II.3.4.Les composés de l'azote.....	18
II.4.Variables d'état	18
II.4.1. Composants DCO dans ASM1.....	18
II.4.2. Composants d'azote.....	20
II.4.3.Variables d'état des autres composants	21
II.5. Processus dynamique	21
II.5.1 Les paramètres stœchiométriques et cinétiques	21
II.6. Les différents procédés intégrés dans le modèle ASM1.....	22
II.7. Equations des réactions biologiques	24
II.7.1.Modèle du Bioprocédé.....	25
II.7.2.Liste des procédés.....	25
II.7.3.Taux de conversion observé.....	26
II.7.4.Décanteur.....	29

Sommaire

II.8. Simulation du modèle.....	31
II.8.1. Caractéristiques générales.....	31
II.8.2 Constitution des bases de données urbaines.....	33
II.9. Implémentation du modèle ASM1 sur MATLAB/ Simulink.....	34
II.10. Résultats de simulation.....	34
II.10.1. Deuxième bioréacteur anoxique.....	35
II.10.1.1. Beau temps.....	35
II.10.1.2. Temps de pluie.....	36
II.10.1.3. Temps d'orage.....	37
II.10.2. Troisième bioréacteur aérobie.....	38
II.10.2.1. Beau temps.....	38
II.10.2.2. Temps de pluie.....	39
II.10.2.3. Temps d'orage.....	40
II.11. Conclusion.....	41

Chapitre III

Estimation des états inconnus du modèle ASM1

III.1. Introduction.....	42
III.2. Filtre de Kalman continu.....	43
III.2.1. Introduction.....	43
III.2.2. Bruit blanc dans le temps continu et le temps discret.....	43
III.2.2.1. Bruit de processus.....	44
III.2.2.2. Bruit de mesure.....	46
III.2.3. Résumé du filtre de Kalman continu.....	47
III.3. Le filtre de Kalman étendu.....	48
III.4. Observateur de SDRE.....	50
III.5. Etude de la stabilité de SDDRF.....	50
III.6. Simulation.....	55
III.6.1. Environnement de Simulation.....	56
III.7. Résultats de simulation.....	57
III.7.1. Troisième bioréacteur aérobie.....	57
III.7.1.1. Beau temps.....	57
III.8. Simulation de l'erreur absolue des deux estimateurs.....	60
III.8.1. Deuxième bioréacteur.....	60
III.8.1.1. Beau temps.....	61
III.8.1.2. Temps de pluie.....	62
III.8.1.3. Temps d'orage.....	63

III.8.2.Troisième bioréacteur aérobie.....	63
III.8.2.1.Beau temps.....	63
III.8.2.2.Temps de pluie.....	64
III.8.2.3.Temps d'orage.....	65
III.9.Calcul de l'erreur quadratique.....	66
III.10.Conclusion.....	68

Chapitre IV

Commande de bioprocédés (ASM1) par la technique SDRE

IV.1.Introduction.....	69
IV.2.Régulation non-linéaire optimale.....	70
IV.2.1.Linéarisation étendue.....	72
IV.2.2.Définition 1.....	73
IV.2.3.Définition 2.....	73
IV.2.4.Définition 3.....	73
IV.2.5.Structure et conditions de la méthode SDRE.....	74
IV.2.6.Condition1.....	74
IV.2.7.Condition2.....	74
IV.2.8.Condition3.....	74
IV.2.9.Condition4.....	74
IV.2.10.Degrés de liberté supplémentaires.....	76
IV.2.11.Proposition1.....	76
IV.2.12.Capacités de conception de SDRE.....	76
IV.2.13.Flexibilité de conception.....	77
IV.2.14.Sélection du paramétrage SDC.....	78
IV.2.15.Choix des matrices $Q(x)$ et $R(x)$	79
IV.2.16.Proposition 2.....	80
IV.2.17.Informations partielles des états.....	80
IV.2.18.Implémentation en temps réel.....	81
IV.3.Application sur le modèle ASM1.....	83
IV.3.1.Configuration de contrôleurs par défaut.....	84
IV.3.2.Les variables des contrôleurs.....	84
IV.4.Évaluation des performances.....	84
IV.4.1.violations des effluents.....	84
IV.4.2.variables opérationnelles.....	85
IV.4.2.1.Production de boue.....	85
IV.4.2.1.1.Les boues pour élimination ($Kg.j^{-1}$).....	85

Sommaire

IV.4.2.1.2.Production totale de la boue (Kg.j^{-1}).....	85
IV.4.2.2.L'énergie de pompage (KWh j^{-1}).....	86
IV.4.2.3.L'énergie de l'aération (KWh j^{-1}).....	86
IV.5.Choix des paramétrages SDC.....	86
IV.5.1.Première boucle de commande (SO).....	86
IV.5.1.1.Choix de $A(x)$	86
IV.5.1.2.Choix de $B(x)$	89
IV.5.1.3.Choix des matrices $Q(x)$ et $R(x)$	89
IV.5.2.deuxième boucle de commande (SNO).....	89
IV.5.2.1.Choix de $A(x)$	89
IV.5.2.2.Choix de $B(x)$	92
IV.5.2.3.Choix des matrices $Q(x)$ et $R(x)$	92
IV.6.Environnement de Simulation.....	92
IV.7.Résultats de simulation.....	93
IV.7.1.Le régulateur de l'oxygène SO.....	93
IV.7.1.1.Beau temps.....	93
IV.7.1.2.Temps de pluie.....	93
IV.7.1.3.Temps d'Orage	94
IV.7.2.Le régulateur de Nitrate NO_3	94
IV.7.2.1.Beau Temps.....	94
IV.7.2.2.Temps de Pluie.....	95
IV.7.2.3.Temps d'orage.....	95
IV.7.3.Evaluation des performances pour les deux techniques (SDRE et PI)...	96
IV.7.3.1.violations des effluents.....	96
IV.7.3.2.variables opérationnelles.....	96
IV.8.Conclusion.....	97
Conclusion générale	98
Annexe I	100
Annexe II	101
Annexe III	102
Bibliographie	105

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Chapitre II

Tableau 2.1 : Définitions des notations.....	26
Tableau 2.2: Paramètres stœchiométriques.....	29
Tableau 2.3: Coefficients cinétiques.....	29
Tableau2.4: paramètres de décanteur.....	30

Chapitre III

Tableau.3.1: L'erreur quadratique des deux observateurs.....	72
--	----

Chapitre IV

Tableau4.1: Valeurs limites de qualité des effluents.....	89
Tableau4.2 : Violations des effluents.....	99
Tableau4.3 : variables opérationnelles.....	99

Liste des Figures

Chapitre II

Figure2.1 : Evolution de la concentration des bactéries pour une culture en mode batch.....	13
Figure2.2 : Représentation graphique des lois de Monod et de Haldane.....	14
Figure2.3 : Décomposition de la DCO en variables du modèle ASM1.....	20
Figure2.4 : composants de l'azote dans ASM1.....	21
Figure2.5: Aperçu générale de BSM1.....	31
Figure 2.6 : Schéma Simulink du modèle de Benchmark.....	34
Figure 2.7 : Evolution des états non-linéaires dans le deuxième bioréacteur avec le beau temps.	35
Figure 2.8 : Evolution des états non-linéaires dans le deuxième bioréacteur avec le temps de pluie.....	36
Figure 2.9 : Evolution des états non-linéaires dans le deuxième bioréacteur avec le temps d'orage.....	37
Figure 2.10 : Evolution des états non-linéaires dans le cinquième bioréacteur avec le beau temps.....	38
Figure 2.11 : Evolution des états non-linéaires dans le cinquième bioréacteur avec le temps de pluie.....	39
Figure 2.12 : Evolution des états non-linéaires dans le cinquième bioréacteur avec le temps d'orage.....	40

Chapitre III

Figure3.1: le modèle ASM1 sous MATLAB/Simulink.....	56
Figure 3.2 : évolution de la concentration en oxygène estimée	57
Figure 3.3: évolution de la concentration en nitrate estimée	58
Figure 3.4: évolution de la concentration en azote ammoniacal estimée	59
Figure 3.8 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le deuxième bioréacteur avec le beau temps.....	60
Figure 3.9 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le deuxième bioréacteur avec le temps de pluie.....	61
Figure 3.10 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le deuxième bioréacteur avec le temps d'orage.....	62

Liste des figures

Figure 3.11 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le cinquième bioréacteur avec le beau temps.....	63
Figure 3.12 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le cinquième bioréacteur avec le temps de pluie.....	64
Figure 3.13 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le cinquième bioréacteur avec le temps d'orage.....	65

Chapitre IV

Figure4.1: Organigramme de calcul de loi de commande en temps réel pour l'approche SDRE.....	85
Figure4.2 : première boucle de commande.....	86
Figure4.3: deuxième boucle de commande.....	86
Figure4.4 : contrôle de ASM1 par la technique SDRE sous MATLAB/Simulink.....	95
Figure 4.5.a : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Technique SDRE, Beau temps).....	96
Figure 4.5.b: Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Régulateur PI, Beau temps).....	96
Figure 4.6.a : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Technique SDRE, temps de pluie)	96
Figure 4.6.b : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Régulateur PI, temps de pluie)	96
Figure 4.7.a : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Technique SDRE, temps d'orage)	97
Figure 4.7.b: Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Régulateur PI, temps d'orage)	97
Figure 4.8.a : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Technique SDRE, Beau temps)	97
Figure 4.8.b: Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Régulateur PI, Beau temps)	97
Figure 4.9.a : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Technique SDRE, temps de pluie)	98
Figure 4.9.b: Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Régulateur PI, temps de pluie)	98

Liste des figures

Figure 4.10.a : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Technique SDRE, temps d'orage).....	98
Figure 4.10.b: Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Régulateur PI, temps d'orage).....	98

Nomenclature

C	Concentration en traceur (mg.L^{-1}).
S_{alk}	Alcalinité (-).
S_I	Concentration en composés organiques inertes solubles ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
S_{ND}	Concentration en azote organique biodégradable soluble (mgN.L^{-1}).
S_{NH}	Concentration en azote ammoniacal (mgN.L^{-1}).
S_{NO}	Concentration en nitrates-nitrites (mgN.L^{-1}).
S_O	Concentration en oxygène dissous ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
S_O^*	Concentration en oxygène dissous à saturation ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
S_S	Concentration en substrat rapidement biodégradable ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
X_B	Concentration en biomasse ($\text{gO}_2.\text{m}^{-3}$).
X_{BH}	Concentration en biomasse hétérotrophe ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
X_{BA}	Concentration en biomasse autotrophe ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
X_I	Concentration en composés organiques inertes particuliers ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
X_{ND}	Concentration en azote organique biodégradable particulaire (mgN.L^{-1}).
X_P	Concentration en particule de biomasse morte ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
X_S	Concentration en substrat lentement biodégradable ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
XS_S	Concentration en substrat ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
b	Coefficient de mortalité de la biomasse (j^{-1}).
b_H	Coefficient de mortalité de la biomasse hétérotrophe (j^{-1}).
b_A	Coefficient de mortalité de la biomasse autotrophe (j^{-1}).
f_P	Fraction de DCO inerte générée par la biomasse morte (-).
i_{XB}	Fraction d'azote dans la biomasse hétérotrophe (gN.gO_2^{-1}).
KLa	Coefficient de transfert de l'oxygène (j^{-1}).
Y	Taux de conversion du substrat en biomasse ($\text{gDCO formée.gDCO oxydée}^{-1}$).
Y_H	Taux de conversion du substrat en biomasse des bactéries hétérotrophes ($\text{gO}_2 \text{ formée.gO}_2 \text{ oxydée}^{-1}$).

Nomenclature

DCO	Demande Chimique en Oxygène ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
DBO_5	Demande Biochimique en Oxygène à 5 jours ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).
MES	Matières En Suspension ($\text{mg}.\text{L}^{-1}$).
MVS	Matières Volatiles Sèches ($\text{mg}.\text{L}^{-1}$).
b_H	Coefficient de mortalité de la biomasse hétérotrophe (j^{-1}).
b_A	Coefficient de mortalité de la biomasse autotrophe (j^{-1}).
f_P	Fraction de DCO inerte générée par la biomasse morte (-).
i_{XB}	Fraction d'azote dans la biomasse hétérotrophe ($\text{gN}.\text{go}_2^{-1}$).
K_{inhib}	Constante d'inhibition ($\text{g}.\text{L}^{-1}$).
K_S	Coefficient de demi-saturation en substrat rapidement biodégradable ($\text{gO}_2.\text{L}^{-1}$).
μ	Taux spécifique de croissance (j^{-1}).
μ_{max}	Taux maximal de croissance (j^{-1}).
Q	Débit en sortie de réacteur biologique ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$).
Q_0	Débit d'entrée de l'effluent dans le réacteur biologique ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$).
Q_A	Débit de recirculation interne ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$).
Q_r	Débit de recyclage des boues ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$).
Q_e	Débit de sortie de l'eau épurée ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$).
Q_w	Débit d'extraction des boues ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$).
S	Surface de clarification (m^2).
V	Volume du réacteur biologique (m^3).

Liste des abréviations

Abréviation	Désignation
ASM1	Modèle du procédé à boues activée.
DBO	Demande Biochimique en Oxygène.
DCO	Demande Chimique en Oxygène.
MES	Matières En Suspension.
MVS	Matières Volatiles Sèches.
FKE	Filtre de Kalman Etendu.
HJE	Equations de Hamilton Jacobi.
LQG	Commande Gaussienne Linéaire Quadratique .
HJI	Inégalités de Hamilton Jacobi.
LQR	Linear Quadratic Regulator.
SDRE	State Dependent Riccati Equation.
SDDRF	State Dependent Differential Riccati Filter.
PI	Régulateur Proportionnel Intégral.
RMSE	Root mean square error (Erreur quadratique).
SDLMI	State Dependent Linear Matrix Inequality.
LMI	Inégalités matricielles Linaires.
UKF	Filtre de Kalman " <i>unscented</i> ".
SP	Sigma Points.
CKF	Filtre de Kalman " Cubature".
GF	Filtre Gaussien.
IAWQ	l'Association internationale de la Qualité des eaux
BSM1	Benchmark Simulation Model no. 1
EAR	Equation Algébrique de Riccati

Introduction générale

Introduction générale

Un système non linéaire commandé est un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires, décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande, ou simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.

On en connaît de nombreux exemples parmi les systèmes mécaniques ou chimiques : satellites, avions, automobiles, grues, machines-outils, régulateurs thermiques, réacteurs chimiques, procédés biotechnologiques ... etc.

La biotechnologie est un secteur en rapide croissance et les bioréacteurs constituent la principale application de cette technologie. Ils sont largement utilisés que ce soit dans les stations d'épuration des eaux usées, l'industrie alimentaire ou pharmaceutique. Les bioréacteurs sont souvent fortement non linéaires, difficiles à commander et à modéliser. Ils constituent donc un domaine d'application très intéressant pour les techniques de commande modernes.

L'eau est un bien précieux qui subit diverses pollutions et dégradations : les écosystèmes et la santé des personnes en sont directement impactés. Les pollutions présentes dans l'eau sont d'origines diverses : industrielle, domestique ou agricole.

Les procédés de traitement des eaux qui recueillent ces eaux usées sont composés de plusieurs phases, chacune traitant un type particulier de pollution (organique, chimique, minérale). De par ses excellentes performances, la phase de traitement biologique par boues activées représente la phase clé de la chaîne globale de traitement. Cependant, son fonctionnement repose sur le développement de populations bactériennes et est également le plus difficile à maîtriser : variations brutales des flux d'entrée et des quantités de pollution, conditions opératoires contraignantes, évolution non prévisible du comportement bactérien.

De 1998 à 2004 le développement d'outils de référence pour évaluer les stratégies de contrôle par simulation, pour les stations à boues activées. Le développement de Benchmark a ensuite commencé en Europe par des groupes de travail de l'Action COST

682 et 624 [22]. Ce travail se poursuit maintenant sous l'égide d'un groupe de travail IWA (International Water Association).

La technique LQR (Linear quadratic regulator) est une méthodologie bien connue et acceptée pour la synthèse des lois de commande pour les systèmes linéaires. Cependant, la plupart des modèles mathématiques pour les systèmes des bioprocédés, y compris la dynamique du modèle de procédé à boues activées (ASM1) étudiée en ce mémoire, sont non linéaires.

Une des méthodologies les plus récentes pour concevoir des contrôleurs non linéaires est l'approche de State Dependent Riccati Equation (SDRE) dans le contexte des problèmes de régulateur non linéaires (voir par exemple, [16]). Essentiellement, la méthode de SDRE est une manière systématique de concevoir des contrôleurs pour des systèmes non linéaires en factorisant la non-linéarité dépendante d'état des équations d'état comme produit d'une matrice dépendante d'état avec le vecteur d'état. Cette paramétrisation est non unique qui donne une flexibilité dans la conception des contrôleurs. La loi de commande par retour d'état est alors donnée par la solution de l'équation de Riccati dépendante d'état.

La technique de SDRE est une approche puissante qui s'applique aisément aux systèmes non linéaires et aux problèmes d'estimation d'états non linéaires. [53]

L'objectif de notre travail est l'application de la technique SDRE au procédé de traitement des eaux usées à boues activées afin d'optimiser les performances de fonctionnement des stations d'épuration des eaux usées.

Le plan de ce mémoire est réparti comme suit

Le premier chapitre présente l'état de l'art de la commande et de l'estimation de systèmes non-linéaires.

Le deuxième chapitre aborde une représentation générale du modèle de procédé à boues activées (ASM1), avec description de la station d'épuration (seulement le traitement secondaire (Biologique) est considéré.), puis une simulation du comportement dynamique de la station dans les différentes conditions météorologiques (Beau temps, temps de pluie et temps d'orage).

Introduction générale

Le troisième chapitre présente un algorithme d'estimation des états inconnus de systèmes non linéaires basé sur la technique de SDDRF (*State Dependent Diffirentiel Riccati Filter*), dont les performances de ce dernier seront comparées avec celle de Filtre de Kalman étendu (FKE), l'algorithme développé est testé sur le modèle non simplifié du procédé à boues activées (ASM1) avec les différentes conditions météorologiques.

Dans le quatrième chapitre on va développer un algorithme de commande de systèmes non linéaires très efficace pour les bioprocédés, qui peut être appliqué sur un site réel de traitement des eaux usée, l'algorithme est testé sur le modèle non simplifié ASM1 avec les différentes conditions météorologiques (Beau temps, temps de pluie et temps d'orage), une optimisation des performances de la station d'épuration des eaux usées sera aussi abordée dans ce chapitre.

A la fin une conclusion générale qui permet de dégager les points forts et essentiels de ce travail ainsi que de dégager des pistes pour des travaux ultérieurs.

Chapitre I

Etat de l'art

Etat de l'art de la commande et de l'estimation

1. Etat de l'art de la commande des systèmes

Le début de la commande des systèmes non linéaires revient aux années 1950, tandis que la commande classique a été développée surtout pendant la seconde guerre mondiale. En raison de la guerre froide. Deux différentes approches ont été développées dans la commande moderne : une est l'approche de Lyapunov développée dans l'union Soviétique et l'autre est la programmation dynamique et le principe de maximum de Pontryagin développés dans le monde occidental [10].

La conception de l'approche de Lyapunov repose sur un type de contrôle par fonction de Lyapunov pour un système non linéaire donné, ce qui garantit toujours la stabilité du système. Bien que la construction de la fonction de Lyapunov désirée ne peut pas être faisable ou peut être difficile à trouver. L'approche de Lyapunov garantit toujours la stabilité globale du système. Contrairement aux certaines approches de commande des systèmes non linéaires.

La programmation dynamique est développée premièrement par Bellman, elle est le résultat des équations de Hamilton Jacobi. D'autre part, le principe de maximum de Pontryagin conduit aux équations d'Euler Lagrange. Il est bien connu que les solutions de commande optimale des systèmes non linéaires sont conventionnellement caractérisées en termes d'équations de Hamilton Jacobi (HJEs). La solution de HJEs fournit les conditions nécessaires et suffisantes de commande de systèmes non linéaires. Par ailleurs, quand le système commandé est à temps linéaire invariant et l'indice de performance est un régulateur linéaire quadratique (LQR). HJE réduit à l'équation algébrique de Riccati. Dans ce sens, la théorie classique de H_2 , concernant la théorie de commande gaussienne linéaire quadratique (LQG), a été faite dans les années 1950 et 1960, qui suppose des modèles parfaits et des connaissances statistiques complètes. Cependant, dans les années 1970, ils ont trouvé que la commande LQG est fortement non robuste vis-à-vis les erreurs de la modélisation du système.

La théorie H_∞ de l'estimation et de la commande est originalement introduite par Zames dans les années 1980, elle est devenue l'une des réalisations significatives dans la théorie de la commande durant les années (1980 et 1990) [58].

Pour les problèmes de commande non linéaire H_∞ , les solutions optimales sont équivalentes à résoudre les inégalités de Hamilton Jacobi correspondantes (HJIs). Bien que, les équations de Hamilton Jacobi et les inégalités de Hamilton Jacobi sont des outils puissants pour la théorie de commande optimale des systèmes non linéaires. Aucune d'eux n'est bien utilisée dans des applications industrielles en raison de la complexité associée au calcul. HJEs et HJIs qui sont des inégalités et des équations différentielles du premier ordre, pour un grand nombre de variables d'état la résolution devient difficile.

Avec le succès des méthodes de commande optimale de systèmes linéaires, il y a un grand nombre de recherches impliquées dans l'approximation de la solution de HJEs et HJIs au cours de la dernière décennie. Dans le même temps des autres méthodes de commande non linéaire bien connues ont été développées en incluant la linéarisation par retour d'état, commande adaptative, ordonnancement du gain, commande non linéaire prédictive, commande par logique floue et commande en mode glissant. Cependant, toutes ces approches sont limitées dans leurs domaines d'applications, et l'utilisation d'une technique de commande particulière dans un système spécifique exige un équilibre entre performances, robustesse, stabilité, optimalité et le coût de calcul.

Des techniques plus puissantes à celle de HJEs et HJIs ; la technique des inégalités matricielles linéaires dépendantes de l'état (the State Dependent Linear Matrix Inequality) (SDLMI) et la technique de l'équation de Riccati dépendante de l'état (the State Dependent Riccati Equation) (SDRE) nous fournissent des algorithmes très efficaces pour la synthèse des contrôleurs non linéaires, les deux techniques : inégalités matricielles linéaires dépendantes d'état et l'équation de Riccati dépendante d'état utilisent une représentation de système non linéaire dépendante de l'état.

L'idée de l'approche de SDLMI est de convertir le problème de commande de systèmes non linéaires à des problèmes d'optimisation convexe qui sont résolus par les inégalités matricielles linéaires. Le développement récent dans l'optimisation convexe fournit des algorithmes très efficaces pour la résolution des LMI (Inégalités matricielles Linéaires). Si la solution peut être exprimée en forme LMI, alors il existe des algorithmes d'optimisation fournissant des solutions numériques globales efficaces [52]. Par conséquent, si LMI est faisable, alors la technique de commande LMI fournit des solutions asymptotiquement stables satisfaisants plusieurs objectifs de conceptions.

La technique de commande SDRE a été introduite comme une méthode de conception générale depuis les années 1990, elle fournit des algorithmes de conceptions systématiques et efficaces pour les systèmes non linéaires, motivés par LQR en utilisant l'équation algébrique de Riccati, le résultat est étendu au problème de régulation quadratique par l'utilisation des coefficients matricielles dépendants de l'état [21,36]. La méthode de SDRE à temps discret est aussi développée dans [7]. En raison de l'avantage de calcul, stabilité et l'efficacité de commande, la méthode de SDRE a une importance pratique, elle a été appliquée dans un large domaine d'applications incluant robotique, guidage et navigation, commande des missiles, avions, satellites, systèmes du navire, les véhicules autonomes sous-marins, systèmes automobiles, des procédés chimiques et de systèmes biomédicaux ...etc. Vous trouvez dans le chapitre IV le développement d'un algorithme de commande basé sur la technique SDRE.

2. Etat de l'art de l'estimation des systèmes

Le problème de l'estimation des moindres carrés des processus stochastiques a été étudié premièrement par Kolmogorov et Wiener qui revient aux années 1940. Wiener est considéré comme le pionnier pour l'introduction de l'utilisation des modèles stochastiques et l'optimisation dans l'estimation et la commande.

La théorie Wiener et Kolmogorov est limitée par la description de l'entrée-sortie du système.

A la fin des années 1950, et au début des années 1960, une théorie d'estimation des systèmes linéaire a été faite par Rudolph E. Kalman basée sur l'approche de l'espace d'état. Le filtre de Kalman est parmi les méthodes les plus utilisées dans l'estimation d'état des systèmes linéaires et la poursuite en raison de son simplicité, optimalité, robustesse. La théorie a été prouvée et largement utilisée dans le guidage et la navigation des véhicules spatiaux. D'autre part, l'estimation par H_∞ a été étudiée dans les années 1980, afin de maximiser la robustesse de l'estimateur contre les perturbations extérieures avec des descriptions statistiques inconnues. C'est pourquoi une large gamme de perturbations peut être accueillie.

Le filtre de Kalman se révèle être la solution optimale pour l'estimation des systèmes linéaires avec bruit additif, mais il ne fonctionne pas aussi bien pour les systèmes

non linéaires. Au cours des 40 dernières années, le filtre de Kalman étendu (FKE), qui linéarise localement le modèle non linéaire de telle sorte que la théorie du filtre de Kalman peut être appliquée, a été l'outil principal de l'estimation d'état non linéaire. Toutefois, le FKE est également bien connu pour être difficile à mettre en œuvre, difficile à accorder et instable pour les systèmes fortement non linéaires.

Une autre alternative de FKE, l'estimateur de l'équation de Riccati dépendante de l'état pour l'estimation des systèmes non linéaires, a été proposé par Cloutier et al [15]. Les contrôleurs SDRE ont été largement déployés au cours des dernières avancées de systèmes de contrôle non-linéaire, et se sont avérés être beaucoup plus robuste que l'approche de commande LQR basée sur des techniques de linéarisation standards appliquées aux systèmes non linéaires. L'estimateur SDRE a été montré pour être une alternative puissante de FKE dans certaines applications de conception [60, 36].

Récemment, des chercheurs ont développé le filtre de Kalman "*unscented*" (UKF), montrant une meilleure estimation dans la plupart des applications que le FKE, surtout pour les modèles largement non linéaires. Comme l'a souligné Simon J. Julier et Uhlmann Jeffery K [54]. Ce filtre utilise un jeu de points afin d'estimer au mieux les variables d'état et leur covariance, Le filtre de Kalman «unscented» permet de s'affranchir de la linéarisation du modèle de prédiction et de mesures. En effet, il permet de propager la moyenne ainsi que la covariance par le modèle de prédiction non linéarisé. Pour ce fait, un jeu de points appelés «sigma points» (SPs) paramétrisant la moyenne et la covariance est créé. Le nombre de points créés dépend de la taille du vecteur d'état.

Autres méthodes d'estimation non-linéaire bien connues ont également été développées, y compris le filtre gaussien (GF), le filtre des particules de Rao-Blackwellised (Cadre d'évaluation), filtre de Kalman "cubature" (CKF), etc. Cependant, toutes ces approches sont limitées dans la gamme d'applicabilité.

L'utilisation d'une technique d'estimation particulière pour un système spécifique demande des compromis entre performance, robustesse, stabilité, optimalité et le coût de calcul[66].

Chapitre II

Présentation, Modélisation et Simulation

modèle ASM1

II.1.Introduction

Le procédé à boue activée est le processus le plus complexe dans les procédés de traitement des eaux usées, car il implique la réduction ou la suppression de la partie organique des déchets par les bio-réactions, il utilise l'épuration biologique dans le traitement des eaux usées. C'est un mode d'épuration par cultures libres. Dans une filière de traitement des eaux (i.e. les différentes phases d'épuration pour une station donnée), le procédé à boues activées fait partie des traitements secondaires.

La technique des boues activées est appropriée pour des eaux usées domestiques d'agglomérations à partir d'environ 400 habitants, jusqu'aux plus grandes villes.

L'exactitude et la structure du modèle doivent correspondre à l'objectif pour lequel le modèle a été construit. Pour un objectif de commande, les modèles « boîte noire » (utilisant entre autre les réseaux de neurones, ...) [13,23] ont été testés.

Lorsque le but est d'expliquer et de prédire l'évolution du système, ceci nécessite de faire appel aux modèles de connaissance. Ce type de modélisation, contrairement à la modélisation « boîte noire », permet de conserver l'information physique issue des variables d'état et ainsi d'expliquer ce qui se passe au sein du procédé. Pour cela, le comportement global du procédé biologique est défini grâce à des bilans de matière. Cependant, les lois disponibles pour caractériser l'évolution des microorganismes sont principalement des lois empiriques plus spécifiques et de domaine de validité moins étendu que les lois physiques classiques. L'établissement d'un modèle de ce type nécessite donc une bonne connaissance des phénomènes se produisant au sein du milieu. De ce fait, le modèle sera différent selon le procédé étudié et l'origine de l'effluent [19,27,49].

La modélisation des systèmes biologiques, du fait du caractère « vivant » du procédé et de l'interaction entre les phénomènes biologiques et hydrodynamiques, se heurte cependant à quatre difficultés principales:

- la complexité des réactions mises en jeu.
- la méconnaissance des phénomènes hydrodynamiques entraînant l'utilisation de modèles hydrodynamiques relativement simples ne permettant pas de représenter

justement l'influence de l'hydrodynamique sur le rendement du procédé de dépollution [44,50].

- le faible nombre de mesures disponibles, souvent imprécis, et un manque de reproductibilité des expérimentations, ce qui freine la constitution de bases de données conséquentes, fiables et représentatives du fonctionnement.
- l'évolution au cours du temps des paramètres du modèle, révélateur de l'insuffisance d'une approche macroscopique du fait de variations du métabolisme bactérien ou encore de phénomènes microscopiques non perceptibles [24].

Le verrou principal est l'identification des paramètres de ces modèles. C'est la raison pour laquelle la minimisation de nombre de paramètres et de variables d'état est recherchée. Toutefois, le nombre de paramètres détermine également la dynamique du modèle. Il est donc nécessaire de réaliser un compromis afin de respecter à la fois une simplicité de structure et une représentation dynamique répondant aux objectifs du modèle.

II.2. Modélisation des procédés biologiques

II.2.1. Bilan de matière

Les modèles, formés d'un ensemble d'équations différentielles non linéaires, sont obtenus à partir des équations dynamiques de bilan sur le bioréacteur. Un bilan de matière définit la variation de la quantité d'un composé comme étant la somme de ce qui est apporté ou produit, diminué de ce qui est soutiré ou consommé, soit :

$$\text{Accumulation} = (\text{Entrée} + \text{Production}) - (\text{Sortie} + \text{Consommation}).$$

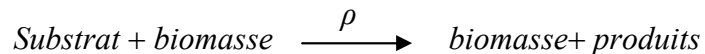
L'écriture d'un bilan pour chaque composé aboutit à la proposition d'un modèle global du procédé. La partie traduisant les réactions biologiques est représentée par les termes Production et Consommation.

Schéma réactionnel

En résumant de manière synthétique et d'un point de vue macroscopique l'ensemble des réactions biologiques et chimiques, le schéma réactionnel permet de définir les termes production et consommation du bilan de matière. Ce sont des réactions qui déterminent la dynamique biologique du procédé, leur vitesse correspond généralement à la vitesse de croissance de la bactérie impliquée. Le schéma réactionnel est donc construit à partir des

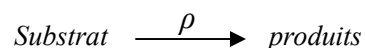
connaissances phénoménologiques disponibles. De plus, son degré de complexité est fonction de la précision que l'on souhaite obtenir : choix des réactions jugées prépondérantes pour le procédé étudié, des composés présents,... Son écriture n'est donc pas unique. Les réactions principales intervenant dans un procédé de traitement biologique sont schématisées ci-dessous :

- la croissance de la biomasse par oxydation de la matière carbonée, nitrification ou dénitrification :

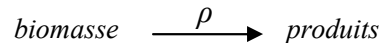


Où ρ est la cinétique de la réaction.

La transformation d'un composé en un autre composé par réaction enzymatique, les enzymes jouant le rôle de catalyseur (hydrolyse des composés à l'extérieur de la cellule) ou par réaction chimique (ammonification) :



- la mort de la biomasse :



Chaque réaction est caractérisée par les concentrations des composés (substrat, biomasse, produits), la cinétique de réaction ρ et les taux de conversion Y .

Le taux de conversion Y représente la quantité théorique de produit formé à partir d'une quantité donnée de réactif. Il dépend donc de la nature des composés (substrat, biomasse,...) impliqués dans la réaction. Il existe un taux pour chaque réaction biologique et composé impliqué : nous trouvons ainsi un taux de conversion de la biomasse morte en produits inertes, un taux de conversion du substrat en produits formés mais le taux de conversion le plus couramment utilisé est celui du substrat en biomasse. Leur valeur peut être déterminée par une expérimentation en mode batch; on laisse évoluer librement les composés de la réaction étudiée dans un réacteur fermé sans ajout ni soutirage. Le taux est alors déterminé par la quantité de produits formés (biomasse, produits) divisée par la quantité de réactifs consommés (substrats, biomasse).

Pour chaque réaction biologique, les vitesses de consommation et de production des composés impliqués sont données par le produit $Y \times \rho$, précédé respectivement de signe –

et de signe +. L'ensemble des vitesses agissant sur le composé j et correspondant au terme *Production – Consommation* du bilan de matière est appelé la vitesse biologique globale, notée R_j . Son expression est :

$$R_j = \sum_i Y_{i,j} \cdot \rho_j \quad (2.1)$$

Le schéma réactionnel permet donc de définir :

- les variables d'état qui sont les composés intervenant dans les réactions.
- les cinétiques associées à chacune des variables d'état en fonction des réactions biologiques dans lesquelles elle intervient.

Il peut être également mis sous la forme d'un diagramme fonctionnel qui contient la même information mais qui, visuellement, permet de mieux mettre en évidence les enchaînements de réaction [26].

II.2.2. Cinétiques des réactions

Les cinétiques sont des éléments importants de la dynamique du système. Cependant, la manière dont chaque composé influe sur la cinétique de réaction est difficile à évaluer. L'écriture de ces cinétiques sous forme d'équation est issue de considérations souvent empiriques et ces formulations ne constituent donc que des relations approximatives.

L'expression d'une cinétique est :

$$\rho = \mu \times [\text{biomasse}] \quad (2.2)$$

μ est un paramètre pouvant être exprimé par une constante ou un paramètre variant dans le temps ou encore un produit des autres variables d'état du système. Dans le cas de la mortalité de la biomasse, un coefficient constant est suffisant :

$$\rho = -b \cdot X_B \quad (2.3)$$

Où b est le coefficient de mortalité de la biomasse (j^{-1}).

X_B est la concentration en biomasse ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$).

Remarque

Les unités affectées aux composés de la matière organique (biomasse, matière carbonée,...) sont exprimées en $\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$

Le paramètre b a l'avantage de pouvoir être mesuré directement par la méthode respirométrique [56], ce qui n'est généralement pas le cas des coefficients cinétiques.

Cependant, cette écriture (2.3) n'est pas suffisante pour décrire les cinétiques complexes (oxydation de la matière organique biodégradable, nitrification, dénitrification, hydrolyses) puisqu'elle ne permet pas la représentation des phénomènes de saturation ou d'inhibition. La mise en équation de cinétiques complexes nécessite donc de déterminer si un composé, suivant sa concentration dans le milieu réactionnel, inhibe, active ou limite la réaction et dans quelle proportion. Les modèles empiriques de Haldane et de Monod [25] apportent des solutions à ce problème. Ils s'intéressent principalement à la réaction de croissance de la biomasse qui est l'une des réactions les plus complexes du procédé de traitement.

Afin de déterminer l'action du substrat sur la cinétique de croissance bactérienne, un test expérimental en mode batch peut être réalisé. Des quantités données de substrat et de biomasse sont mises en contact dans un environnement favorable au développement de la biomasse (agité, aéré, à température requise) à un instant t_0 . L'évolution au cours du temps de la concentration en bactéries, notée XB , est alors enregistrée (figure 2.1). Cinq phases sont répertoriées :

- une phase de latence (1) : adaptation des bactéries au nouveau milieu.
- une phase de croissance exponentielle (2) : présence d'une quantité importante de substrat entraînant une multiplication cellulaire avec un taux de croissance maximal.
- une phase de ralentissement (3) : multiplication ralentie des cellules.
- une phase de stabilisation (4) : concentration de substrat nulle ou apparition d'inhibiteurs, maintien des bactéries grâce à leur réserve interne.

- une phase de déclin (5) : décroissance par « mort » de la biomasse du fait de l'épuisement du milieu en substrat.

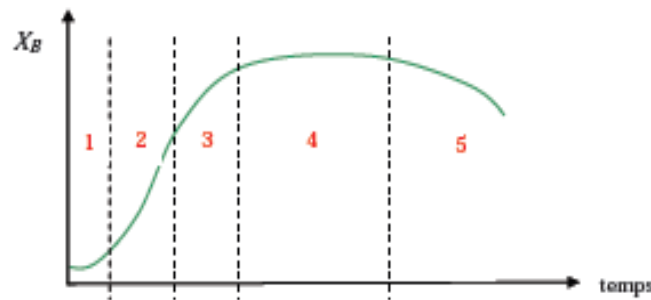


Figure 2.1 : Evolution de la concentration des bactéries pour une culture en mode batch (Source : [12]).

A partir de ces résultats, une loi a été proposée par [45], inspirée de travaux antérieurs. Elle permet de traduire la phase de croissance exponentielle (2) correspondant à la saturation du taux spécifique de croissance:

$$\rho = \mu \cdot X_B \quad (2.4)$$

$$\text{Avec } \mu = \mu_{\max} \cdot \frac{[\text{Substrat}]}{K_S + [\text{Substrat}]}$$

Où μ est le taux spécifique de croissance (j^{-1}),

$\mu_{\max}$ est le taux maximal de croissance (j^{-1}),

K_S est la constante de demi-saturation en substrat ($mgO_2.L^{-1}$),

La constante de demi-saturation K_S représente la concentration en substrat lorsque le taux de croissance μ est égal à la moitié de sa valeur maximale (figure 2.2).

La valeur attribuée au coefficient K_S détermine ainsi le moment auquel la concentration en substrat voit son caractère saturant devenir prépondérant, ce qui influe donc directement sur l'allure de la courbe de la loi de Monod. La connaissance de la valeur de ce paramètre est donc essentielle car elle exprime de quelle manière la concentration en substrat se situe par rapport au niveau de saturation. Malheureusement, l'estimation de ce

type de paramètre nécessite la mise en œuvre de tests expérimentaux particuliers et reste très sensible aux conditions opératoires [33].

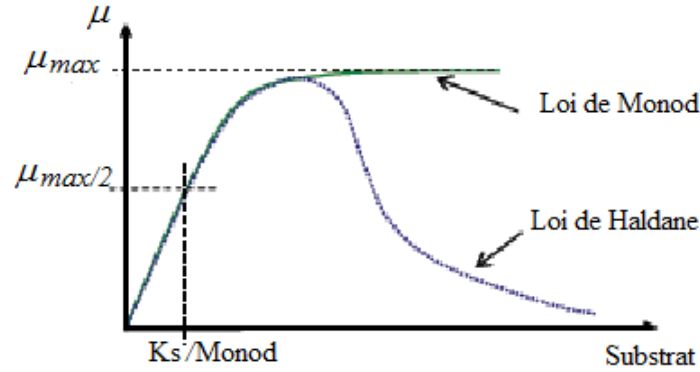


Figure 2.2 : Représentation graphique des lois de Monod et de Haldane.

Certains composés peuvent également inhiber une réaction lorsque leur concentration est trop élevée. La loi de Monod ne permettant pas de représenter ce phénomène, il est alors préférable d'utiliser la loi de Haldane :

$$\mu = \mu_{max} \cdot \frac{[Substrat]}{K_S + [Substrat] + \frac{[Substrat]^2}{K_{inhib}}} \quad (2.5)$$

Où K_{inhib} (mg.L^{-1}) est la constante d'inhibition.

Pour permettre une croissance bactérienne, outre la matière organique biodégradable, interviennent les éléments nutritifs tels que l'oxygène (dans le cas des réactions en milieu aérobie), l'azote ammoniacal, les nitrates et nitrites,... L'expression du taux spécifique de croissance doit tenir compte de ces éléments sous forme de facteurs limitant et prend alors la forme :

$$\mu = \mu_{max} \cdot \prod_i \left(\frac{[composé i]}{K_i + [composé i]} \right) \quad (2.6)$$

La formulation des cinétiques de réaction n'est qu'approximative étant donné la complexité des réactions et la difficulté d'identifier avec précision l'action de chaque composé sur la dynamique de la réaction. Par conséquent, la formulation des taux de

conversion biologiques au sein d'un modèle est relativement fiable tandis que la formulation des cinétiques reste imprécise.

II.3. Le modèle biologique ASM1

En 1983, l'Association internationale de la Qualité des eaux (IAWQ) a formé un groupe de travail, qui était de promouvoir le développement, et de faciliter l'application de modèles pratiques pour la conception et le fonctionnement des systèmes de traitement biologique des eaux usées. Le premier objectif était d'examiner les modèles existants et le second objectif était de parvenir à un consensus concernant le simple modèle mathématique ayant la capacité de prédire de façon réaliste les performances des systèmes mono-boues réalisant l'oxydation du carbone, la nitrification et la dénitrification. Le résultat final a été présenté en 1987. Aujourd'hui, le modèle est nommé modèle du procédé à boues activées N°1 (Activated Sludj Model n° 1), en abrégé ASM1.

Il s'agit d'un outil utilisé pour la conception et la gestion de systèmes de traitement biologique des eaux usées. Il concerne en particulier l'oxydation du carbone, la nitrification et la dénitrification. La simulation du comportement des stations à boues activées fait appel à de nombreuses réactions entre un grand nombre de composants. Pour être mathématiquement exploitables, tout en fournissant des prévisions réalistes, les réactions doivent représenter les processus fondamentaux du système.

En outre, le modèle doit prendre en compte la cinétique (vitesse de réaction) et la stœchiométrie de chaque processus. Les principales tâches conceptuelles dans le développement du modèle mathématique sont l'identification des réactions, le choix de leurs expressions cinétiques et stœchiométriques appropriées. Associant une description simple des phénomènes biologiques et une représentation conforme de la réalité, elles expriment les vitesses de dégradation des substrats carbonés et azotés en fonction de l'état de pollution (nommé par des variables) et des caractéristiques de la biomasse assurant le traitement (nommé par des paramètres).

Le modèle décrit différents processus dynamiques comme :

- la croissance de la biomasse à travers la réaction d'oxydation de la matière carbonée et des réactions de nitrification et de dénitrification.

- la mort de la biomasse.
- l'ammonification de l'azote organique.
- l'hydrolyse de la matière organique en suspension (azotée ou carbonée).

L'hydrolyse représentant un ensemble de réactions complexes, une unique expression globale a été proposée afin de simplifier sa modélisation. Cette modélisation suppose que seule la partie rapidement biodégradable de la matière organique biodégradable peut être utilisée par la biomasse. L'expression de l'hydrolyse permet donc d'introduire une dynamique lente pour l'utilisation de la partie lentement biodégradable.

Le modèle ASM1 est basé sur le concept de mort - régénération en présence d'un bisubstrat. Mais c'est le concept de respiration endogène qui est réellement utilisé. Celui-ci est décrit comme si une fraction de la biomasse était transformée en énergie servant pour l'entretien des cellules (de la biomasse). Cependant, certaines expériences réalisées en conditions aérobies et anoxies ont montré que le concept de respiration endogène est insuffisant. Le concept de mort - régénération a été présenté afin de tester les réactions pouvant avoir lieu dans un organisme mort.

Dans ce concept, on trouve que la mort de la biomasse est due à la lyse bactérienne; une fraction reste inerte et l'autre est considérée comme lentement biodégradable. Cette dernière pourrait devenir inerte à partir de l'hydrolyse. L'hydrolyse est un processus qui joue un rôle très important dans le fractionnement car il détermine la vitesse de conversion d'une partie du substrat de l'effluent en partie soluble rapidement biodégradable. Orthon n'as pas déterminé la nature de l'hydrolyse ou la dépolymérisation, il a présenté un support expérimental dans le concept de l'hydrolyse total dans lequel il a pris en compte des profils de taux de consommation d'oxygène en utilisant des réacteurs (batch) alimentés avec des eaux résiduelles domestiques maintenues à une température de 20°C. Il arrive à la conclusion que l'hydrolyse est un processus limitant de l'utilisation du substrat dans sa partie lentement biodégradable, de la demande d'électrons en conditions aérobies et anoxies, de la croissance des bactéries hétérotrophes, de la composition des boues et de la génération d'excès de boues.

II.3.1.Demande biochimique en oxygène (DBO)

La demande biochimique en oxygène est par définition la quantité d'oxygène nécessaire aux micro-organismes vivants pour assurer l'oxydation et la stabilisation des matières organiques présentes dans l'eau usée. Par convention, la DBO est la valeur obtenue après cinq jours d'incubation DBO_5 .

Il s'agit donc d'une consommation potentielle de dioxygène par voie biologique. Ce paramètre constitue un bon indicateur de la teneur en matières organiques biodégradables d'une eau (toute matière organique biodégradable polluante entraîne une consommation de l'oxygène) au cours des procédés d'autoépuration.

II.3.2.Demande chimique en oxygène (DCO)

La demande chimique en oxygène, ou DCO, est l'un des paramètres de la qualité de l'eau. Elle représente la quantité d'oxygène nécessaire pour oxyder toute la matière organique contenue dans l'eau.

Cette valeur est obtenue en faisant réagir des échantillons d'eau avec un oxydant puissant (le bichromate de potassium) et elle s'exprime en milligramme d'oxygène par litre d'eau.

Cette mesure permet la quantification de l'ensemble des composés organiques, présents sous forme solide, colloïdale ou dissoute ainsi que celle des minéraux oxydables. Lorsque l'ensemble des composés est pris en considération, on parle de DCO totale (DCO_T) et lorsque seuls les composés solubles sont analysés, il s'agit de la DCO soluble (DCO_S). La différence entre ces deux mesures constitue la DCO particulière (DCO_P).

II.3.3.Les matières en suspension

II.3.3.1.Matières En Suspension (MES)

Les MES représentent l'ensemble des matières solides et colloïdales floculées, organiques ou minérales, contenues dans l'eau usée et pouvant être retenues par filtrage ou centrifugation.

II.3.3.2. Matières Volatiles Sèches (MVS)

Les MVS représentent la partie organique des MES, la partie restante représentant les matières minérales. Cette partie organique comprend les particules de biomasse, vivante ou morte, ainsi que certaines particules organiques n'intervenant pas dans le processus de dépollution biologique.

II.3.4. Les composés de l'azote

L'azote est présent dans les effluents sous différentes formes : azote organique (Norg), azote ammoniacal (ammoniac NH_3 , ion ammonium NH_4^+), nitrates (NO_3^-), nitrites (NO_2^-). Plusieurs analyses sont possibles :

- azote total : représente la somme de tous ces composés,
- azote Kjeldahl : généralement utilisé sur les sites urbains et industriels, cette mesure représente l'azote organique et l'azote ammoniacal,
- azote ammoniacal,
- nitrates,
- nitrites.

II.4. Variables d'état

II.4.1. Composants DCO dans ASM1

Tout en restant conforme aux nomenclatures utilisées dans les précédents modèles, ASM1 utilise toutefois un vocabulaire particulier. Les constituants insolubles (ou particuliers) portent le symbole X, les constituants solubles portent le symbole S, la biomasse est représentée par b , le substrat par S et l'oxygène par O.

La matière organique dans les eaux résiduaires peut être subdivisée en un certain nombre de catégories. Le principe de fractionnement proposé par l'IAWQ est basé par rapport à la vitesse de biodégradabilité du substrat. Le substrat est divisé en trois parties : la DCO biodégradable, la DCO non biodégradable (matériel inerte) et la biomasse (bactéries hétérotrophes et autotrophes).

La DCO biodégradable comporte une DCO rapidement biodégradable (S_s) et une DCO lentement biodégradable (X_s).

La fraction de DCO rapidement biodégradable (S_s) est constituée sous forme soluble, de molécules facilement assimilables, rapidement absorbées par les micro-organismes et métabolisées en énergie de synthèse; par exemple les carbohydrates (glucose, fructose), les aminoacides, les vitamines, quelques acides gras, etc [57].

La fraction lentement biodégradable ou fraction particulaire organique, (X_s) est constituée par des cellules plus complexes (plus difficiles à assimiler), et qui ont besoin de l'hydrolyse pour être absorbées et assimilées par les organismes.

D'autre part, la partie non biodégradable est divisée en DCO soluble inerte (S_i) et DCO particulaire inerte (X_i). Il est admis qu'aucune de ces fractions n'est affectée par l'action biologique dans le système de traitement.

La fraction de DCO soluble inerte (S_i) arrive jusqu'au clarificateur. Elle peut être éliminée du système dans le processus d'extraction des boues.

En fin, la biomasse active est divisée en biomasse hétérotrophe ($X_{B,H}$) et en biomasse autotrophe ($X_{B,A}$). Cette biomasse est perdue par décomposition et devient à son tour une fraction de substrat lentement biodégradable (X_p). Cette fraction (X_p) pourra être prise en compte pour modéliser les produits particuliers inertes qui proviennent de la décroissance (mort) de la biomasse.

La matière organique est ainsi fractionnée en différentes parties dont les définitions se distinguent selon leur rôle dans la croissance de la biomasse. Elles interviennent dans le modèle sous forme de variables et caractérisent l'état de pollution de l'effluent brut, de la boue des bassins et de l'effluent traité. Ce qui s'illustre pour la DCO totale sous trois formes : la forme substrat, la forme inerte et la biomasse vivante (hétérotrophe et autotrophe). Ces trois formes se subdivisent à leur tour, et nous pouvons distinguer sept fractions dont la hiérarchie est présentée dans l'organigramme illustré dans la page suivante:

Notez que d'un point de vue pratique, XI et XP peuvent être fusionnés à une seule variable.

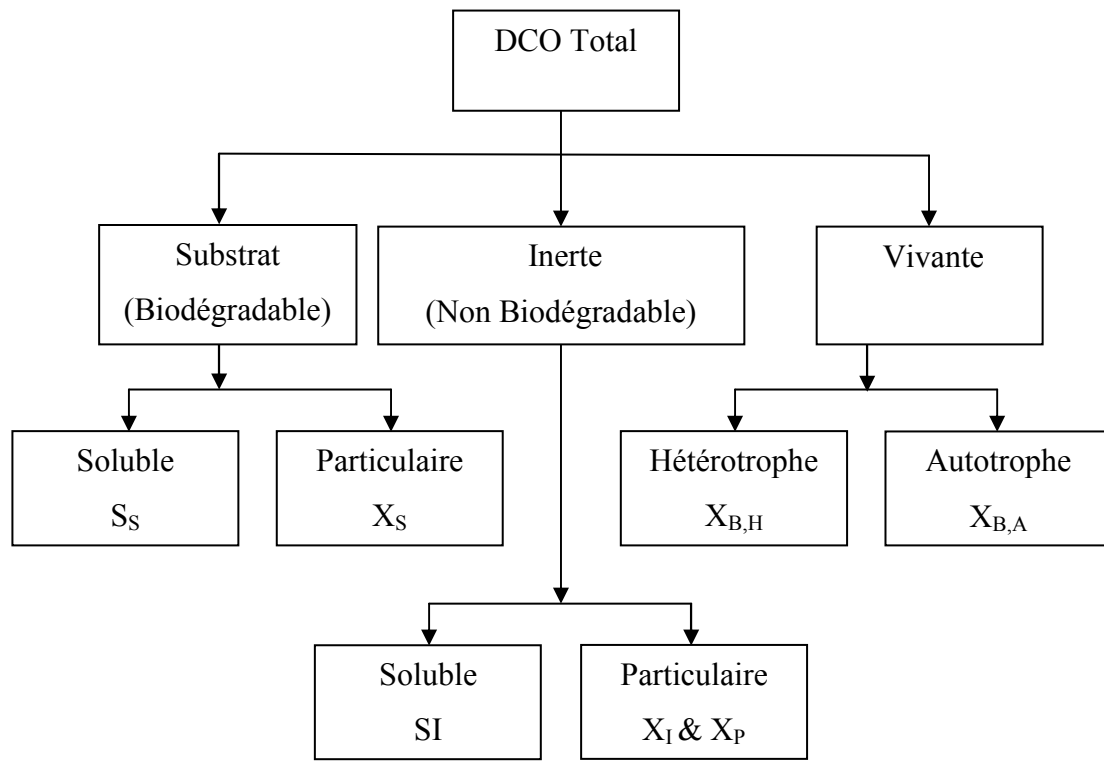


Figure 2.3 : Décomposition de la DCO en variables du modèle ASM1

II.4.2. Composants d'azote

Pour l'azote, nous retrouvons la même démarche de fractionnement. Il consiste à déterminer les fractions minérales (S_{NH} : azote ammoniacal et S_{NO} : nitrates), organique biodégradable (soluble : S_{ND} et particulaire : X_{ND}) et réfractaires au traitement (soluble : S_{NI} et particulaire : X_{NI}).

L'organigramme ci-dessous présente les différents composants d'azote.

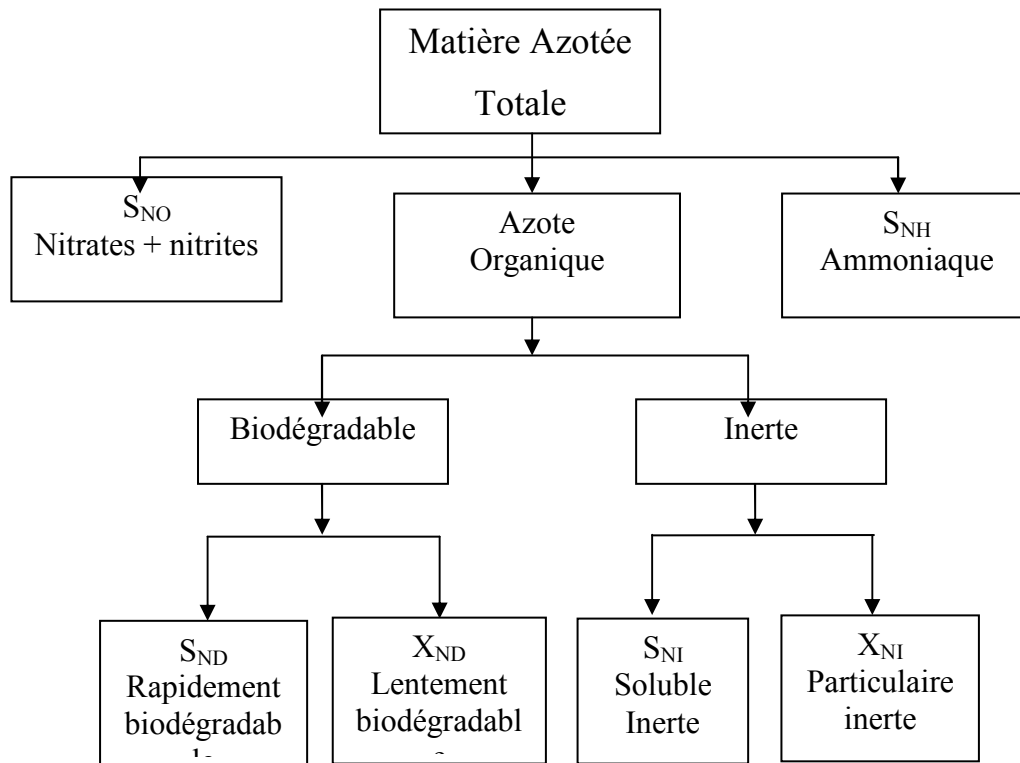


Figure 2.4 : composants de l'azote dans ASM1

II.4.3. Variables d'état des autres composants

Les deux dernières composantes décrites dans l'ASM1 sont la concentration en oxygène dissous (S_O), exprimée en DCO négative, et l'alcalinité (S_{ALK}). L'alcalinité ne déroge pas aux autres processus dans le modèle.

II.5. Processus dynamique

II.5.1 Les paramètres stœchiométriques et cinétiques

Les réactions qui régissent devenir des différentes variables constitutives de l'effluent mettent en œuvre des paramètres stœchiométriques et cinétiques. Selon les processus, nous retrouvons des paramètres stœchiométriques qui illustrent le rendement des bactéries hétérotrophes et autotrophes, la fraction de biomasse qui se transforme en

produit particulière, la proportion d'azote contenue dans la biomasse et dans les produits de sa décomposition. De même, les paramètres cinétiques illustrent la croissance et le décès des bactéries, l'ammonification, l'hydrolyse, et les facteurs de correction en condition anoxique de la croissance hétérotrophe et de l'hydrolyse. Au total nous avons à notre disposition 5 paramètres stœchiométriques et 14 paramètres cinétiques illustrés dans Annexe I.

II.6. Les différents procédés intégrés dans le modèle ASM1

Les différents procédés intégrés dans le modèle ASM1 sont brièvement décrits ci-dessous

- Croissance aérobie des micro-organismes hétérotrophes

Une fraction de substrat facilement biodégradable est utilisée pour la croissance de la biomasse et à l'élimination du substrat. Il est ainsi naturellement limité par l'épuisement du substrat S_S , mais également par le manque d'oxygène dissous et d'ammoniaque

- Croissance anoxie des micro-organismes hétérotrophes

En absence d'oxygène, les organismes hétérotrophes vont utiliser le nitrate comme récepteur terminal d'électrons, avec le substrat S_S , pour produire la biomasse et de l'azote gazeux (dénitrification). Un changement de l'alcalinité est associé à la réaction. L'ammoniaque sert de source d'azote pour la synthèse des micro-organismes.

- Croissance aérobie des micro-organismes autotrophes

L'ammoniaque est oxydé en nitrate (nitrification) ce qui donne comme résultat une production de biomasse autotrophe et une augmentation de la demande d'oxygène. Il est aussi utilisé comme source d'énergie pour la synthèse. L'effet sur la quantité de biomasse produite est très faible. Par contre, l'alcalinité comme la consommation d'oxygène sont fortement affectées.

- Mortalité des micro-organismes hétérotrophes et autotrophes

Ces processus sont modélisés selon l'hypothèse de mortalité- régénération. Les micro-organismes meurent à un taux déterminé, et cette biomasse devient une combinaison

des produits particuliers et de substrat lentement biodégradable. L'azote organique associé à X_S est disponible comme azote organique particulaire. La DCO n'est pas modifiée. Les taux de mortalité sont supposés invariants en condition d'aérobie et d'anoxie.

- **Ammonification de l'azote organique soluble**

L'azote organique biodégradable est transformé en ammonium par l'action de la biomasse hétérotrophe active. L'alcalinité est aussi modifiée.

- **Hydrolyse des matières organiques**

Série de réactions enzymatiques extracellulaires appliquées aux substances absorbées (matières organiques colloïdales et azote organique particulaire) et qui ont lieu à la surface des microorganismes. Les molécules organiques complexes sont converties en molécules plus simples qui peuvent pénétrer dans la cellule par perméation ou transport.

- **Hydrolyse de l'azote organique**

L'azote organique particulaire biodégradable est décomposé en azote organique soluble à un certain taux défini par la réaction d'hydrolyse.

Remarque

Les phénomènes biologiques présents au sein des phases anoxiques et aérobies sont simulés sous un modèle unique. Ceci est possible grâce à l'utilisation de fonctions de commutation :

-les cinétiques ayant lieu uniquement en phase anoxique comporteront le terme $\frac{K_{O,H}}{S_O + K_{O,H}}$ inhibant la réaction en phase aérobie.

-les cinétiques ayant lieu uniquement en phase aérobie comporteront le terme $\frac{S_{O,H}}{S_O + K_{O,H}}$ ou le terme $\frac{S_O}{S_O + K_{O,H}}$ inhibant la réaction en phase anoxique.

II.7. Equations des réactions biologiques

Pour chaque processus (ligne), la matrice illustrée dans l'annexe II fournit l'expression de la vitesse de réaction en fonction des variables impliquées (colonnes). Les équations font intervenir une fonction de compensation permettant d'activer ou de désactiver le déroulement de telle ou telle équation biologique.

La première entrée est constituée par la première colonne qui énumère les processus utilisés dans le modèle, la deuxième entrée se fait par la première ligne qui représente les variables caractéristiques de l'effluent.

Nous pouvons remarquer que les fractions (S_I) et (X_I) ne sont pas concernées par aucune équation, cependant elles figurent dans la matrice car leur présence est importante.

La fraction (S_I) contribue à la quantité de DCO en sortie de station et la fraction (X_I) se transforme en une partie des Matières Volatiles en Suspension (MVS dure).

Les autres colonnes de la matrice font intervenir les autres variables qui elles, participent à diverses équations. La dernière colonne représente l'alcalinité du milieu. Ce composant n'est pas essentiel pour le modèle mais il permet d'avoir des informations lors de son évolution quant à la capacité de nitrification.

Un pH bas ($\text{pH} < 7$) diminue le taux de nitrification et peut causer d'autres problèmes comme la corrosion due à l'agressivité de l'effluent et le gonflement des boues (bulking), la troisième entrée est matérialisée dans la dernière colonne par l'ensemble des équations cinétiques mettant en relation les processus et les variables. Les "cases intérieures" de la matrice sont complétées par les différents paramètres stoechiométriques.

Cette matrice permet de mettre en jeu toutes les relations ayant lieu dans les processus biologiques dont le modèle le plus simple consiste à considérer trois composants: la biomasse, le substrat et l'oxygène dissous. Les équations de Monod et Herbert sont utilisées. L'équation de Monod, indique que la croissance de la biomasse est proportionnelle à la concentration de biomasse dans une relation de premier ordre et à la concentration en substrat par une relation d'ordre mixte. L'expression d'Herbert, précise que la décomposition de biomasse est de premier ordre par rapport à la concentration de biomasse. La lecture de la matrice peut s'illustrer avec les vitesses de réactions concernant

la fraction rapidement biodégradable (S_s). Elle est éliminée par la croissance des bactéries hétérotrophes dans des conditions aérobie et anoxie et elle est formée par hydrolyse des particules de matière organique immobilisées dans le floc biologique.

II.7.1. Modèle du Bioprocédé

Le modèle du procédé à boues activées n°1 (ASM1; [33]) a été choisie pour décrire les phénomènes biologiques qui ont lieu dans le réacteur biologique.

Notation	Définition
S_I	concentration en composés organiques inertes solubles ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
S_s	concentration en substrat rapidement biodégradable ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
X_I	concentration en composés organiques inertes particulaires ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
X_s	concentration en substrat lentement biodégradable ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
X_{BH}	concentration en biomasse hétérotrophe ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
X_{BA}	concentration en biomasse autotrophe ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
X_p	concentration en biomasse ($\text{gO}_2.\text{m}^{-3}$)
S_O	concentration en oxygène dissous à saturation ($\text{mgO}_2.\text{L}^{-1}$)
S_{NO}	concentration en nitrates-nitrites ($\text{mgN}.\text{L}^{-1}$)
S_{NH}	concentration en azote ammoniacal ($\text{mgN}.\text{L}^{-1}$)
S_{ND}	concentration en azote organique biodégradable soluble ($\text{mgN}.\text{L}^{-1}$)
X_{ND}	concentration en azote organique biodégradable particulaire ($\text{mgN}.\text{L}^{-1}$)
S_{alk}	alcalinité (-)

Tableau 2.1 : Définitions des notations

II.7.2. Liste des procédés

Huit processus de base sont utilisés pour décrire le comportement biologique du système.

- $j=1$ Croissance aérobie des micro-organismes hétérotrophes

$$\rho_1 = \mu_H \cdot \frac{S_s}{K_S + S_s} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \cdot X_{BH}$$

- $j=2$ Croissance anoxie des micro-organismes hétérotrophes

$$\rho_2 = \mu_H \cdot \frac{S_s}{K_S + S_s} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \cdot \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \cdot \eta_g X_{BH}$$

- $j=3$ Croissance aérobie des micro-organismes autotrophes

$$\rho_3 = \mu_A \cdot \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \cdot \frac{S_O}{K_{OA} + S_O} \cdot X_{BA}$$

- **$j=4$ Mortalité des micro-organismes hétérotrophes**

$$\rho_4 = b_H X_{BH}$$

- **$j=5$ Mortalité des micro-organismes autotrophes**

$$\rho_5 = b_A X_{BA}$$

- **$j=6$ Ammonification de l'azote organique soluble**

$$\rho_6 = k_a \cdot S_{ND} X_{BH}$$

- **$j=7$ Hydrolyse des matières organiques**

$$\rho_7 = k_h \frac{X_S/X_{BH}}{K_x + X_S/X_{BH}} \left[\left(\frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \right) \left(\frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] X_{BH}$$

- **$j=8$ Hydrolyse de l'azote organique**

$$\rho_8 = \rho_7 (X_{ND}/X_S)$$

II.7.3. Taux de conversion observé

Les taux de conversion observés (r_i) résultent de combinaisons de procédés de base:

$$r_i = \sum_j v_{ij} \rho_j$$

S_I ($i=1$)

$$r_1 = 0$$

S_S ($i=2$)

$$r_2 = -\frac{1}{Y_H} \rho_1 - \frac{1}{Y_H} \rho_2 + \rho_7$$

X_I ($i=3$)

$$r_3 = 0$$

X_S ($i=4$)

$$r_4 = (1 - f_p)\rho_4 + (1 - f_p)\rho_5 - \rho_7$$

X_{BH} (i=5)

$$r_5 = \rho_1 + \rho_2 - \rho_4$$

X_{BA} (i=6)

$$r_6 = \rho_3 - \rho_5$$

X_P (i=7)

$$r_7 = f_p\rho_4 + f_p\rho_5$$

S_O (i=8)

$$r_8 = -\frac{1 - Y_H}{Y_H} \rho_1 - \frac{4.57}{Y_A} \rho_3$$

S_{NO} (i=9)

$$r_9 = -\frac{1 - Y_H}{2.86Y_H} \rho_2 + \frac{1}{Y_A} \rho_3$$

S_{NH} (i=10)

$$r_{10} = -i_{XB}\rho_1 - i_{XB}\rho_2 - \left(i_{XB} + \frac{1}{Y_A}\right)\rho_3 + \rho_6$$

S_{ND} (i=11)

$$r_{11} = -\rho_6 + \rho_8$$

X_{ND} (i=12)

$$r_{12} = (i_{XB} - f_p i_{XB})\rho_4 - (i_{XB} - f_p i_{XB})\rho_5 - \rho_8$$

S_{alk} (i=13)

$$r_{13} = -\frac{i_{XB}}{14}\rho_1 + \left(\frac{1 - Y_H}{14 \cdot 2.86 Y_H} - \frac{i_{XB}}{14}\right)\rho_2 - \left(\frac{i_{XB}}{14} + \frac{1}{7 Y_A}\right)\rho_3 + \frac{1}{14}\rho_6$$

Paramètre	symbole	Unité	valeur
Rendement de conversion des hétérotrophes	Y_H	$\text{gO}_2_X\text{ba} \cdot \text{gN}^{-1}$	0.67
Rendement de conversion des autotrophes	Y_A	$\text{gO}_2_X\text{bh} \cdot \text{gO}_2_S\text{s}^{-1}$	0.24
Fraction de DCO inerte issue du décès de la biomasse	f_p	-	0.08
Proportion d'azote dans la biomasse	i_{XB}	$\text{gN} \cdot \text{gO}_2^{-1}$	0.08
Proportion d'azote dans les produits de la biomasse	i_{XP}	$\text{gN} \cdot \text{gO}_2^{-1}$	0.06

Tableau 2.2: Paramètres stœchiométriques

Paramètre	symbole	Unité	valeur
Taux de croissance spécifique maximal des hétérotrophes	μ_H	j^{-1}	4.0
Taux de mortalité des hétérotrophes	b_H	j^{-1}	0.3
Constante d'affinité en substrat des hétérotrophes	K_S	$\text{mgO}_2 \cdot \text{L}^{-1}$	10
Constante d'affinité en oxygène des hétérotrophes	$K_{O,H}$	$\text{mgO}_2 \cdot \text{L}^{-1}$	0.20
Constante d'affinité en nitrates des hétérotrophes dénitrifiants	K_{NO}	$\text{mgNO}_3\text{-N} \cdot \text{L}^{-1}$	0.50
Taux de croissance maximal des autotrophes	μ_A	j^{-1}	0.5
Taux de mortalité des autotrophes	b_A	j^{-1}	0.05
Constante d'affinité en ammoniacale des autotrophes	$K_{O,A}$	$\text{mgO}_2 \cdot \text{L}^{-1}$	1.0
Constante d'affinité en oxygène des autotrophes	K_{NH}	$\text{mgNH}_3\text{-N} \cdot \text{L}^{-1}$	0.40
Facteur de correction pour la croissance anoxie des hétérotrophes	η_g	-	0.8
Taux d'ammonification	K_a	$\text{m}^3 \cdot (\text{gO}_2 \cdot \text{j})^{-1}$	0.05
Taux maximal spécifique d'hydrolyse	K_h	$\text{gO}_2_X\text{s} \cdot (\text{gO}_2_X\text{bh} \cdot \text{j})^{-1}$	3.0
Constante d'affinité en substrat particulaire pour l'hydrolyse	K_X	$\text{gO}_2_X\text{s} \cdot \text{gO}_2_X\text{bh}^{-1}$	0.1
Facteur de correction pour l'hydrolyse en phase anoxie	η_h	-	0.8

Tableau 2.3: Coefficients cinétiques

II.7.4. Décanteur

Le décanteur est modélisé par 10 couches sans réaction biologique, La 6ème couche (comptant de bas en haut) est la couche d'alimentation. Le décanteur a une superficie (A) de 1 500m². La hauteur de chaque couche m (z_m) est égale 0.4 m pour une hauteur totale égale à 4m. Par conséquent, le volume de décanteur est égal à 6000 m³.

Le flux massif dû à la gravité est $J_s = v_s(X)X$

Avec X est la concentration totale de la boue.

Une fonction de vitesse de sédimentation à double-exponentielle a été sélectionnée:

$$v_s(X) = \max [0, \min\{v'_0, v_0(e^{-r_h(X-X_{min})} - e^{-r_p(X-X_{min})})\}]$$

Avec $X_{min} = f_{ns}X_f$

Les valeurs des paramètres de la fonction de vitesse de sédimentation sont données par

	paramètre	unité	valeur
vitesse de sédimentation maximale	v'_0	m.j ⁻¹	250.0
vitesse de sédimentation Vesilind maximale	v_0	m.j ⁻¹	474
paramètre de la zone de sédimentation entravée	r_h	m ³ .(g SS) ⁻¹	0.000576
paramètre de la zone de décantation Floculant	r_p	m ³ .(g SS) ⁻¹	0.00289
fraction non décantable	f_{ns}	-	0.00228

Tableau2.4: paramètres de décanteur

Selon ces notations, les bilans massiques pour les boues sont écrits comme suit:

Pour la couche de l'alimentation (m=6)

$$\frac{dX_m}{dt} = \frac{\frac{Q_f X_f}{A} + J_{clar,m+1} - (v_{up} - v_{dn})X_m - \min(J_{s,m}, J_{s,m-1})}{z_m}$$

Pour les couches intermédiaires en dessous de la couche de l'alimentation (m=2 à m=5)

$$\frac{dX_m}{dt} = \frac{v_{dn}(X_{m+1} - X_m) + \min(J_{s,m}, J_{s,m+1}) - \min(J_{s,m}, J_{s,m-1})}{z_m}$$

Pour la couche de fond (m=1)

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{v_{dn}(X_2 - X_1) + \min(J_{s,2}, J_{s,1})}{Z_1}$$

Pour les couches intermédiaires au-dessus de la couche d'alimentation ($m = 7$ à $m = 9$)

$$\frac{dX_m}{dt} = \frac{v_{up}(X_{m-1} - X_m) + J_{clar,m+1} - J_{clar,m}}{Z_m}$$

$$J_{clar,j} = \begin{cases} \min(v_{s,j}X_j, v_{s,j-1}X_{j-1}) & \text{si } X_{j-1} > X_t \\ \text{ou} \\ v_{s,j}X_j & \text{si } X_{j-1} < X_t \end{cases}$$

Pour la couche supérieure ($m = 10$)

$$\frac{dX_{10}}{dt} = \frac{v_{up}(X_9 - X_{10}) - J_{clar,10}}{Z_{10}}$$

$$\text{Avec } J_{clar,10} = \begin{cases} \min(v_{s,10}X_{10}, v_{s,9}X_9) & \text{si } X_9 > X_t \\ \text{ou} \\ v_{s,10}X_{10} & \text{si } X_9 < X_t \end{cases}$$

Le seuil de concentration X_t est égal à $3\,000 \text{ g.m}^{-3}$.

Pour les composants solubles (y compris l'oxygène dissous), chaque couche représente un volume complètement mélangé et les concentrations des composants solubles sont en conséquence:

Pour la couche d'alimentation ($m = 6$)

$$\frac{dZ_m}{dt} = \frac{\frac{Q_f Z_f}{A} - (v_{dn} + v_{up})Z_m}{Z_m}$$

Pour les couches $m = 1$ à 5

$$\frac{dZ_m}{dt} = \frac{v_{dn}(Z_{m+1} - Z_m)}{Z_m}$$

Pour les couches $m = 7$ à 10

$$\frac{dZ_m}{dt} = \frac{v_{up}(Z_{m-1} - Z_m)}{Z_m}$$

$$v_{dn} = \frac{Q_u}{A} = \frac{Q_r + Q_w}{A}$$

$$v_{up} = \frac{Q_e}{A}$$

Les concentrations dans le flux de recyclage et de l'excès de boue sont égales à ceux de la 1ère couche (couche inférieure):

$$Z_u = Z_1$$

Pour calculer la concentration des boues à partir des concentrations dans le compartiment 5 du réacteur à boues activées:

$$X_f = \frac{1}{f r_{COD-SS}} (X_{S,5} + X_{P,5} + X_{I,5} + X_{B,H,5} + X_{B,A,5})$$

Si $f r_{COD-SS} = 4/3$.

II.8. Simulation du modèle

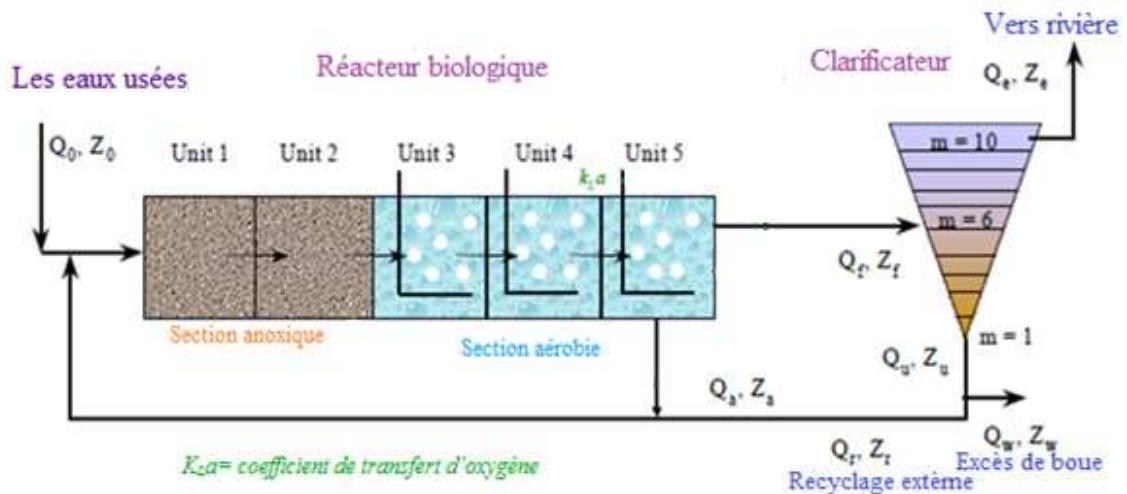


Figure 2.5: Aperçu générale de BSM1 (Benchmark Simulation Model no. 1)

II.8.1. Caractéristiques générales

La station est conçue pour un taux de débit moyen au temps sec de $18\,446\text{ m}^3.\text{j}^{-1}$ et une DCO biodégradable dans l'influent de moyenne 300 g.m^{-3} . Son temps de rétention hydraulique (basée sur le taux moyen du débit au beau temps et le volume total du réservoir, " le réacteur biologique + clarificateur " de $12\,000\text{ m}^3$) est 14.4 heures. Le volume du réacteur biologique et de clarificateur est égal à 6000 m^3 à chacun. Le débit de l'excès de boue est égal à $385\text{ m}^3.\text{j}^{-1}$. Cela correspond à un âge de boue de biomasse d'environ 9 jours (basé sur le montant total de la biomasse présente dans le système).

Les dynamiques des influents sont définis au moyen de trois fichiers: beau temps, temps de pluie (une combinaison de beau temps et d'une longue période de pluie) et temps d'orage (une combinaison de beau temps avec deux événements d'orage).

Le groupe de travail du programme européen COST 624 a proposé un simulateur complet du traitement secondaire par boues activées d'un effluent urbain. Ce simulateur a été développé dans le but de fournir un outil objectif de comparaison des différentes stratégies de commande et donc de stimuler les recherches sur l'optimisation des performances des procédés d'épuration. Ce simulateur est largement utilisé comme outil de référence. La configuration de cette station est donnée par la figure (2.5). Elle est composée d'un réacteur et d'un clarificateur. Le réacteur étant scindé en cinq bassins : deux bassins anoxiques parfaitement agités et trois bassins aérobies également parfaitement agités. Une boucle de recirculation interne représente le retour de l'effluent du dernier compartiment aérobie vers le premier compartiment anoxique. Les boues à la sortie du clarificateur sont extraites et recyclées avec une boucle de recirculation externe.

Pour modéliser les phénomènes biologiques et les phénomènes de décantation au sein de ce procédé de traitement, deux modèles ont été employés : le modèle ASM1, décrit précédemment, pour la partie biologique et la formulation proposée par [61] appliquée à un clarificateur 10 couches pour la décantation. Pour la partie biologique, le nombre global de variables d'état est de 65 et le nombre de paramètres (rendements et cinétiques des réactions biologiques) de 19.

Nombre de compartiment : 5.

Compartiments non-aérés : 1-2.

Compartiments aérés :

- Compartiments 3-4 avec un coefficient de transfert d'oxygène constant ($K_L a = 10 \text{ h}^{-1} = 240 \text{ j}^{-1}$).
- Compartiment 5 avec la concentration de l'oxygène dissout est contrôlée au niveau $2 \text{ g (-DCO).m}^{-3}$ par manipulation de $K_L a$.

La modélisation globale du procédé est donnée par un bilan de matière sur chacun des compartiments:

Compartiment n°1 :

$$\frac{dZ_1}{dt} = \frac{1}{V_1} \cdot (Q_0 \cdot Z_0 + Q_r Z_r + Q_a Z_a + r_1 V_1 - Q_1 Z_1)$$

Compartiment n°k ($2 \leq k \leq 5$) :

$$\frac{dZ_k}{dt} = \frac{1}{V_k} \cdot (Q_{k-1} \cdot Z_{k-1} + r_k V_k - Q_k Z_k)$$

Où

Z_k : vecteur contenant les 13 variables d'état associées au compartiment k .

Z_0 : vecteur contenant les 13 variables d'état associées à l'effluent d'entrée.

Z_r : vecteur contenant les 13 variables d'état associées à la boucle de recyclage.

Z_a : vecteur contenant les 13 variables d'état associées à la boucle de recirculation interne.

V_k (m^3) : volume du bassin k .

r_k : vecteur des vitesses globales biologiques pour le compartiment k .

Q_l ($m^3 \cdot j^{-1}$) : flux traversant le premier compartiment, $Q_l = Q_0 + Q_r + Q_a$.

Q_k ($m^3 \cdot j^{-1}$) : flux traversant le compartiment k , $Q_k = Q_l$.

Du fait de l'apport d'oxygène dans les compartiments 3 à 5, l'équation différentielle de SO comporte un terme supplémentaire ($3 \leq k \leq 5$) :

$$\frac{dS_{O_K}}{dt} = \frac{1}{V_K} \cdot (Q_{K-1} \cdot S_{O_{K-1}} + r_{S_{O_K}} \cdot V_K - Q_K \cdot S_{O_K}) + K_L a (S_O^* - S_{O_K})$$

Où

$k_L a$: coefficient de transfert de l'oxygène contenu dans les bulles d'air vers l'effluent (j^{-1}).

S_O^* : concentration d'oxygène dissous à saturation à l'équilibre thermodynamique ($mgO_2 \cdot L^{-1}$).

II.8.2 Constitution des bases de données urbaines

La composition d'un effluent urbain et son débit sont en fonction de l'heure et du jour et aussi phénomènes météorologiques. Les jeux de données proposés pour ce modèle de référence, au nombre de trois, sont représentatifs de cette dynamique, chacun étant d'une durée de 14 jours (beau temps, temps de pluie, temps d'orage). Les jeux de référence pour les variables d'état (sortie zone anoxique, sortie zone aérobie) et les variables de recyclage ont ensuite été constitués en simulant le modèle de référence complet avec les trois jeux d'entrée *temps sec*, *temps de pluie* et *temps d'orage*.

II.8.1. Deuxième bioréacteur anoxique

II.8.1.1. Beau temps

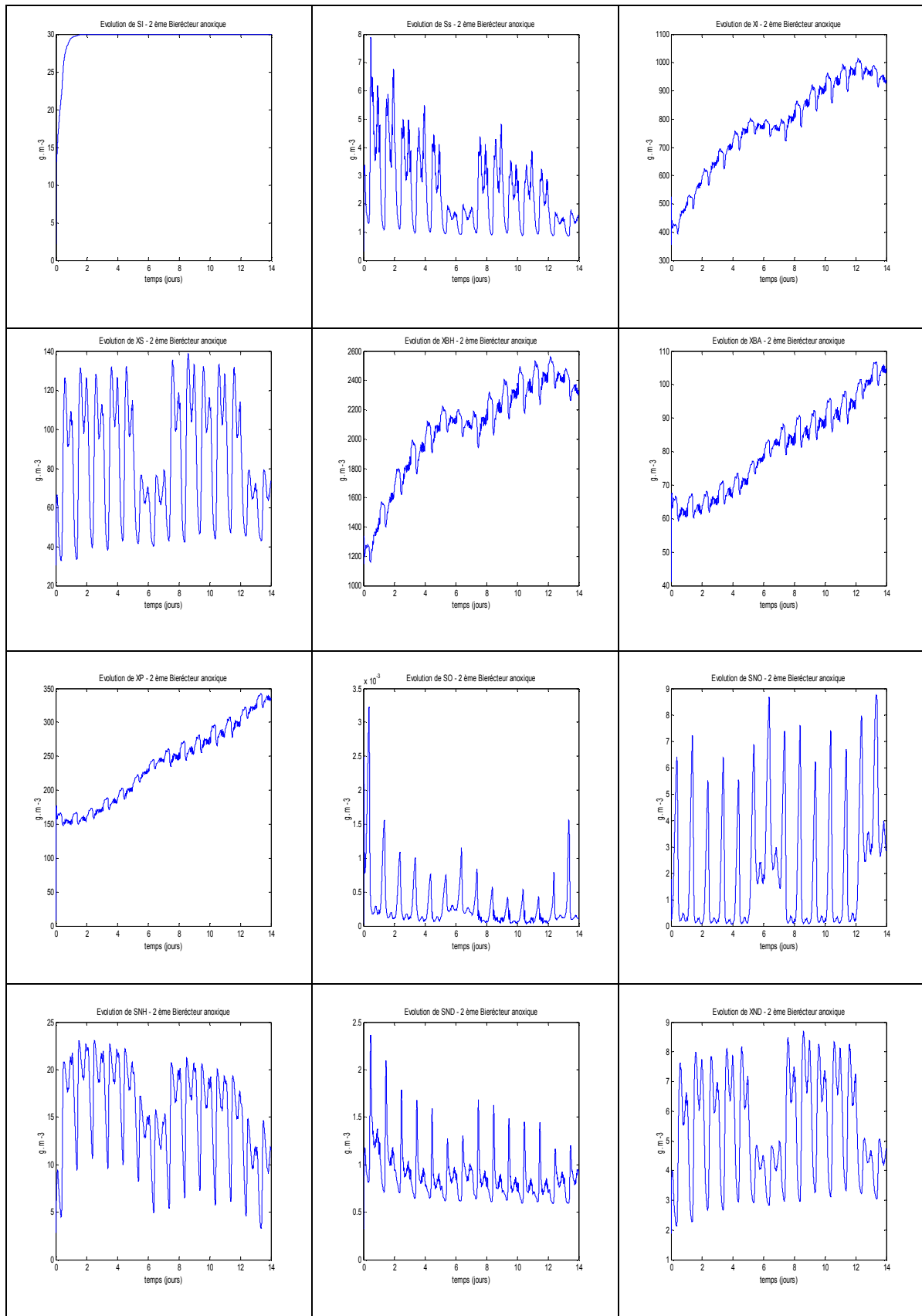


Figure 2.7 : Evolution des états non-linéaires dans le deuxième bioréacteur avec le beau temps.

II.8.1.2. Temps de pluie

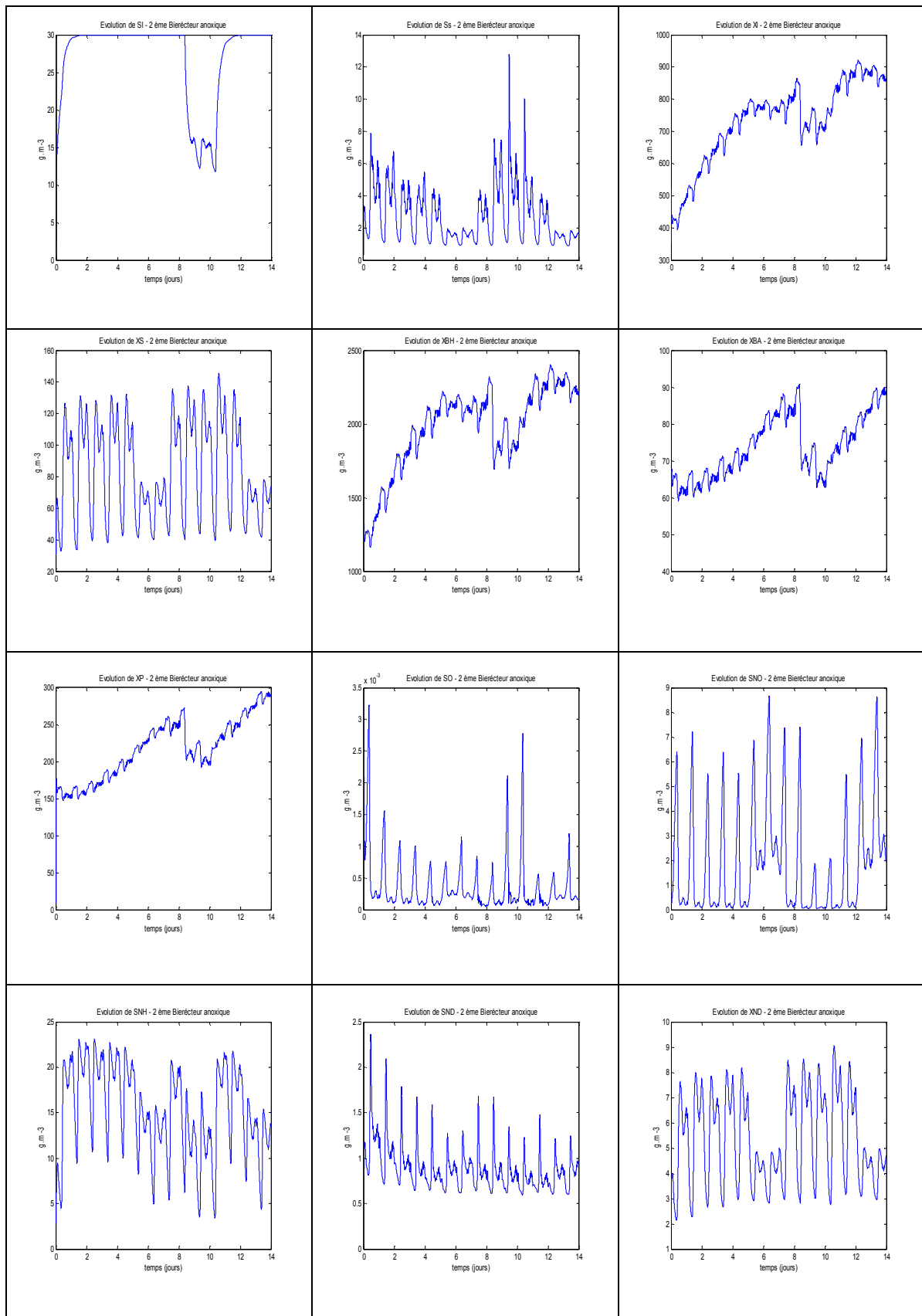


Figure 2.8 : Evolution des états non-linéaires dans le deuxième bioréacteur avec le temps de pluie.

II.8.1.3. Temps d'orage

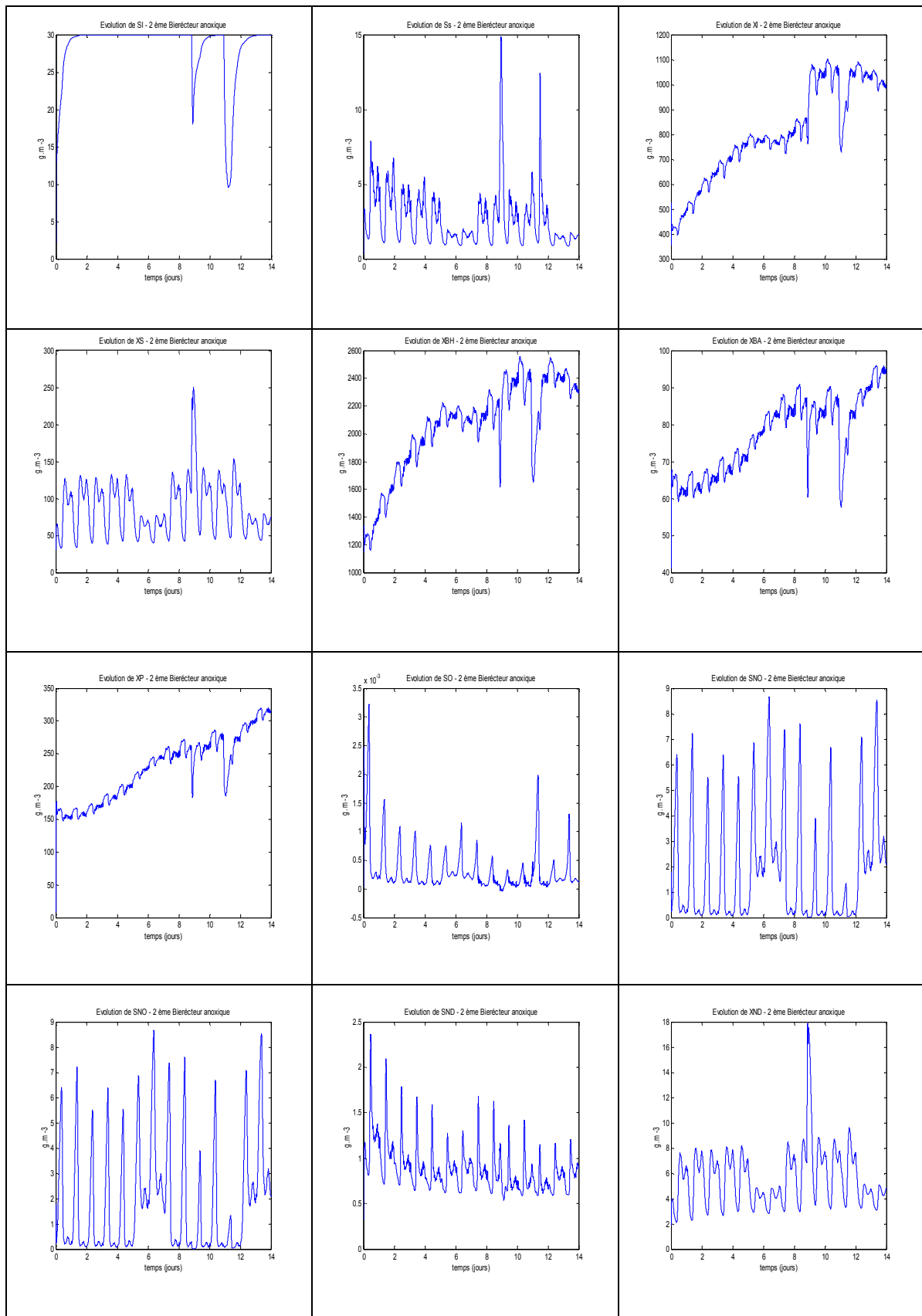


Figure 2.9 : Evolution des états non-linéaires dans le deuxième bioréacteur avec le temps d'orage.

II.8.2. Troisième bioréacteur aérobie

II.8.1.2. Beau temps

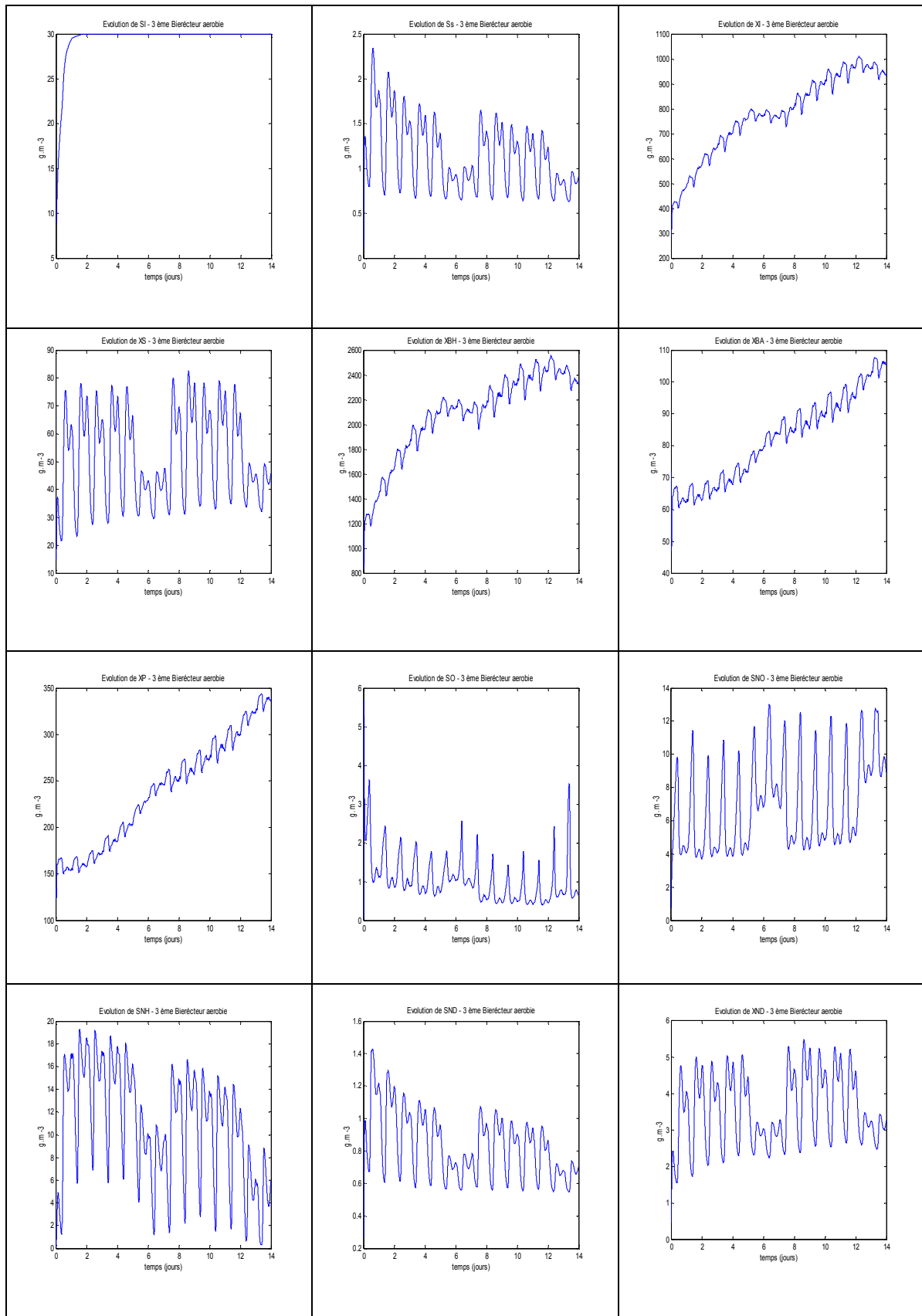


Figure 2.10 : Evolution des états non-linéaires dans le cinquième bioréacteur avec le beau temps.

II.8.1.2. Temps de pluie

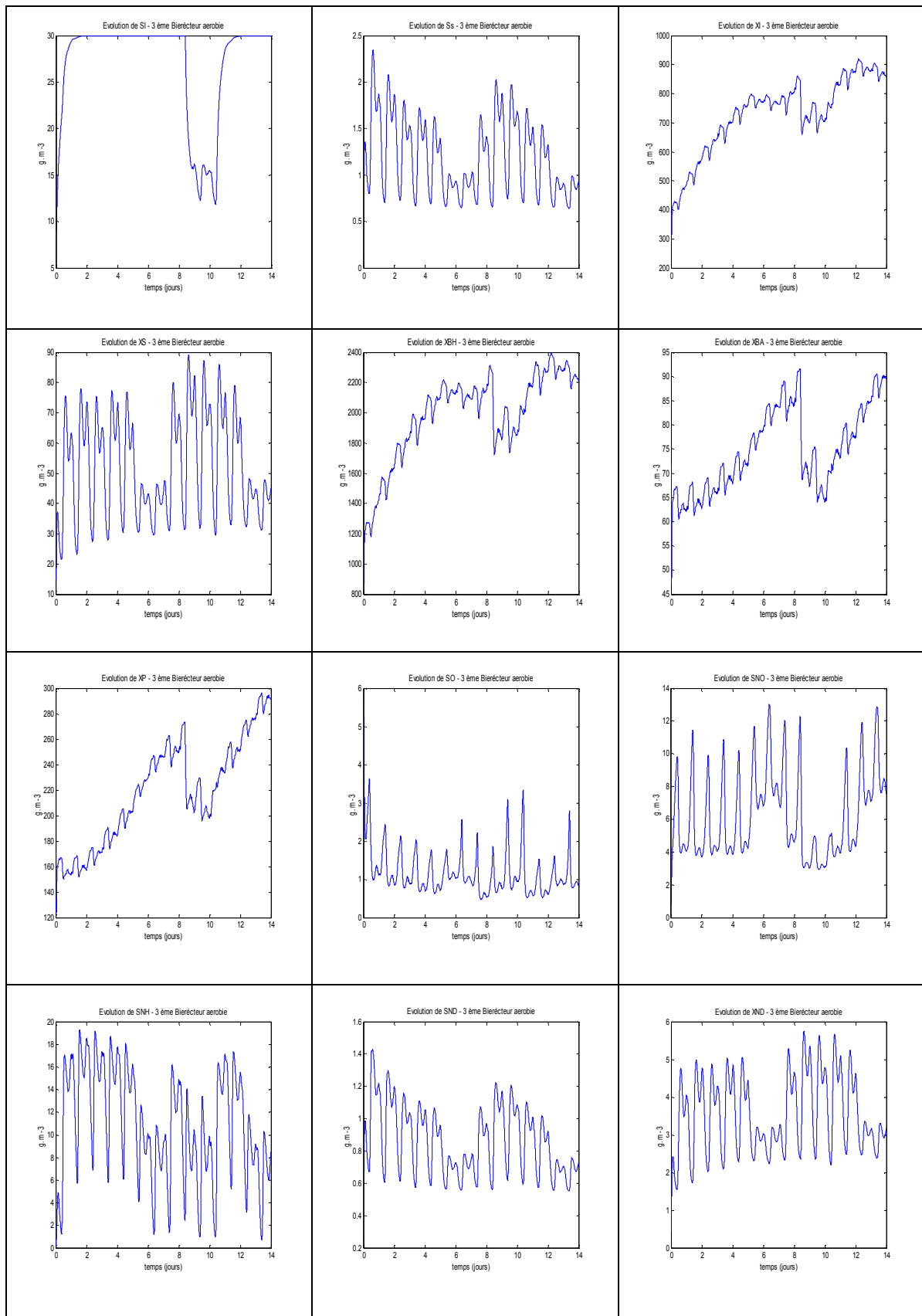


Figure 2.11 : Evolution des états non-linéaires dans le cinquième bioréacteur avec le temps de pluie.

II.8.1.2. Temps d'orage

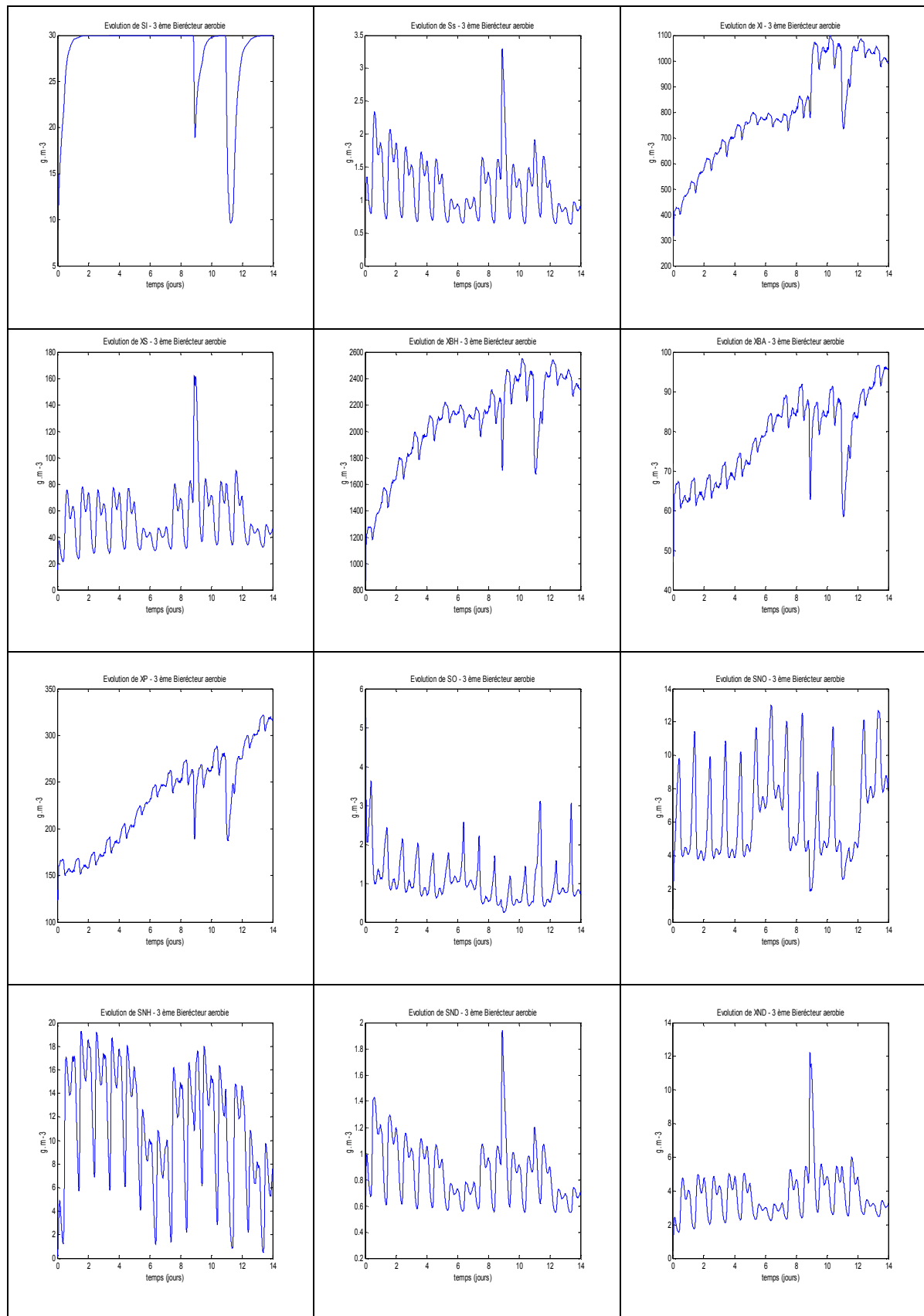


Figure 2.12 : Evolution des états non-linéaires dans le cinquième bioréacteur avec le temps d'orage.

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté le modèle complet du procédé à boues activées connu par ASM1 (Activated Sludge Model 1). Qu'on va l'utiliser dans le reste du mémoire comme une application d'une récente technique de commande et d'estimation développée au cours de ces dernières années.

La simulation du modèle est faite sous MATLAB/Simulink à l'aide de S-function (le code MATLAB (S-function) du modèle ASM1 est présenté dans annexe III).

Chapitre III

Estimation des états inconnus du modèle ASM1

III.1.Introduction

Les systèmes des eaux usées n'ont généralement pas beaucoup d'instrumentations qui fournissent des mesures exactes, en raison de leur complexité. Ainsi, très peu d'informations sont disponibles pour la surveillance et le contrôle. Cela empêche le suivi de la qualité des effluents et, par conséquent, les normes de pollution ne peuvent être garanties. Bien que certains capteurs récents fournissent des mesures physiques en ligne, mais pour de nombreuses raisons; leur coût, leur entretien, ont limité leur installation et leur utilisation. D'où la conception et la mise en œuvre de capteurs logiciels sont encore pertinentes et utiles [6]. Le but de ce chapitre est de proposer un estimateur non linéaire qui peut être facilement mis en œuvre sur un processus réel.

Le problème du filtrage consiste à déterminer des estimateurs de variables d'état lorsque l'environnement présente des perturbations aléatoires. Le comportement dynamique d'un processus peut être entièrement décrit par l'évolution de ses variables d'état. Pour le contrôle et la supervision d'un système dynamique, la connaissance de ces variables est cruciale. Malheureusement, ces variables ne sont généralement pas accessibles pour les mesures. Ce problème peut être résolu, sous certaines conditions, par l'introduction d'un estimateur d'état dont la mission sera de fournir une estimation du vecteur d'état du système en fonction des informations disponibles sur les entrées et sorties du système, et un modèle dynamique du processus [66].

Une des principales difficultés dans la surveillance et le contrôle des réacteurs biologiques réside dans l'absence, dans la plupart des applications, des capteurs fiables capables de fournir directement des mesures en ligne des variables d'état biologiques. La conception d'observateurs d'état, également appelés capteurs logiciels pour la surveillance en ligne des variables d'état qui ne sont pas mesurables en temps réel, elle a ainsi reçu une attention importante dans la littérature, et elle a donné lieu à de nombreuses applications pratiques [12].

Les observateurs classiques utilisés dans le cadre de systèmes non linéaires sont, par exemple, le filtre de Kalman étendu, l'observateur de Luenberger étendu et, plus récemment, l'observateur à gain élevé [13,37]. Mais même si ces observateurs sont largement utilisés dans la pratique, ils supposent que la structure du modèle, des paramètres, et les perturbations qui affectent le processus, sont parfaitement connus.

Il est bien connu que les variables d'état observées pourraient fournir de mauvaises estimations des vraies valeurs, surtout pour les bioprocédés très incertains.

La meilleure estimation du vecteur d'état $x(t)$ à travers un intervalle de temps dépend généralement sur le critère utilisé pour dériver l'algorithme d'estimation [66].

III.2. Filtre de Kalman continu

III.2.1. Introduction

James Follin, A. G. Carlton, James Hanson, and Richard Bucy ont développé le filtre de Kalman à temps continu dans un travail non publié pour le laboratoire de physique appliquée de Johns Hopkins dans la fin des années 1950.

Rudolph Kalman a développé indépendamment le filtre de Kalman à temps discret en 1960. En Avril 1960 Kalman et Bucy ont collaboré leurs travaux dans une publication de filtre de Kalman continu. Ce filtre est parfois mentionné le filtre de Kalman-Bucy. La plus grande majorité des applications de filtre de Kalman étendu est sous ordinateurs. Cependant, il y a encore des opportunités pour appliquer le filtre de Kalman continu (ex. circuits analogiques). Par ailleurs la dérivation du filtre de Kalman continu est instructive d'un point de vue pédagogique. Finalement, les estimateurs d'état continus peuvent être analysés en utilisant le concept des domaines fréquentielles. Qui fournissent un avantage par rapport au filtre de Kalman à temps discret [2]. Dans la lumière de ces facteurs, on va présenter le filtre de Kalman à temps continu.

Notre description de filtre de Kalman à temps continu commence avec la description du filtre de Kalman à temps discret, et prend alors la limite du pas du temps tend vers zéro.

III.2.2 Bruit blanc dans le temps continu et le temps discret

Dans cette section on va montrer les relations entre bruit blanc à temps discret et bruit blanc à temps continu, nous avons besoin d'apprendre ces relations parce que nous allons tirer le filtre de Kalman à temps continu comme un cas spécial du filtre de Kalman à temps discret par la diminution du temps d'échantillonnage vers zéro.

Premièrement on va discuter les relations entre le bruit de processus à temps discret et le bruit de processus à temps continu, et après on va illustrer les relations entre le bruit de mesure à temps discret et le bruit de mesure à temps continu.

III.2.2.1. Bruit de processus

On considère le système à temps discret suivant, avec le temps d'échantillonnage T , et une matrice de transition égale à la matrice d'identité:

$$\begin{aligned}x_k &= x_{k-1} + w_{k-1} \\w_k &\sim (0, Q) \\x_0 &= 0\end{aligned}\tag{3.1}$$

Avec w_k est le bruit blanc à temps discret.

On va voir maintenant l'effet de covariance sur l'état. On peut résoudre ce système à temps discret comme suit :

$$x_k = w_0 + w_1 + \dots + w_{k-1}\tag{3.2}$$

La covariance de l'état est alors donnée par :

$$\begin{aligned}E[x_k x_k^T] &= E[(w_0 + w_1 + \dots + w_{k-1})(w_0 + w_1 + \dots + w_{k-1})^T] \\&= E[w_0 w_0^T] + E[w_1 w_1^T] + \dots + E[w_{k-1} w_{k-1}^T] \\&= kQ\end{aligned}\tag{3.3}$$

La valeur du paramètre t en temps continu est égale aux nombres de pas d'échantillonnages k fois le temps d'échantillonnage T . c à d : $t = kT$

On voit donc que :

$$\begin{aligned}E[x(t) x^T(t)] &= E[x_k x_k^T] \\&= kQ\end{aligned}\tag{3.4}$$

La covariance de l'état augmente linéairement avec le temps pour un temps d'échantillonnage T donné.

Maintenant on considère le système à temps continu :

$$\dot{x}(t) = w(t) \quad (3.5)$$

Avec $w(t)$ est un bruit blanc à temps continu.

On propose la définition suivante du bruit blanc à temps continu :

$$E[w(t)w^T(\tau)] = \frac{Q}{T} \delta(T - \tau) \quad (3.6)$$

Avec Q et T sont les mêmes avec celle de système à temps discret, $\delta(T - \tau)$ est la réponse impulsionnelle; c'est une fonction à la valeur ∞ à $t = \tau$ et la valeur 0 ailleurs et de surface égale à 1.

Maintenant on calcule la covariance de $x(t)$ dans l'équation (3.5)

$$\begin{aligned} E[x(t)x^T(t)] &= E\left[\int_0^t w(\alpha) d\alpha \int_0^t w^T(\beta) d\beta\right] \\ &= \int_0^t \int_0^t [w(\alpha)w^T(\beta)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (3.7)$$

On substitue l'équation (3.6) dans (3.7) on trouve :

$$\begin{aligned} E[x(t)x^T(t)] &= \int_0^t \int_0^t \frac{Q}{T} \delta(\alpha - \beta) d\alpha d\beta \\ &= \int_0^t \frac{Q}{T} d\beta \\ &= \frac{Qt}{T} \end{aligned} \quad (3.8)$$

On rappelle que $t = kT$ donc :

$$E[x(t)x^T(t)] = Qk \quad (3.9)$$

En comparant cette équation avec l'équation (3.4) on voit que la covariance de l'état dans le système à temps continu augmente avec le temps exactement comme la covariance de l'état dans le système à temps discret.

La moyenne zéro du bruit blanc à temps continu est notée par :

$$w(t) \sim (0, Q) \quad (3.10)$$

Ce qui est équivalent à dire :

$$E[w(t)w^T(\tau)] = Q_c \delta(t - \tau) \quad (3.11)$$

III.2.2.2. Bruit de mesure

Supposons que nous avons des mesures à temps discret de constante x à chaque T seconds. Les temps de mesures sont $t_k = kT$ ($k = 1, 2, \dots$) :

$$x_k = x_{k-1}$$

$$y_k = x_k + v_k$$

$$v_k \sim (0, R) \quad (3.12)$$

Des équations de filtre de Kalman, on trouve que la covariance de l'erreur de l'estimation à posteriori est donnée par :

$$P_{k+1}^+ = \frac{P_k^+ R}{P_k^+ + R} \quad (3.13)$$

Cette équation peut être représenté par :

$$\begin{aligned} P_k^+ &= \frac{P_0 R}{k P_0 + R} \\ \lim_{P_0 \rightarrow \infty} P_k^+ &= \frac{R}{k} \\ &= \frac{RT}{t_k} \end{aligned} \quad (3.14)$$

La covariance de l'erreur au temps t_k est indépendante du temps d'échantillonnage T si :

$$R = \frac{R_c}{T} \quad (3.15)$$

Avec R_c une constante, cela implique que :

$$\lim_{T \rightarrow 0} R = R_c \delta(t) \quad (3.16)$$

Avec $\delta(t)$ est la fonction impulsion au temps continu. Ceci établit l'équivalence entre bruit blanc de mesure au temps discret et bruit blanc de mesure au temps continu. L'effet de bruit blanc de mesure dans le temps discret et continu est le même si :

$$v_k \sim (0, R)$$

$$v(t) \sim (0, R_c) \quad (3.17)$$

L'équation (2.15) présente les relations existantes entre R et R_c , et la seconde équation ci-dessus est un raccourci pour dire :

$$E[v(t)v(\tau)] = R_c \delta(t - \tau) \quad (3.18)$$

III.2.3. Résumé du filtre de Kalman continu

Le filtre de Kalman est peut être résumé comme suit :

- 1- les équations de la dynamique du système et les équations de mesures sont données par :

$$\dot{x} = Ax + Bu + w \quad (3.19)$$

$$y = Cx + v \quad (3.20)$$

$$w \sim (0, Q_c) \quad (3.21)$$

$$v \sim (0, R_c) \quad (3.22)$$

On note que $w(t)$ et $v(t)$ sont des bruits blancs de processus et de mesure respectivement.

2- les équations de filtre de Kalman sont données par :

$$\hat{x}(0) = E[(x(0)] \quad (3.23)$$

$$P(0) = E[(x(0) - \hat{x}(0))(x(0) - \hat{x}(0))^T] \quad (3.24)$$

$$K = PC^T R_c^{-1} \quad (3.25)$$

$$\hat{\dot{x}} = Ax + Bu + K(y - C\hat{x}) \quad (3.26)$$

$$\dot{P} = -PC^T R_c^{-1} CP + AP + PA^T + Q_c \quad (3.27)$$

III.3. Le filtre de Kalman étendu

L'estimateur de Kalman est un estimateur optimal stochastique linéaire qui permet d'estimer les états d'un système basé sur un modèle d'espace d'état linéaire. L'estimateur de Kalman étendu utilise la linéarisation locale pour étendre la portée de l'estimateur de Kalman pour les systèmes décrits par des équations différentielles non linéaires [47].

L'état du système au temps t est modélisé comme une variable x stochastique. L'évolution de l'état dans le temps est exprimée par:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) + G(t)w(t) \quad (3.28)$$

$$y(t) = h(x(t), t) + v(t) \quad (3.29)$$

Avec:

$x(t)$, $u(t)$ et $y(t)$ sont la matrice d'évolution, le vecteur d'entrée et le vecteur de mesure respectivement. $f(x(t), u(t), t)$ et $h(x(t), t)$ sont supposées continues et différentiables. Et $w(t)$ est un vecteur de bruit de processus de dimension n qui est supposé de moyenne nulle, processus gaussien avec une matrice de covariance $Q(t)$ de dimension $n \times n$. $v(t)$ est le vecteur de bruit de mesure de dimension m qui est supposé de moyenne nulle, processus gaussien avec une variance $R(t)$. Le bruit de processus et le bruit de mesure sont supposés non corrélés.

Algorithme du Filtre de Kalman Etendu

Initialisation

$$\hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (3.30)$$

$$P_0 = E\{\tilde{x}(t_0)\tilde{x}^T(t_0)\} \quad (3.31)$$

Gain

$$K(t) = P(t)H^T(\hat{x}, t)R^{-1}(t) \quad (3.32)$$

Covariance

$$\dot{P}(t) = F(\hat{x}, t)P(t) + P(t)F^T(\hat{x}, t) - P(t)H^T(\hat{x}, t)R^{-1}(t)H(\hat{x}, t)P(t) + G(t)Q(t)G^T(t) \quad (3.33)$$

Avec:

$$F(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t)} \quad (3.34)$$

$$H(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t)} \quad (3.35)$$

Estimation

$$\hat{\dot{x}}(t) = f(\hat{x}, u, t) + K(t)[y(t) - h(\hat{x}, t)] \quad (3.36)$$

III.4.Observateur de SDDRE

L'approche de l'équation de Riccati dépendante d'état développée au cours des dernières années, traite la dynamique des systèmes non linéaires, avec des caractéristiques des performances prometteuses, elle a été utilisée dans le développement des filtres et des commandes non linéaires pour certains problèmes de Benchmark et pour l'estimation de l'état [1].

On considère le système non linéaire donné par $\{(3.28), (3.29)\}$:

On suppose que le système non linéaire peut être écrit sous la forme:

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)x(t) + G(t) \quad (3.37)$$

$$y(t) = C(x)x \quad (3.38)$$

L'état estimé $\hat{x}$ est donné par :

$$\dot{\hat{x}} = A(\hat{x})\hat{x} + L(t)[y - C(\hat{x})\hat{x}], \quad \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \quad (3.39)$$

Avec le gain du filtre donné par :

$$L(t) = P(t)C^T(\hat{x})R^{-1} \quad (3.40)$$

Et $P(t)$ est la solution de l'équation différentielle de Riccati :

$$\dot{P}(t) = P(t)A^T(\hat{x}) + A(\hat{x})P(t) - P(t)C^T(\hat{x})R^{-1}C(\hat{x})P(t) + Q \quad (3.41)$$

III.5. Etude de la stabilité de SDDRF

SDDRF est l'un des méthodologies les plus rapidement émergées pour la conception de l'estimateur d'état [15, 31]. Et son capacité a été démontrée dans des applications différentes grâce à une vaste simulation numérique [30, 51]. L'observateur basé sur l'approche de SDRE utilise le paramétrage pour transformer le système non linéaire à un système linéaire avec des coefficients dépendants de l'état (SDC) et il supprime la nécessité du calcul de la matrice jacobienne comme dans le filtre de Kalman étendu (voir [3] et [4]). Par ailleurs, à cause du choix non unique de la forme SDC dans le cas des systèmes multi-variables [15], on peut utiliser les degrés de liberté supplémentaires pour régler le problème de non observabilité dans les techniques de filtrages classiques.

En effet, la structure de SDRE a une structure de filtre de Kalman étendu et le gain de Kalman est obtenu par la résolution de l'équation algébrique de Riccati qui peut avoir un coût de calcul important pour les systèmes à grand échelle. Par ailleurs, si une perte de l'observabilité se produit au cours de certaines intervalles de temps, alors l'équation algébrique de Riccati n'aurait pas de solution durant ces intervalles de temps [35].

L'approche SDDRF proposée récemment est dérivée par suppression de l'hypothèse de l'horizon de temps infini et on le remplaçant par l'horizon de temps fini,

c'est-à-dire on remplace l'équation algébrique de Riccati par l'équation différentielle de Riccati [35].

Cette alternative répond aux questions du coût de calcul élevé et l'exigence d'observabilité potentiellement restrictive dans la forme algébrique de l'estimateur.

Malgré l'utilité pratique supérieure de SDREF, il n'a pas été analysé d'une manière mathématique rigoureuse pour une longue période. Banks et al. [31] ont montré la convergence locale de temps continu basée SDDRF sous certaines conditions de Lipchitz et un fractionnement en particulier des matrices dépendantes de l'Etat.

Dans la suite on va démontrer que l'erreur du système est asymptotiquement stable à zéro, pour développer la théorie nous avons besoin des remarques et des observations suivantes [31]:

Remarque

L'observateur basé sur SDRE a une solution à chaque x dans le domaine d'état, y compris $x = 0$.

On définit :

$$A_0 = A(0) \text{ et } C_0 = C(0) \quad (3.42)$$

Alors la solution à $x = 0$ est P_0 qui est la solution de l'équation différentielle de Riccati.

Par conséquent, chaque matrice dépendante de l'état peut être représentée par les formes suivantes :

$$A(x) = A_0 + \Delta A(x) \quad (3.43)$$

$$C(x) = C_0 + \Delta C(x) \quad (3.44)$$

$$P(x) = P_0 + \Delta P(x) \quad (3.45)$$

Il s'ensuit directement :

$$L(x) = L_0 + \Delta L(x) \text{ avec } L_0 = P_0 C_0^T R^{-1} \quad (3.46)$$

$$\text{et } \Delta L(x) = (\Delta P(x) C^T(x) + P_0 \Delta C^T(x) + P_0 \Delta C^T(x)) R^{-1}$$

L_0 , est la matrice de gain qui stabilise (A_0^T, C_0^T) , Par conséquence, toutes les valeurs propres de $(A - L_0 C_0)$ ont une partie réelle négative. Ainsi, puisque $\Delta A(x)$, $\Delta C(x)$ et $\Delta P(x)$ sont nulles et continues à $x=0$, ils sont petites et bornées au voisinage de l'origine, en conséquence, $\Delta L(0) = 0$ et $\Delta L(x)$ est petite au voisinage de l'origine.

Théorème

Supposons que : $f(x)$ et $\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}$ ($j = 1 \dots n$) sont continues en x pour tout $\|x\| \leq \hat{r}$, $\hat{r} > 0$ et que $x=0$ est un point d'équilibre stable de (1) et aussi on suppose que $f(x)$ et $y(x)$ peuvent être mise en forme SDC telle que $f(x) = A(x)x$ et $y(x) = C(x)x$ avec $(A(x), C(x))$ est une paramétrisation observable et $A(x), C(x)$ sont localement Lipchitz pour tout $x \in \Omega \subseteq \beta_r(0)$, avec Ω est un voisinage non vide de l'origine.

L'état estimé est donné par :

$$\hat{\dot{x}} = A(\hat{x})\hat{x} + L(\hat{x})(C(x)x - C(\hat{x})\hat{x}) \quad (3.47)$$

Avec $L(x)$ donnée par (3.39) a une convergence asymptotique locale.

Preuve

On laisse $r > 0$ être le grand rayon de telle sorte que $\beta_r(0) \subseteq \Omega$, comme dans le cas linéaire, on considère l'erreur entre l'état actuelle et l'état estimé donnée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.48)$$

L'erreur doit satisfaire l'équation différentielle

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \hat{\dot{x}}(t) \quad (3.49)$$

Avec les conditions initiales :

$$e_0 = e(0) = x_0 - \hat{x}_0, \text{ avec } x_0 = x(0) \text{ et } \hat{x}_0 = \hat{x}(0)$$

En substituant la dynamique de l'état (3,35) et la dynamique de l'estimateur (3,47) dans la dynamique de l'erreur, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A(x)x - A(\hat{x})\hat{x} - L(\hat{x})(C(x)x - C(\hat{x})\hat{x}) \\ &= (A_0 - L_0 C_0)e + \Delta A(x)x - \Delta A(\hat{x})\hat{x} - L(\hat{x})(\Delta C(x)x - \Delta C(\hat{x})\hat{x}) - \Delta L(\hat{x})C_0 e. \end{aligned} \quad (3.50)$$

On pose :

$$g(x, \hat{x}, e) = \Delta A(x)x - \Delta A(\hat{x})\hat{x} - L(\hat{x})(\Delta C(x)x - \Delta C(\hat{x})\hat{x}) - \Delta L(\hat{x})C_0 e.$$

On se base par les hypothèses dont $A(x)$ est localement Lipchitz dans Ω , il existe $k_A > 0$ tel que :

$$\|A(x) - A(\hat{x})\| \leq k_A \|e\|. \quad (3.51)$$

Cette condition de Lipchitz s'étend à :

$\Delta A(x) = A(x) - A_0$ alors que :

$$\|\Delta A(x) - \Delta A(\hat{x})\| \leq k_A \|e\|. \quad (3.52)$$

Ceci à son tour implique que :

$$\begin{aligned} \|\Delta A(x)x - \Delta A(\hat{x})\hat{x}\| &= \|\Delta A(x)x - \Delta A(\hat{x})x + \Delta A(\hat{x})x - \Delta A(\hat{x})\hat{x}\| \\ &\leq (k_A \|x\| + \|\Delta A(\hat{x})\|)\|e\|. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Par les conditions imposées à $C(x)$, il existe une constante de Lipchitz, k_C , tel que (la même manipulation comme ci-dessus) :

$$\|\Delta C(x)x - \Delta C(\hat{x})\hat{x}\| \leq (k_C \|x\| + \|\Delta C(\hat{x})\|)\|e\|. \quad (3.54)$$

Pour faciliter la notation on pose :

$$h(x, \hat{x}) = (k_A \|x\| + \|\Delta A(\hat{x})\| + k_C \|x\| \|L(\hat{x})\| + \|\Delta C(\hat{x})\| \|L(\hat{x})\| + \|\Delta L(\hat{x})\| \|C_0\|) \quad (3.55)$$

On conclue que :

$$\|g(x, \hat{x}, e)\| \leq h(x, \hat{x})\|e\|. \quad (3.56)$$

Par la construction des matrices incrémentales :

$$\lim_{x, \hat{x} \rightarrow 0} h(x, \hat{x}) = 0$$

En raison de la condition d'observabilité à l'origine et l'utilisation de la technique SDRE pour trouver le gain, L_0 , il existe $\beta > 0$ et $G > 0$ tel que :

$$\|\exp(A_0 - L_0 C_0)\| \leq G \exp(-\beta t). \quad (3.57)$$

Ensuite, étant donnée $\eta \in (0, \beta/G)$ laissons $\epsilon \in (0, r)$ être tel que $h(z, \hat{z}) \leq \eta$ pour tout $z, \hat{z} \in \beta_{\hat{\epsilon}}(0) \subseteq \Omega$. le point d'équilibre $x=0$ est stable ce qui implique qu'il existe $\delta \in (0, \epsilon/2]$ tel que $\|x(t)\| < \epsilon/2$ pour toute la période tant que $\|x_0\| \leq \delta$.

Soient x_0 et e_0 être tel que $x_0 \in \beta_{\delta}(0) \subseteq \Omega$ et $e_0 \in \beta_{\hat{\epsilon}}(0)$, avec $\hat{\epsilon} = \epsilon/(2\hat{G})$ et $\hat{G} = \max\{G, 1\}$. Alors les dynamiques de l'erreur ont une solution locale, et sont encore continues dans $\beta_r(0)$, possible dans un petit intervalle $[0, \tilde{t})$, et tant que la solution existe, elle peut être exprimée par la formule de variation de constante suivante :

$$e(t) = \exp((A_0 - L_0 C_0)t) e(0) + \int_0^t \exp((A_0 - L_0 C_0)(t-s)) g(x(s), \hat{x}(s), e(s)) ds. \quad (3.58)$$

Par continuité il existe peu de temps continue $\hat{t} \in (0, \tilde{t}]$ tel que $e(t)$ est dans la balle $\beta_{\epsilon/2}(0)$. Alors, on prend la norme des deux cotés de (2.50), on trouve pour tout $t \in [0, \hat{t})$:

$$\|e(t)\| \leq G \exp(-\beta t) \|e(0)\| + G\eta \int_0^t \exp(-\beta(t-s)) \|e(s)\| ds. \quad (3.59)$$

On multiplie par $\exp(-\beta t)$ et on applique l'inégalité de Gronwall, pour $t \in [0, \hat{t})$,

$$\exp(\beta t) \|e(t)\| \leq G \|e_0\| \exp(G\eta t) \quad (3.60)$$

et il s'ensuit que :

$$\|e(t)\| \leq G \|e_0\| \exp((G\eta - \beta)t). \quad (3.61)$$

Par le choix que nous l'avons fait pour e_0 on trouve :

$$\|e(t)\| \leq \frac{\epsilon}{2} \exp((G\eta - \beta)t). \quad (3.62)$$

Mais la limite η se tient seulement tant que $\hat{x}(t)$ demeure dans $\beta(0)$. Cependant, puisque $\|\hat{x}(t)\| - \|x(t)\| \leq \|e(t)\|$,

$$\|\hat{x}(t)\| \leq \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} \exp((G\eta - \beta)t). \quad (3.63)$$

Par conséquent, pour $\eta < \beta/G$, $\hat{x}$ reste dans $\beta(0)$ durant toute la période d'estimation, et l'estimateur d'état converge exponentiellement à l'état réel.

III.6.Simulation

Dans cette section on va appliquer les deux techniques d'observation (observateur à base de SDDRF et l'observateur de Kalman étendu) au modèle non simplifié d'ASM1.

Le vecteur de mesure pour tous les deux estimateurs est donné par:

$$y(t) = h(t).x(t) + v(t)$$

Avec:

$$h(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les composants mesurés sont: $[S_O \quad S_{NO} \quad S_{NH}]$

Le vecteur d'état $x(t)$ est:

$$x(t) = [S_S \quad X_S \quad X_{BH} \quad X_{BA} \quad X_P \quad S_O \quad S_{NO} \quad S_{NH} \quad S_{ND} \quad X_{ND}]^T$$

Le vecteur d'entrée $x_{in}(t)$ est:

$$x_{in}(t) = [S_{S,in} \quad X_{S,in} \quad X_{BH,in} \quad X_{BA,in} \quad X_{P,in} \quad S_{O,in} \quad S_{NO,in} \quad S_{NH,in} \quad S_{ND,in} \quad X_{ND,in}]^T$$

On note que le vecteur d'état $x(t)$ et le vecteur d'entrée $x_{in}(t)$, sont constitués de 10 variables d'état, les trois autres variables d'états S_I X_I S_{alk} sont supprimées puisque ils n'ont aucune influence sur la dynamique du système [5].

- Le bruit de processus est supposé $w \approx N(0,0.05)$.
- Le bruit de mesure est supposé $v \approx N(0,0.1)$ pour les composants mesurés en pratique seulement $[S_O \ S_{NO} \ S_{NH}]$ qui sont mesurés.
- Les hypothèses décrites ci-dessus sont très proches aux conditions réelles de traitement.
- Les conditions initiales et les conditions météorologiques utilisées pour la simulation sont données par [15].
- Les paramètres cinétiques et les paramètres stœchiométriques sont donnés par [40].

III.6.1. Environnement de Simulation

Dans la figure illustrée ci-dessous on voit la station d'épuration complète proposée par Benchmark, y compris les deux estimateurs d'état (SDDRF, FKE), implémentés dans un environnement de simulation MATLAB/Simulink.

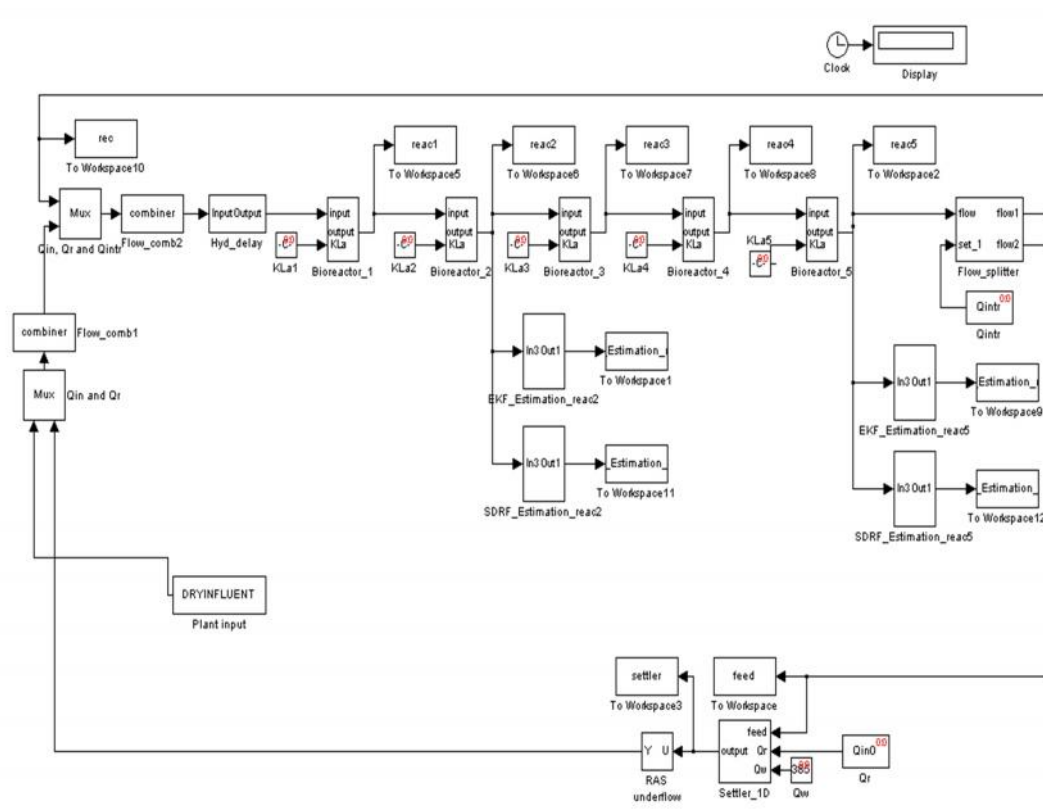


Figure 3.1: le modèle ASM1 sous MATLAB/Simulink

III.7. Résultats de simulation

III.7.1. Troisième bioréacteur aérobique

III.7.1.1. Beau temps

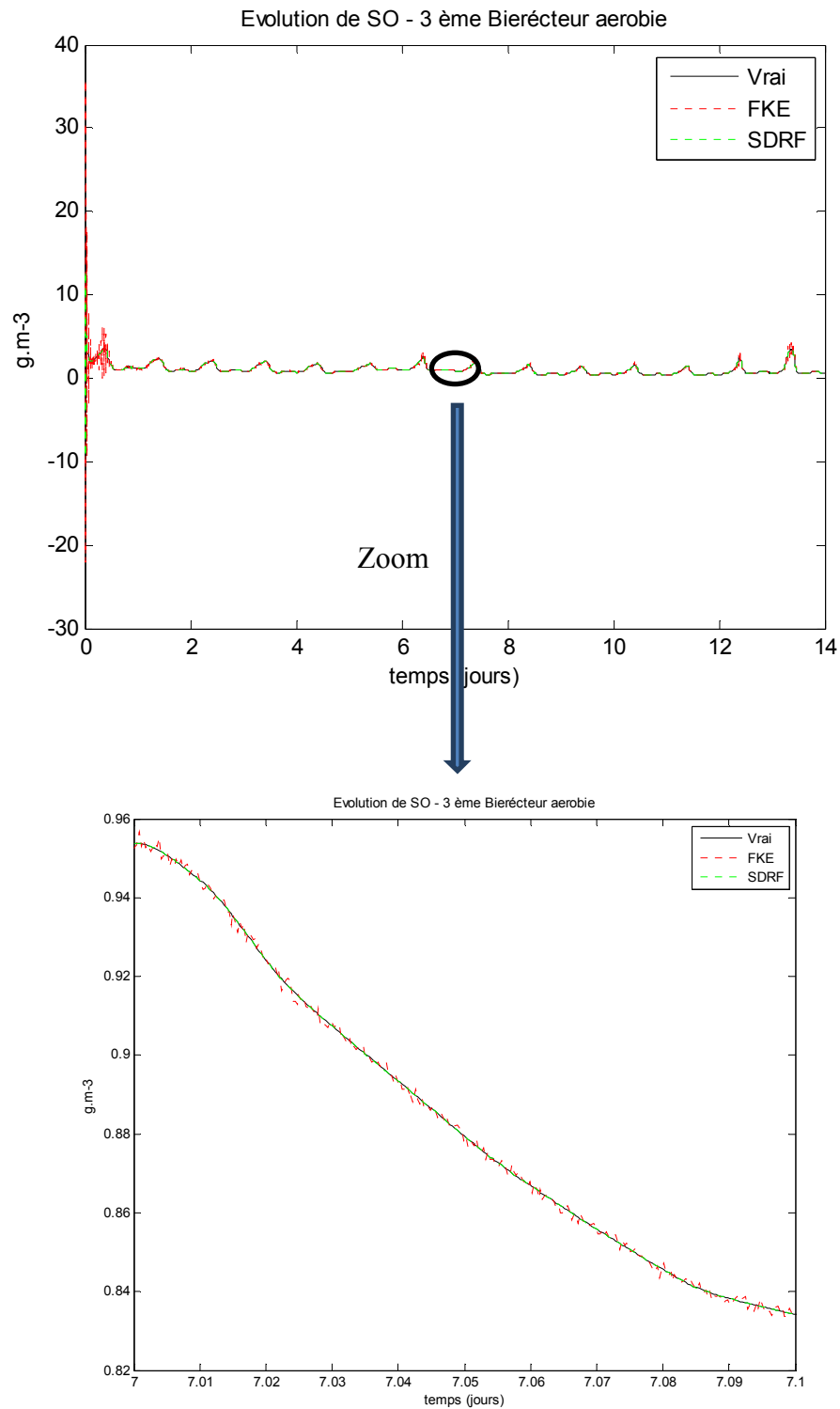
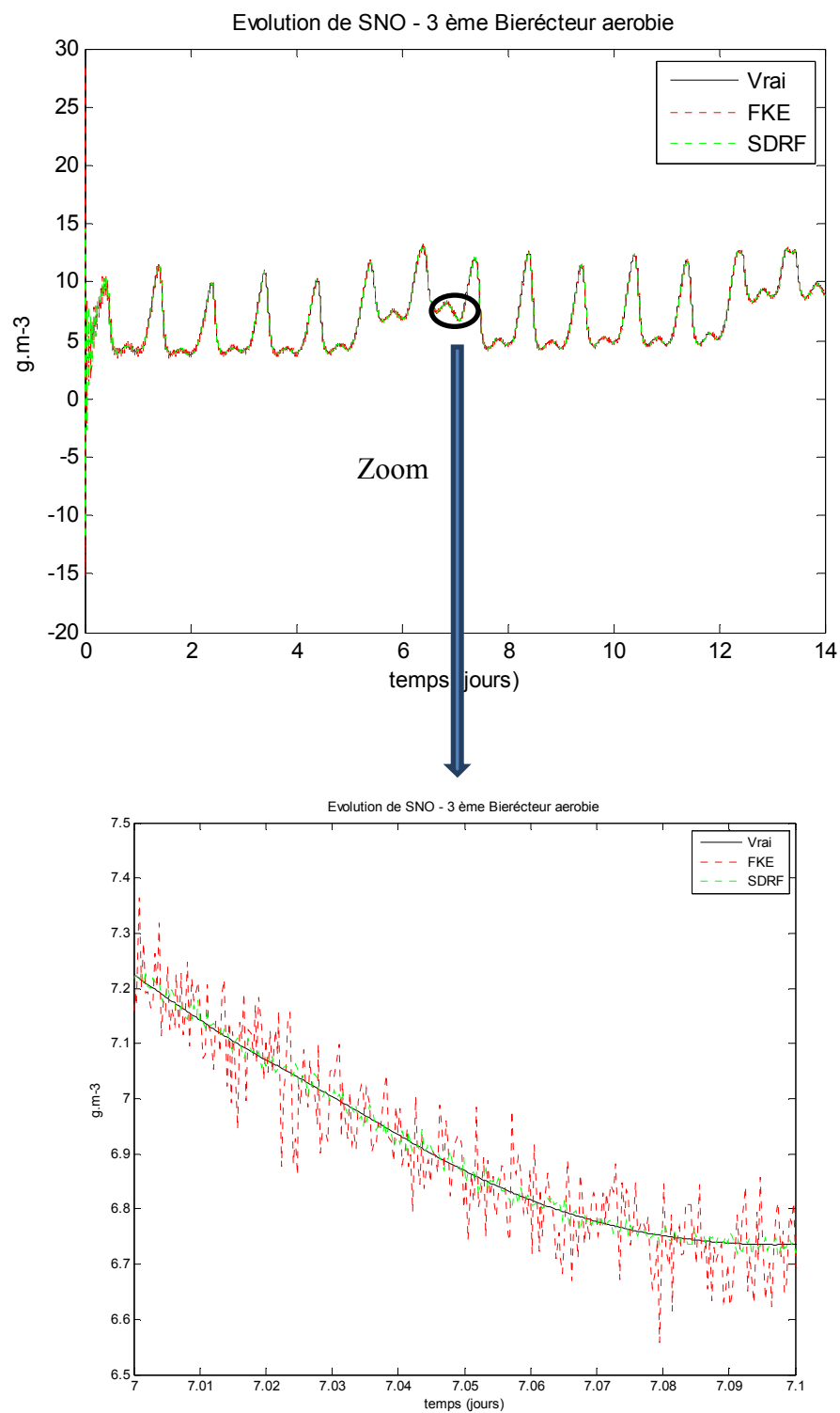


Figure 3.2: évolution de la concentration en oxygène estimée

**Figure3.3:** évolution de la concentration en nitrate estimée

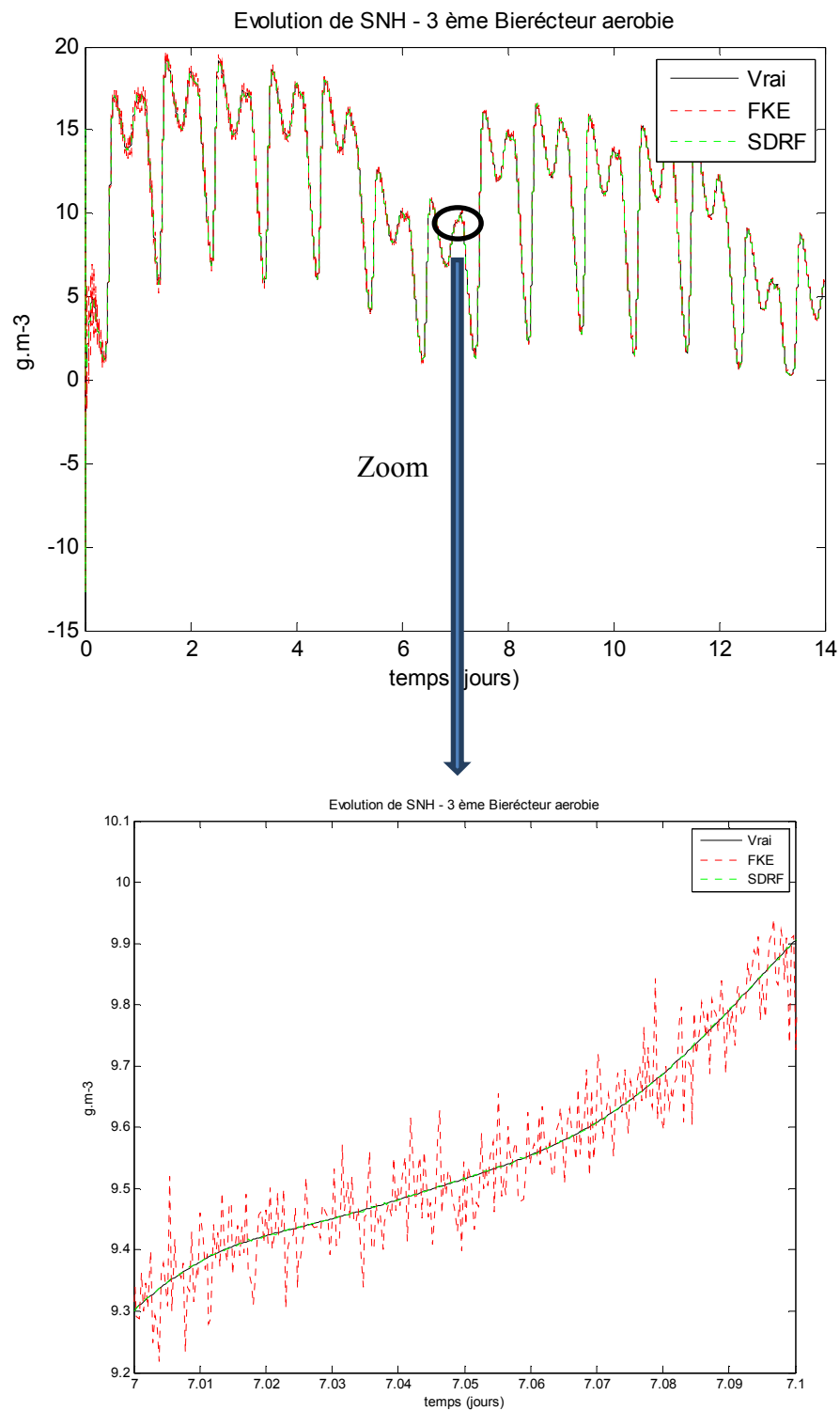


Figure3.4: évolution de la concentration en azote ammoniacal estimée

III.8. Simulation de l'erreur absolue des deux estimateurs

III.8.1. Deuxième bioréacteur

III.8.1.1. Beau temps

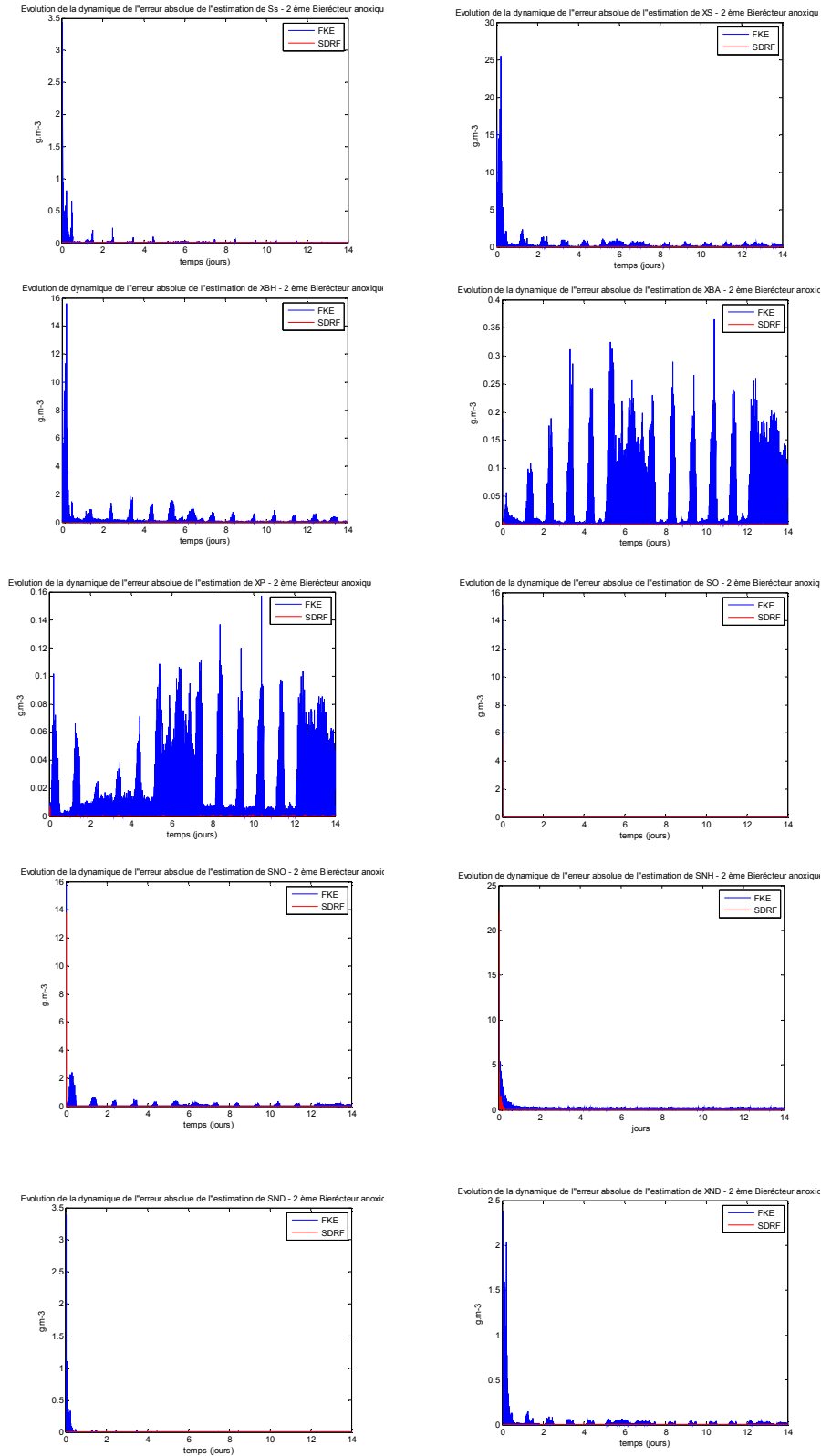


Figure 3.8 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le deuxième bioréacteur avec le beau temps.

III.8.1.2. Temps de pluie

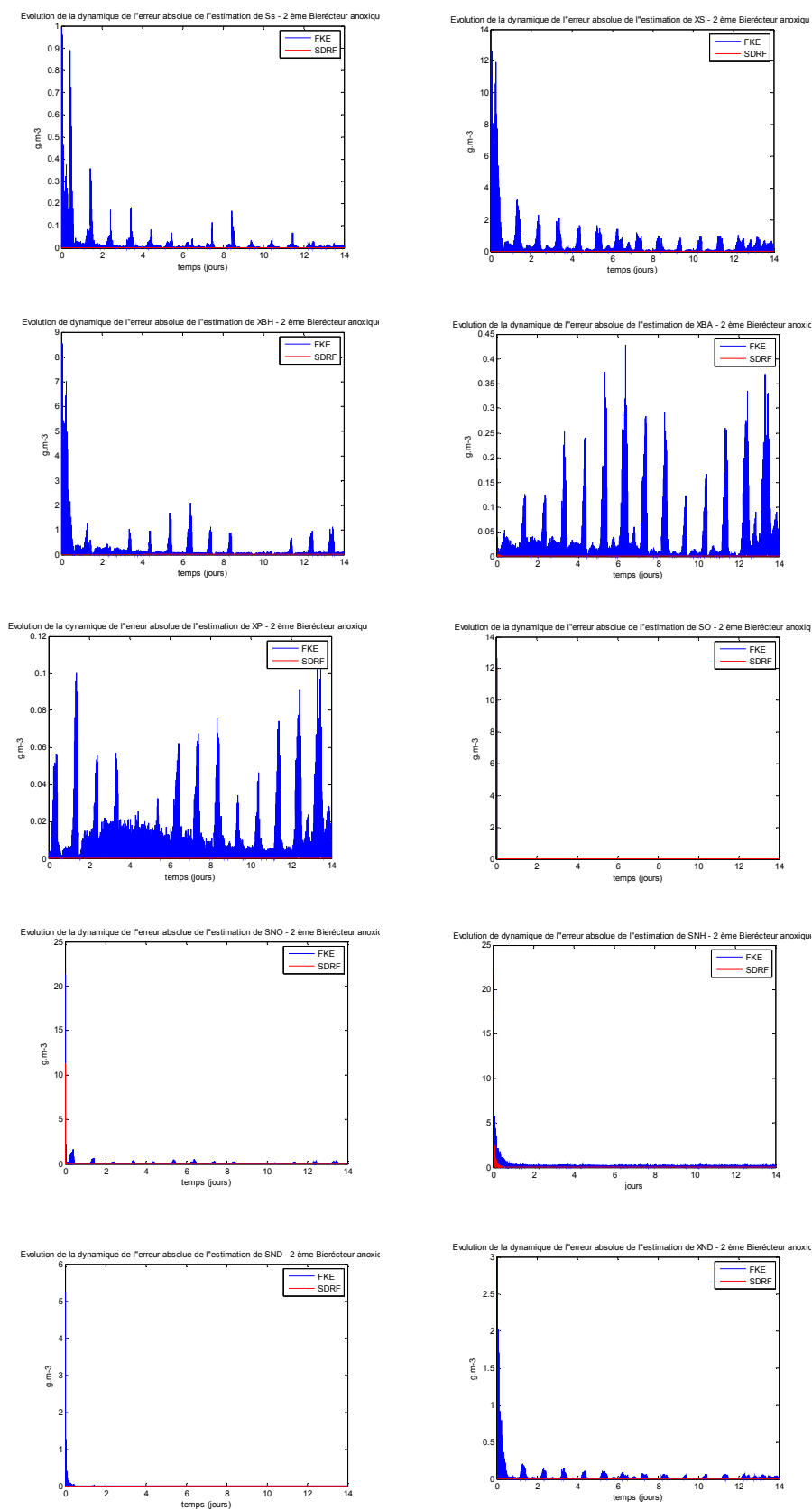


Figure 3.9 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le deuxième bioréacteur avec le temps de pluie.

III.8.1.3. Temps d'orage

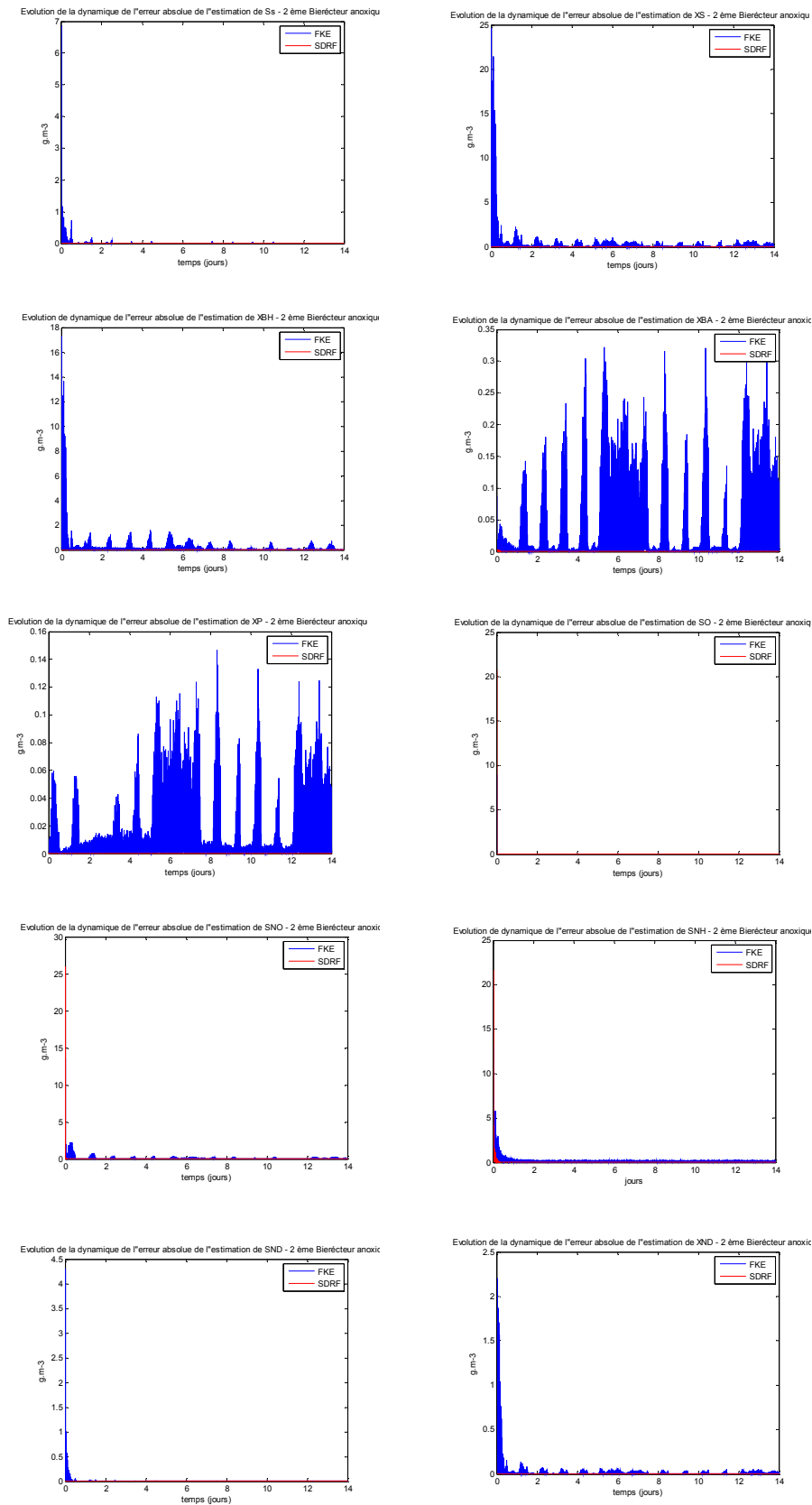


Figure 3.10 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le deuxième bioréacteur avec le temps d'orage.

III.8.2. Troisième bioréacteur aérobie

III.8.2.1. Beau temps

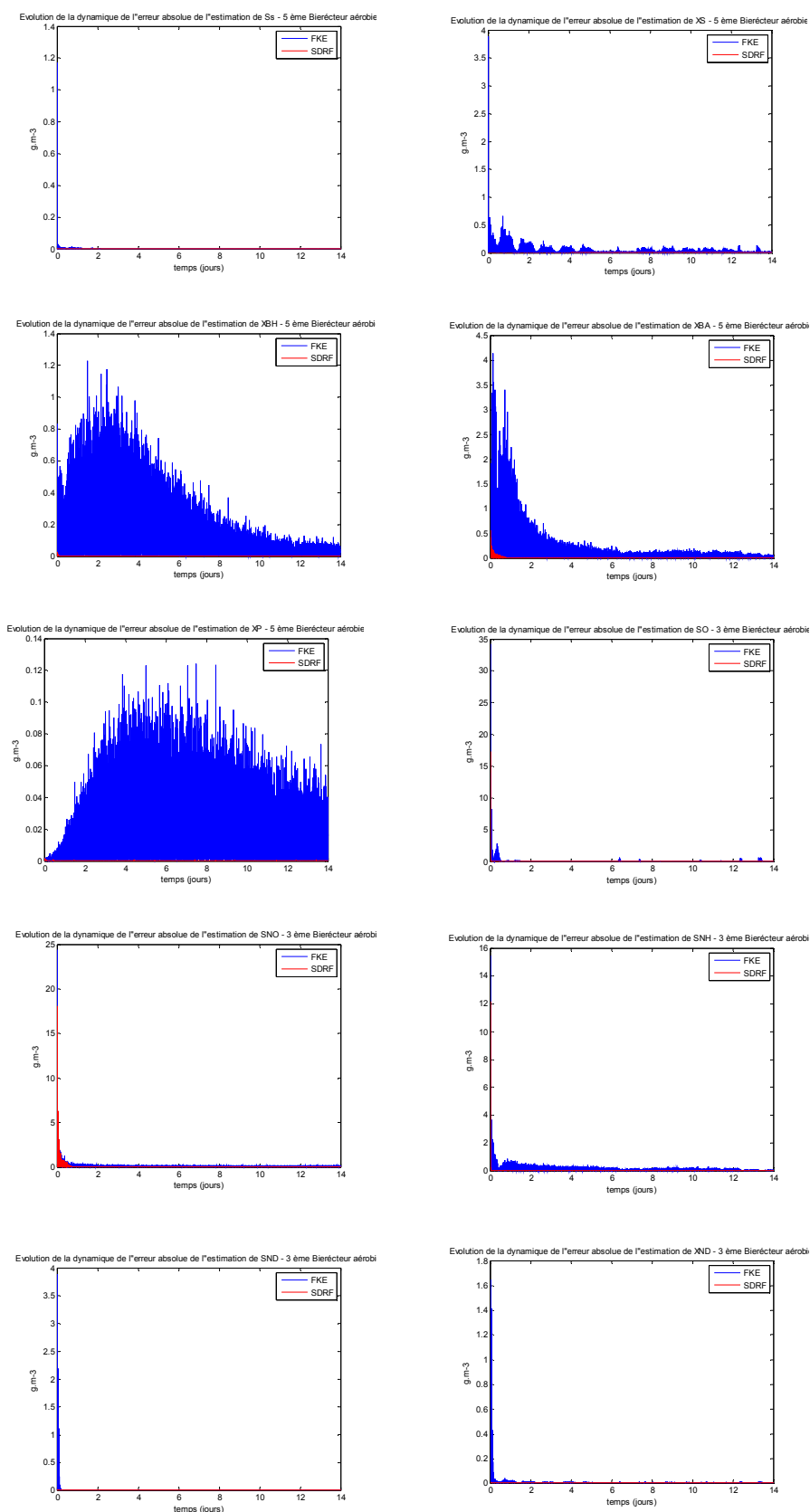


Figure 3.11 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le cinquième bioréacteur avec le beau temps.

III.8.2.2. Temps de pluie

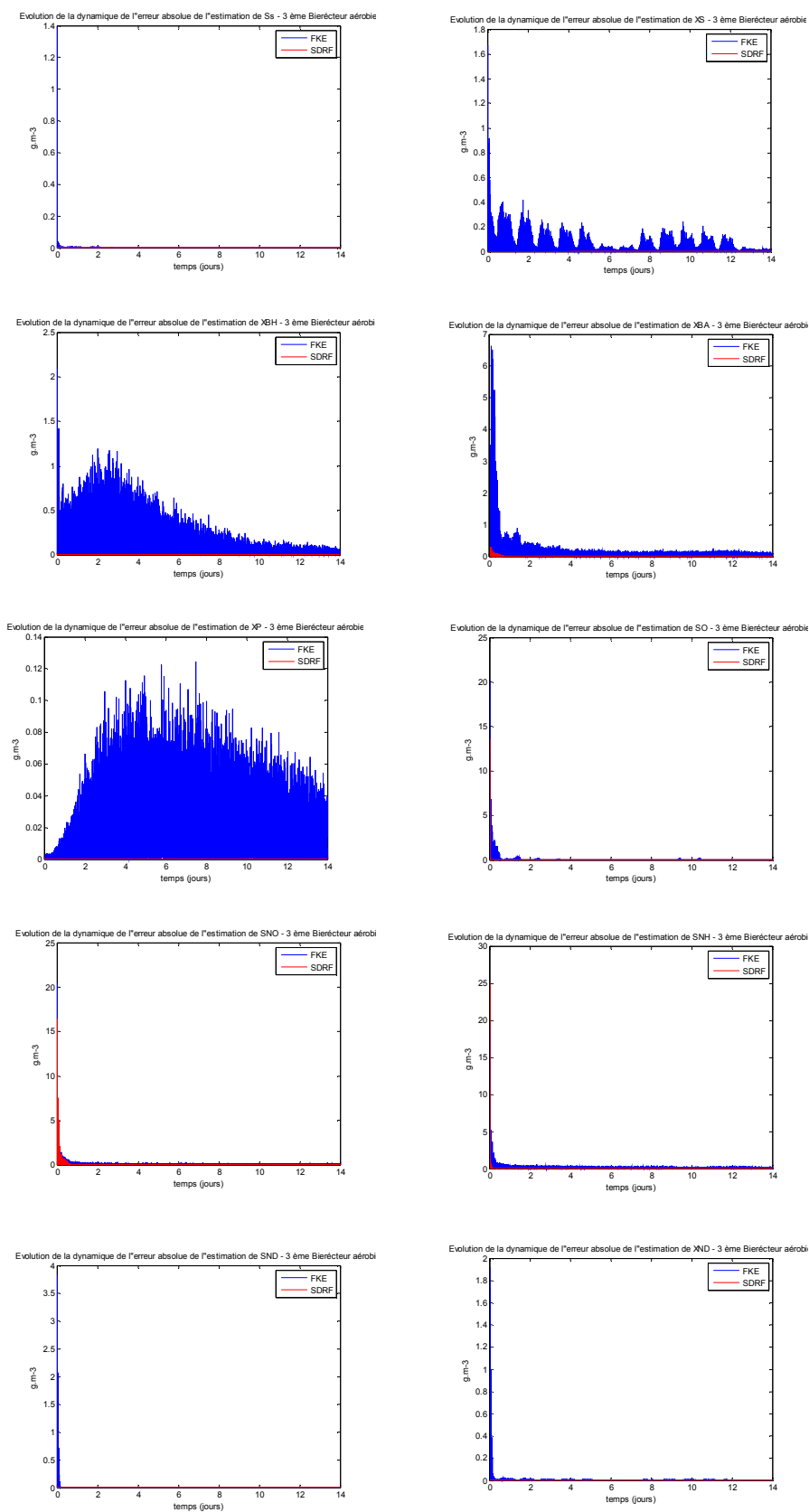


Figure 3.12 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le cinquième bioréacteur avec le temps de pluie.

III.8.2.3. Temps d'orage

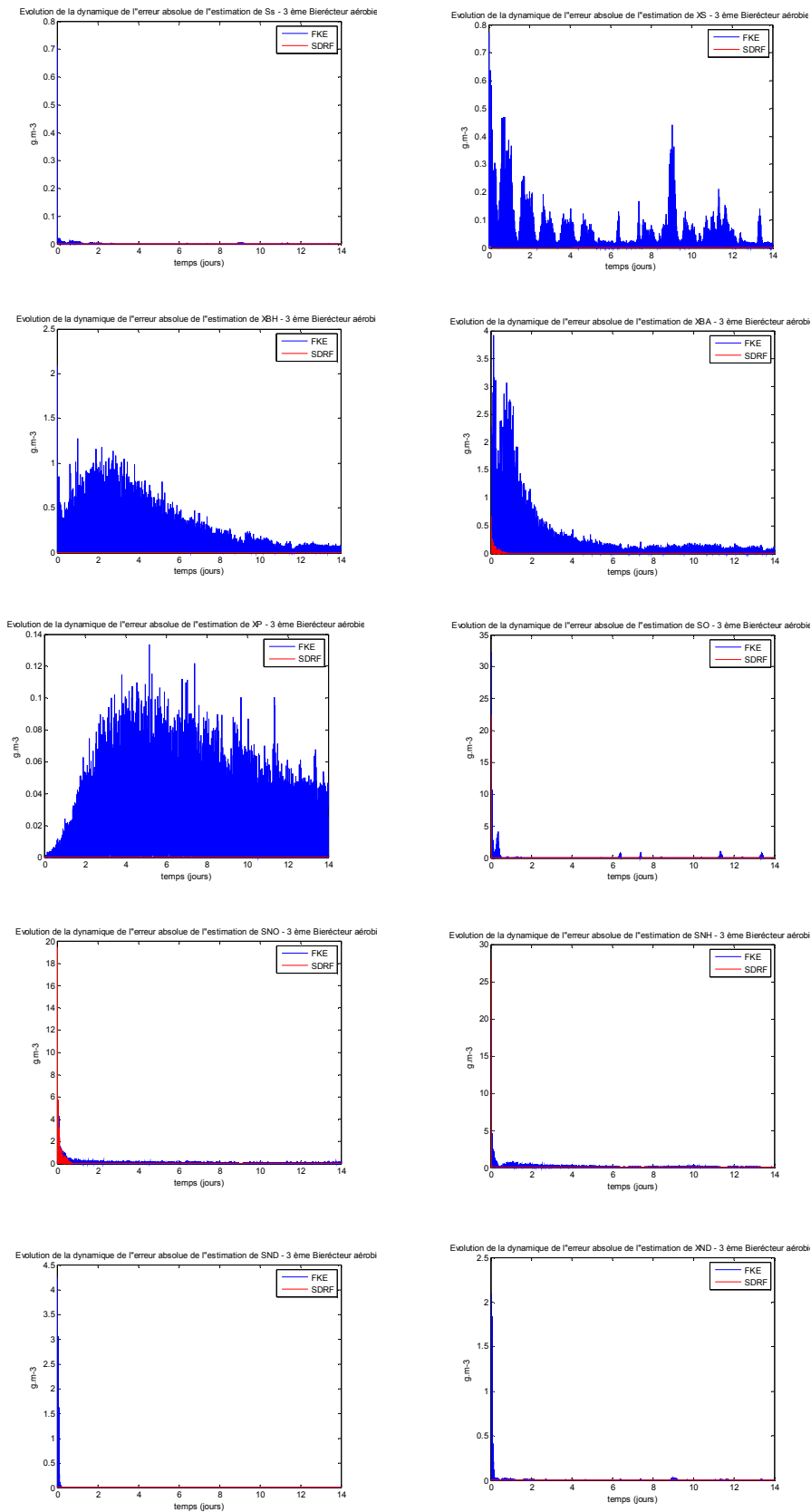


Figure 3.13 : Les erreurs absolues entre les états réels et leurs estimations dans le cinquième bioréacteur avec le temps d'orage.

III.9. Etude de performances des deux estimateurs :

- **Calcul de l'erreur quadratique**

La racine carrée de la moyenne de l'erreur (RMSE) est une mesure fréquemment utilisée pour calculer les différences entre les valeurs prédites par un estimateur, et les valeurs des états réellement observées.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x - \hat{x})^2}{n}}$$

Le tableau ci-dessous montre l'erreur quadratique pour les deux estimateurs (FKE, SDDRF):

L'état x	Le temps	L'erreur quadratique pour FKE	L'erreur quadratique pour SDDRF	L'erreur quadratique pour FKE	L'erreur quadratique pour SDDRF
		Deuxième bioréacteur		Cinquième bioréacteur	
S _S	Beau temps	0.0564	0.0001	0.0097	0.0000
	Temps de pluie	0.0352	0.0001	0.0087	0.0000
	Temps d'orage	0.0728	0.0001	0.0070	0.0000
X _S	Beau temps	0.6969	0.0003	0.0675	0.0004
	Temps de pluie	0.5336	0.0002	0.0595	0.0001
	Temps d'orage	0.7718	0.0002	0.0500	0.0001
X _{BH}	Beau temps	0.4485	0.0023	0.1791	0.0013
	Temps de pluie	0.3147	0.0002	0.1922	0.0001
	Temps d'orage	0.5020	0.0002	0.1801	0.0001
X _{BA}	Beau temps	0.0419	0.0002	0.2713	0.0144
	Temps de pluie	0.0291	0.0001	0.2691	0.0112
	Temps d'orage	0.0407	0.0001	0.2608	0.0145
	Beau temps	0.0173	0.0004	0.0247	0.0001

X_p	Temps de pluie	0.0083	0.0000	0.0249	0.0001
	Temps d'orage	0.0167	0.0001	0.0246	0.0001
S_o	Beau temps	0.1057	0.0397	0.5785	0.1460
	Temps de pluie	0.0901	0.1088	0.3914	0.1624
	Temps d'orage	0.0760	0.1088	0.5780	0.1409
S_{NO}	Beau temps	0.2249	0.1589	0.3186	0.2869
	Temps de pluie	0.2475	0.1484	0.2910	0.2718
	Temps d'orage	0.2147	0.2215	0.2897	0.2940
S_{NH}	Beau temps	0.3436	0.2459	0.2482	0.1238
	Temps de pluie	0.3602	0.2651	0.3419	0.2353
	Temps d'orage	0.3164	0.2042	0.2688	0.1848
S_{ND}	Beau temps	0.0535	0.0000	0.0802	0.0000
	Temps de pluie	0.0662	0.0000	0.0729	0.0000
	Temps d'orage	0.0574	0.0000	0.0898	0.0000
X_{ND}	Beau temps	0.0750	0.0001	0.0450	0.0001
	Temps de pluie	0.0688	0.0000	0.0440	0.0001
	Temps d'orage	0.0774	0.0001	0.0488	0.0001

Tableau.3.1: L'erreur quadratique des deux observateurs

Après la simulation des deux observateurs EKF et SDDRF et par comparaison des performances de ces deux observateurs en se basant sur l'évolution de la dynamique de l'erreur absolue et le calcul des erreurs quadratiques dans les différentes conditions météorologiques (beau temps, temps de pluie et temps d'orage) on voit clairement que le filtre basé sur la technique de SDDRF a des performances meilleurs que le filtre de Kalman étendu, et aussi SDDRF ne nécessite pas une linéarisation de l'état donc on a pas besoin de calculer la matrice jacobienne comme dans le filtre de Kalman étendu donc son cout de calcul est moins élevé.

III.10. Conclusion

Dans ce chapitre on a développé un nouvel algorithme d'estimation de systèmes non-linéaires efficace pour les bioprocédés basé sur la technique de SDDRF, La convergence de ce dernier est également étudiée. Les performances de ce filtre sont comparées avec le filtre de Kalman étendu.

Chapitre IV

**Commande des bioprocédés (ASM1) par la
technique SDRE**

IV. La technique SDRE

IV.1.Introduction

Après plusieurs décennies de recherche, de nombreuses techniques existent actuellement pour la synthèse de lois de commande pour des systèmes non linéaires. En particulier, le développement du cadre mathématique sophistiqué et rigoureux pour la formulation et l'analyse des procédures de conception systématique de contrôleurs non linéaires a suscité l'intérêt d'importantes recherches depuis les années 1970 (par exemple, voir [34, 38, 39, 55, 62]). Malgré les progrès récents, il reste de nombreux problèmes non résolus. Bien que plusieurs méthodes sont bien établies théoriquement, il y a un manque d'une méthodologie de contrôle unifiée qui garantit la stabilité et plus de ça elle a la capacité de répondre aux caractéristiques de performance et de robustesse à un degré satisfaisant pour une large classe de systèmes non linéaires. En fait, la plupart des techniques développées ont une applicabilité très limitée en raison des conditions imposées sur le système. Le plus important, cependant, la loi de commande résultant peut être qu'il ne s'applique pas pour la mise en œuvre pratique, parce que les exigences supplémentaires telles que les spécifications d'état et d'entrée doivent également être réunies dans la pratique, de sorte que la conception doit tenir compte des limitations sur les états admissibles et des entrées de commande disponibles. Les concepteurs de système de contrôle continuent à essayer d'obtenir des algorithmes de contrôle systématiques, simple à implémenter, et conduisent à des performances optimales.

Depuis les années 1990, la stratégie de State Dependent Riccati Equation (SDRE) a été émergée comme une méthode de conception générale qui fournit un moyen systématique et effectif pour concevoir des contrôleurs, des observateurs et des filtres non linéaires. Cette méthode a surmonté nombreuses difficultés et d'insuffisances des méthodes existantes. Et elle délivre des algorithmes de calcul simple, qu'ils ont été très efficaces dans une variété d'applications pratiques, et des applications significatives dans des domaines divers de l'étude, qui comporte Missiles, avions, satellites, navires, les véhicules autonomes sous-marins, systèmes automobiles, systèmes biomédicaux, biotechnologie, contrôle de processus et de la robotique, et des différents problèmes de Benchmark. Ainsi que des systèmes non linéaires présentant plusieurs phénomènes

intéressants comme les effets parasites sur la friction, temporisation, les vibrations et le comportement chaotique [59].

Les contrôleurs SDRE, en particulier, sont devenus très populaires au sein de la communauté de contrôle, ils assurent la stabilité, optimalité, la robustesse et les propriétés de calcul, faisant une implémentation par retour d'état en temps réel, fournissant un algorithme extrêmement efficace pour la synthèse de commandes non linéaires par retour d'état.

Cette méthode, proposée initialement par Pearson(1962)[48] et plus tard élargie par Wernli et Cook(1975)[64], elle était indépendamment étudiée par Cloutier, D'Souza et Mracek(1996)[21] et Mracek et Cloutier(1998)[46].

La méthode implique la factorisation (qui est, paramétrage), de la dynamique non-linéaire dans le produit de la matrice d'évolution (qui dépend de l'état) et le vecteur d'état. L'algorithme SDRE rend pleinement compte de non-linéarités du système, mettre le système non linéaire à une structure (non unique) linéaire ayant matrice à coefficients dépendants d'état (SDC), et en minimisant un indice de performance ayant une structure quadratique.

La non unicité du paramétrage SDC crée des degrés de liberté supplémentaires qui peuvent être utilisés pour améliorer les performances du contrôleur. L'équation algébrique de Riccati (EAR) en utilisant les matrices dépendants de l'état SDC est alors résolue en ligne pour donner la loi de contrôle le sous-optimal (et dans certains cas l'optimal). Les coefficients de cette EAR varient à chaque point donné dans l'espace d'état. L'algorithme consiste donc à résoudre, à un moment donné dans l'espace d'état, l'équation algébrique de Riccati dépendante de l'état (SDRE), dont la solution qui stabilise le système durant l'évolution conduit à la conception de la loi de commande non linéaire de SDRE. Comme le technique SDRE ne dépend que de l'état actuel, le calcul peut être effectué en ligne, auquel cas SDRE est définie le long de la trajectoire de l'Etat.

Afin d'essayer d'apporter l'analyse linéaire-quadratique (LQ) aux systèmes non linéaires, la formulation de problème tient compte d'un compromis entre le vecteur de commande et la régulation de l'état, qui est aisément transparente dans le plan non linéaire. Par conséquent, comme dans la mise en LQ, les grandeurs de l'état et signal de commande

peuvent accorder facilement et d'une manière transparente en ajustant les entrées dans les matrices de pénalité. La technique offre le même type de flexibilité de conception comme avec les méthodes existantes de commande linéaire H_2 et, en particulier, les actions ont plusieurs symétries avec le régulateur linéaire quadratique (LQR), couramment utilisé, le rendant facilement accessible par la plupart des concepteurs de systèmes de contrôle.

La théorie développée à ce jour sur l'existence de solutions ainsi que des propriétés de stabilité et l'optimalité associés à des contrôleurs SDRE pour régulation non linéaires SDRE a été présentées dans un récent article de Çimen en 2008[16].

IV.2. Régulation non-linéaire optimale

On considère temps continue, déterministe, tous les états sont observables, problème de régulation non linéaire optimale à horizon infini, là où le système est autonome, ses états sont non linéaires, qu'il a la dynamique suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x) + B(x)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (4.1)$$

Avec le vecteur d'état $x \in \mathbb{R}^n$ et le vecteur d'entrée $u \in \mathbb{R}^m$, tel que $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $B: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$, avec $B(x) \neq 0 \quad \forall x$. Dans ce contexte la minimisation de l'indice de performance à horizon du temps infini avec une fonction intégrale convexe non quadratique à x mais quadratique à u est donnée par :

$$J(x_0, u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)\} dt \quad (4.2)$$

Les paramètres de conception sont considérés dépendants de l'état, tel que $Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ et $R: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m \times m}$, $Q(x)$ est semi définit positive, elle peut être factorisée comme suit $Q(x) = C^T(x)C(x)$.

Étant donné un ensemble ouvert borné $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ contenant l'origine ($0 \in \Omega$) et le point initial ($x_0 \in \Omega$). Supposons que $f(x)$ est (au moins) une application continue et $B(x)$, $Q(x)$ et $R(x)$ sont des fonctions matricielles continues dans Ω . Sous les conditions spécifiées, la loi de commande est donnée par :

$$u(x) = -k(x), \quad k(0) = 0 \quad (4.3)$$

Avec $k(.) \in C^1(\Omega)$, est alors recherché qui va (approximativement) minimiser l'indice de performance (4.2). Soumis à la contrainte différentielle, $k(x)$ peut être représenté comme suit :

$$k(x) = K(x)x \quad (4.4)$$

Avec $K(.) \in C^0(\Omega)$,

IV.2.1. Linéarisation étendue

La linéarisation étendue [28], aussi nommée linéarisation apparente [64] ou le paramétrage SDC [21,46] est le processus de factorisation des systèmes non linéaires à des systèmes linéaires qui contiennent des matrices SDC.

Sous l'hypothèse $f(.) \in C^1(\Omega)$ et $f(0) = 0$, la matrice non linéaire $A(x)$ toujours existe sachant que :

$$f(x) = A(x)x \quad (4.5)$$

Avec $A: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ est trouvée par factorisation mathématique, et elle est clairement non unique quand $n > 1$.

Il est important de noter que les hypothèses sus mentionnées dans $f(x)$ garantissent l'existence du paramétrage global de $f(x)$ dans Ω [63].

En utilisant la linéarisation étendue, la relation (4.1) peut être représentée comme suit :

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (4.6)$$

Qui a une structure linéaire avec des matrices SDC.

Exemple

On considère le système non linéaire de [64], donné par $\dot{x}_1 = x_2 - x_1x_2$, et $\dot{x}_2 = u$.

Trois représentations équivalentes de la forme SDC (4.6) sont données par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A_i(x)x + B(x)u, \quad i = 1, 2, 3$$

Avec les matrices SDC :

$$A_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 - x_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}x_2 & 1 - \frac{1}{2}x_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3(x) = \begin{bmatrix} -x_2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

IV.2.2.Définition 1

La représentation SDC (4.6) est un paramétrage qui stabilise le système non linéaire (4.1) dans la région Ω si la paire $\{A(x), B(x)\}$ est stable (respectivement contrôlable) dans le sens linéaire $\forall x \in \Omega$.

IV.2.3.Définition 2

la représentation SDC (4.6) est un paramétrage détectable (respectivement observable) du système non linéaire (4.1) dans la région Ω si la paire $\{C(x), A(x)\}$ est détectable (respectivement observable) dans le sens linéaire $\forall x \in \Omega$.

IV.2.4.Définition 3

La représentation SDC (4.6) est Hurwitz dans la région Ω si toutes les valeurs propres de $A(x)$ ont une partie réelle strictement négative, tel que $Re[\lambda_i(A(x))] < 0 \quad \forall x \in \Omega$.

L'application de n'importe quelle méthode de commande linéaire à la structure (4.6), forme une méthode de commande avec linéarisation étendue [18, 28]. Celles-ci représentent une classe assez large de méthodes de conception des contrôleurs, conduisant à des lois de commande non linéaire de la forme (4.3) et (4.4) qui rendent les matrices en boucle fermée "Dynamiques".

La loi de commande en boucle fermée est donnée par :

$$A_{CL}(x) = A(x) - B(x)u(x) \quad (4.7)$$

Tel que : $Re[\lambda_i(A_{CL}(x))] < 0 \quad \forall x$.

IV.2.5. Structure et conditions de la méthode SDRE

La méthodologie SDRE utilise la linéarisation étendue comme une notion de conception clé dans la formule de commande optimal non linéaire (4.1) et (4.2). La méthode de commande linéaire la plus proche est LQR dans ce cas, (pour plus de détaille voir [8] et [9]). Le régulateur LQR se caractérise par une ARE, la méthode de commande en boucle fermée SDRE est une méthode de commande avec linéarisation étendue qui fournit une approche similaire pour le problème de régulation non linéaire pour le système (4.1) avec un coût fonctionnel (4.2).

Premièrement, les conditions suivantes doivent être remplies ou imposées pour la conception préalable du contrôleur.

IV.2.6. Condition 1

$f(x)$ est une fonction continue différentiable par rapport au vecteur x dans la région Ω , tel que, $f(\cdot)$, $B(\cdot)$ sont des fonctions matricielles.

IV.2.7. Condition 2

L'origine $x = 0 \in \Omega$ est le point d'équilibre du système avec $u=0$, tel que $f(x)=0$, $B(x) \neq 0 \quad \forall x \in \Omega$.

IV.2.8. Condition 3

Les paramètres de conception doivent satisfaire les conditions $Q(x) = Q^T(x) \geq 0$, $R(x) = R^T(x) > 0 \quad \forall x \in \Omega$.

IV.2.9. Condition 4

Les paires $\{A(x), B(x)\}$ et $\{C(x), A(x)\}$ sont des paramétrages SDC commandables et observables respectivement du système non linéaire (4.1) $\forall x \in \Omega$, où $C^T(x)C(x) = Q(x)$.

L'entrée du système non linéaire (4.1) peut être représentée sous la forme de SDC (4.6).

Maintenant, en imitant la formulation LQR, la commande en boucle fermée est donnée par :

$$u(x) = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x \quad (4.8)$$

Sous les conditions (3) et (4), $P(x)$ est unique, symétrique, a une solution définie Positive de l'équation de Riccati dépendante de l'état à temps continue.

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \quad (4.9)$$

Dont le nom est **commande par SDRE**.

Ainsi le résultat de la commande SDRE est la solution de la dynamique en boucle fermée :

$$\dot{x}(t) = [A(x) - B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x)]x(t) \quad (4.10)$$

Tel que le gain de retour dans (4.4) et (4.7) qui minimise (4.2) devient :

$$K(x) = R^{-1}(x)B^T(x)P(x) \quad (4.11)$$

Remarque

La condition (4) est essentielle pour obtenir une solution symétrique et définit positive de (4.9), un test de commandabilité est suffisant:

$$M_c(x) = [B(x) : A(x)B(x) : \dots : A^{n-1}(x)B(x)]$$

Le rang de $M_c(x) = n \quad \forall x \in \Omega$.

De la même un test d'observabilité :

$$M_o(x) = [C^T(x) : A^T(x)C^T(x) : \dots : (A^T(x))^{n-1}C^T(x)]$$

Le rang de $M_o(x) = n \quad \forall x \in \Omega$.

Exemple

On considère le système non linéaire exemple1 avec les trois paramétrages SDC donnés.

En conséquence, pour $A_1(x)$, $\det(M_c(x)) = x_1 - 1$, qui perd rang lorsque $x_1 = 1$.

Alors pour $A_2(x)$, $\det(M_c(x)) = \frac{1}{2}x_1 - 1$, qui perd rang lorsque $x_1 = 2$.

Donc ces deux paramétrages SDC ne sont pas satisfaisants.

Pour le paramétrage $A_3(x)$, $\det(M_c(x)) \neq 0 \quad \forall x$. donc c'est la meilleure représentation.

IV.2.10.Dégrés de liberté supplémentaires

Pour les systèmes scalaires, le paramétrage SDC (4.5) est unique $\forall x \neq 0$, et il est donné par $A(x) = f(x)/x$ [21]. Cependant, dans le cas des systèmes multi variables la représentation SDC est non unique. En fait, il y a plusieurs méthodes pour donner la forme SDC au système non linéaire (4.1).

IV.2.11.Proposition1 (Cloutier et al., 1996)[21]

Pour les systèmes multi variables, laissez :

$$A(x, \alpha) = \alpha A_1(x) + (1 - \alpha)A_2(x) \quad (4.12)$$

Pour deux matrices SDC distinctes $A_1(x)$ et $A_2(x)$, Avec $\alpha \in \mathbb{R}$. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$.

Le paramétrage SDC non unique pour les systèmes multivariables crée un degré de liberté additionnelle non disponible dans les autres approches de commande non linéaire. Et peut être utilisé pour fournir une grande flexibilité de conception.

IV.2.12.Capacités de conception de SDRE

Nombreuses méthodologies de conception existent pour la synthèse de lois de commande pour des problèmes non linéaires. Chacune de ces techniques a ses conditions, caractéristiques et capacités. Certains sont limités à des systèmes ayant certaines structures, tels que les systèmes en cascade, tandis que d'autres ne sont pas systématiques et

nécessitent des mini-conceptions pour être effectuée sur une seule équation à la fois, et d'autres ont encore une applicabilité très limitée en raison des conditions imposées sur le système. La méthode SDRE permet la conception systématique de contrôleurs non-linéaires pour une large classe de systèmes non-linéaires, et elle offre de nombreuses fonctionnalités que d'autres méthodes de conception non-linéaires ne les ont pas. Bien que certaines techniques de commande non linéaire adressent seulement la stabilité, la méthode SDRE aborde directement la performance à travers la spécification de l'indice de performance (4.2) dans le problème de régulation non linéaire.

Les degrés de liberté supplémentaires de conception qui sont disponibles dans la non unicité du paramétrage SDC de $A(x)$ peuvent également être utilisés pour améliorer les performances du contrôleur. Ces degrés de liberté ne sont pas disponibles dans les techniques traditionnelles de commande non linéaire. La technique permet également la conception du contrôle non linéaire pour les systèmes qui existent uniquement sous forme de simulation [43].

En outre, la plupart des problèmes de commande pratique implique d'une manière ou d'une autre des fortes contraintes sur la commande. Comme il y a très peu d'approches de conception qui peuvent gérer ces contraintes a priori. Au contraire, l'approche SDRE offre la possibilité d'imposer des limites sur la commande, taux de contrôle ou de même l'accélération de contrôle pour éviter la saturation de l'actionneur (voir par exemple [21,46]). La technique possède également la capacité de satisfaire les contraintes de l'état [17,29].

En raison de ces capacités et le caractère systématique de la technique de SDRE, en plus, les praticiens de contrôle ont utilisés la méthode dans une variété d'applications réelles, malgré que la stabilité doive généralement être vérifiée par simulation.

IV.2.13.Flexibilité de conception

Les matrices $Q(x)$ et $R(x)$ sont des paramètres de conception évidents dans l'approche SDRE, permettant une flexibilité de conception significative grâce à la possibilité de pénaliser diverses combinaisons d'états. Cependant, les performances du contrôleur ne dépendent pas seulement sur $Q(x)$ et $R(x)$ de contrôle choisis, mais aussi sur le choix de la représentation SDC de $A(x)$ dans (4.5). Dans un contexte déterministe, le

paramétrage SDC rend pleinement compte des non linéarités du système. Bien que la paramétrage SDC est unique dans le cas d'un scalaire x pour tout x , il est non unique dans le cas de multi-variables, et en utilisant la proposition 1, le paramétrage SDC de $A(x)$ soit même peut être paramétriser comme $A(x, \alpha)$, avec α est un vecteur des paramètres de conception libre. L'introduction de α crée un degré de liberté supplémentaire qui peut être utilisé non seulement pour améliorer les performances du contrôleur, mais aussi pour éviter les singularités ou la perte de contrôlabilité, ainsi il touche les compromis entre optimalité, la stabilité, la robustesse, et le rejet de la perturbation, offrant ainsi un plus de flexibilité de la commande non linéaire.

La flexibilité dans la conception de processus pour un système conforme, par conséquent, consiste en la sélection de la matrice SDC, $A(x, \alpha)$, en collaboration avec la sélection des matrices $Q(x)$ et $R(x)$ dépendant de l'état. Cependant, afin d'obtenir une solution acceptée pour tout $x \in \Omega$, $A(x, \alpha)$ doit être choisi de sorte que la paire paramétrée $\{A(x, \alpha), B(x)\}$ est stable. En utilisant la commande SDRE (4.8)-(4.11), la solution en boucle fermée sera alors $\dot{x} = A_{CL}(x)x$, avec $A_{CL}(x)$ est la matrice SDC en boucle fermée donnée par (4.7). De la théorie de l'équation de Riccati, $A_{CL}(x)$ est assuré d'être stable à tout point x .

La caractérisation du contrôleur SDRE a une structure similaire au problème de régulation LQR, pour que le SDRE (4.9) avoir une solution définie positive pour tout x , il suffit donc que $\{A(x, \alpha), B(x), c(x)\}$ être observable et commandable pour tout $x \in \Omega$, (condition 4). Cela permettra également de garantir que le système contrôlé par SDRE est localement asymptotiquement stable [16].

IV.2.14.Sélection du paramétrage SDC

En addition pour satisfaire les conditions de stabilité exigées dans la condition 4, une règle de base dans le choix de la factorisation dépendante de l'état, c'est que, tout terme contenant plus d'un variable d'état doit être paramétré et répartie entre les éléments correspondants de la matrice $A(x, \alpha)$ [19, 65].

Exemple

$$\dot{x}_3 = x_1 x_2$$

Deux factorisations possibles de $A(x) = [a_{ij}]$ sont

$$a_{31} = 0, a_{32} = x_1 \quad \text{et} \quad a_{31} = x_2, a_{32} = 0.$$

Aucune de ces deux factorisations reflète de la matrice $A(x)$ du fait que $\dot{x}_3$ dépend de x_1 et x_2 .

Bien que ces deux paramétrages peuvent être utilisés, il est prévu que meilleures réponses et une grande région de stabilité peut être obtenue avec le paramétrage :

$$a_{31} = \alpha_1 x_2 \quad \text{et} \quad a_{32} = (1 - \alpha_1) x_1 \quad \text{tel que } \alpha_1 \in [0,1] \quad (\text{Voir proposition 1}).$$

IV.2.15.Choix des matrices $Q(x)$ et $R(x)$

Un premier avantage offert par la méthodologie SDRE pour le concepteur de contrôleur est l'occasion de faire des compromis entre la force de la commande et les erreurs d'état en réglant les matrices $Q(x)$ et $R(x)$, la capacité qui n'est pas disponible dans d'autres méthodes de commande non linéaires. Par conséquent, une grande partie de l'intuition physique dans la conception de contrôleur associé à des méthodes linéaire H_2 est disponible pour le concepteur en ajustant les paramètres physiques importants, en fonction du comportement du système contrôlé. $Q(x)$ et $R(x)$ sont non seulement constants, mais peuvent aussi varier en fonctions des états afin d'obtenir la réponse du système désirée. Ainsi, différents modes de comportement peuvent être imposés dans l'espace d'état des différentes régions.

Par exemple, les matrices $Q(x)$ et $R(x)$ peuvent être choisis tels que x augmente, $Q(x)$ augmente, $R(x)$ diminue, sauvant ainsi des forces de contrôle près de l'origine, et s'assurer que le système est poussé à son équilibre loin de l'origine. Cette flexibilité augmente la capacité dans la conception classique LQR en faisant des compromis entre la commande et l'erreur de l'Etat. En outre, les minimisations globales s'appuieront sur la convexité de la fonction Hamiltonienne par rapport à x et u (voir [16]).

IV.2.16.Proposition2 (Hammett, 1997)[32]

On considère la fonction scalaire $l(x) = x^T Q(x)x$.

On pose $Q(x) = Q_0 + Q_1(x)$.

Avec $Q_0 = \text{diag}\{c_{10}, \dots, c_{n0}\}$ est une matrice constante définie positive

Avec :

$$c_{i0} > 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

$$Q_1(x) = \text{diag}\{q_1(x_1), \dots, q_n(x_n)\}$$

telle que chaque q_i prend la forme :

$$q_i(x_i) = c_{i2}x_i^2 + c_{i4}x_i^4 + \dots + c_{is_i}x_i^{s_i}$$

Avec $c_{ij} \geq 0, j = 2, 4, \dots, s_i$.

Alors $l(x)$ est globalement convexe par rapport à x .

IV.2.17. Informations partielles des états

Il est clair à partir de (4.8), que tous les états doivent être disponibles pour construire la commande $u(x)$ par SDRE. Cependant, dans certains problèmes d'intérêt pratique, sauf des quelques états sont disponibles à la mesure. L'extension de la méthodologie SDRE pour le problème de la régulation non linéaire dont les états de sorties sont partiellement mesurés a été adressée par [31].

Le système est représenté par :

$$\dot{x} = A(x, \alpha)x + B(x)u \quad (4.14)$$

$$y = C(x, \beta)x \quad (4.15)$$

Avec y est la sortie mesurée, $C: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{p \times n}$, α et β sont des vecteurs de paramètre de conception libre.

Le contrôleur SDRE utilisant l'estimateur est donné par :

$$\dot{x} = A(x, \alpha)x + B(x)u - B(x)K(\hat{x})\hat{x}$$

$$\dot{\hat{x}} = A(\hat{x}, \alpha)\hat{x} - B(\hat{x})K(\hat{x})x + L(\hat{x})[y - C(\hat{x}, \beta)\hat{x}] \quad (4.16)$$

$$y = C(x, \beta)x$$

Par l'utilisation de la théorie des observateurs optimaux pour les systèmes linéaires

$$L(\hat{x}) = S(\hat{x})H^T(\hat{x}, \beta)V^{-1}(\hat{x}) \quad (4.17)$$

Et $S(\hat{x})$ est la solution de l'équation de riccati :

$$A(\hat{x}, \alpha)S(\hat{x}) + S(\hat{x})A^T(\hat{x}, \alpha) - S(\hat{x})H^T(\hat{x}, \beta)V^{-1}H(\hat{x}, \beta)S(\hat{x}) + W(\hat{x}) = 0 \quad (4.18)$$

Avec $W: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ et $V: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^{p \times p}$ sont les paramètres de conception de l'estimateur d'état SDRF, tel que $W(x) = W^T(x) \geq 0$ et $(x) = V^T(x) > 0 \quad \forall x \in \Omega$.

Note, cependant, que dans l'estimateur d'état, à la place de l'état x réel, l'état $\hat{x}$ estimé est substitué avec les matrices SDC dans les équations du système. Les paires $\{A(x, \alpha), B(x)\}$ et $\{C(x, \beta), A(x, \alpha)\}$ sont des paramétrages commandables et observables respectivement, le système compensé en boucle fermé est asymptotiquement et localement stable [31]. Dans l'absence de commande ; la formule au-dessus se réduit à l'observateur de SDRE. A condition que $A(x, \alpha)$ et $C(x, \beta)$ sont localement Lipschitz et $\{C(x, \beta), A(x, \alpha)\}$ est un paramétrage observable $\forall x \in \Omega$, [31]. L'estimation d'état en utilisant l'observateur SDRE converge localement et asymptotiquement vers l'état réel.

IV.2.18. Implémentation en temps réel

La vitesse de calcul et les problèmes de performance sont des considérations pratiques importantes pour la mise en œuvre en temps réel de la technique de SDRE. Les étapes impliquées dans le calcul de lois de commande SDRE sont schématisées dans l'organigramme illustré dans la page suivante, Tout d'abord, le concepteur doit effectuer la sélection de paramétrage SDC hors ligne, si la fonction non-linéaire $f(x)$ est disponible dans la forme analytique, une manipulation algébrique peut être utilisée pour construire $A(x, \alpha)$ et $B(x)$.

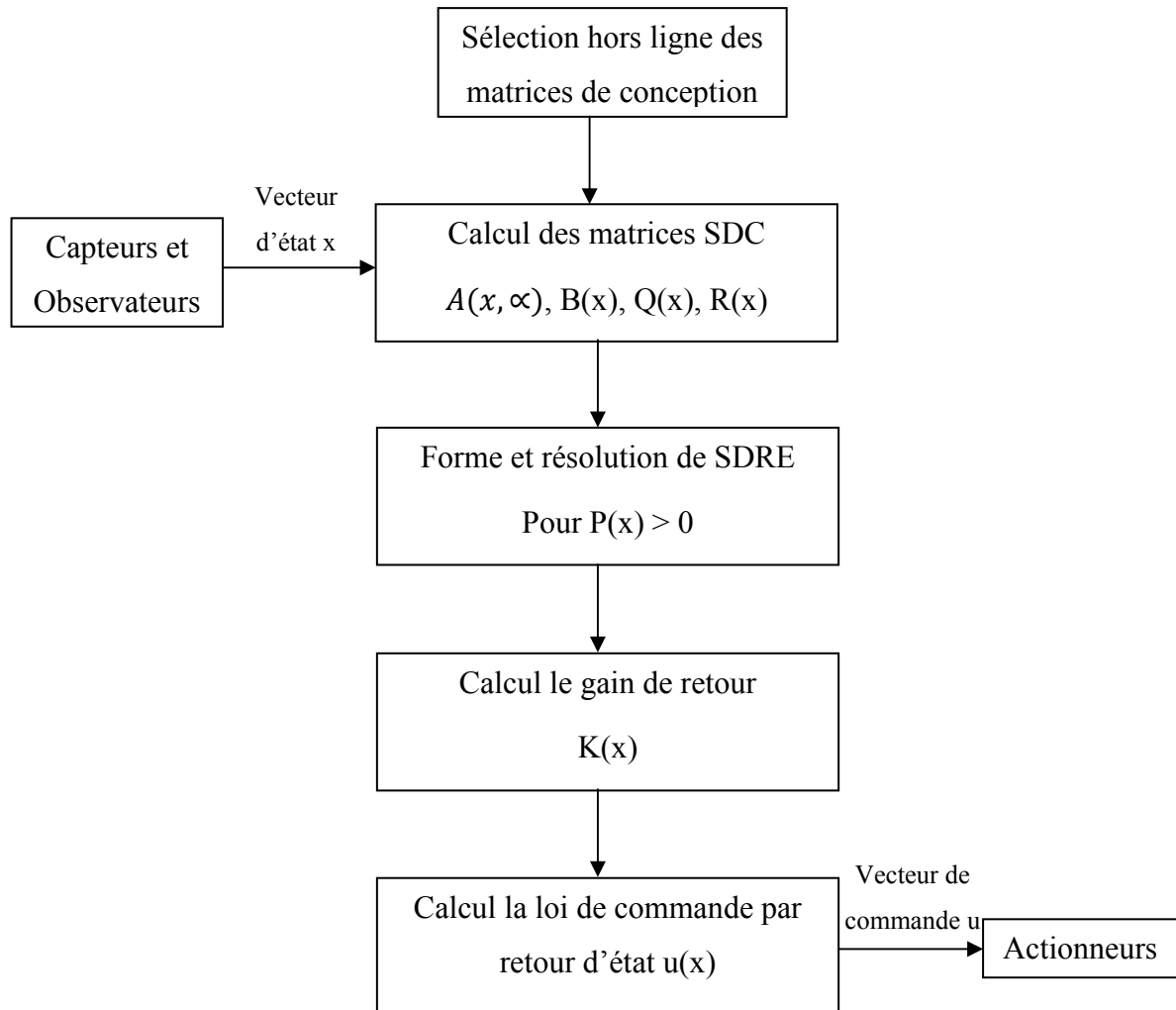


Figure4.1 : Organigramme de calcul de loi de commande en temps réel pour l'approche SDRE

IV.3. Application au modèle ASM1

On applique la stratégie de commande illustré ci-avant au modèle non simplifié ASM1 en se basant sur les résultats de l'estimation SDDRF présentés dans le chapitre III.

La station à commander a deux boucles de commande :

- **La première boucle de commande**

La première boucle de commande implique la commande de niveau de l'oxygène dissous dans le dernier compartiment à une consigne de 2.0 g.m^{-3} par une manipulation dans le coefficient de transfert de l'oxygène. On rappelle que K_{La} dans le dernier compartiment est considéré comme 10 hr^{-1} .

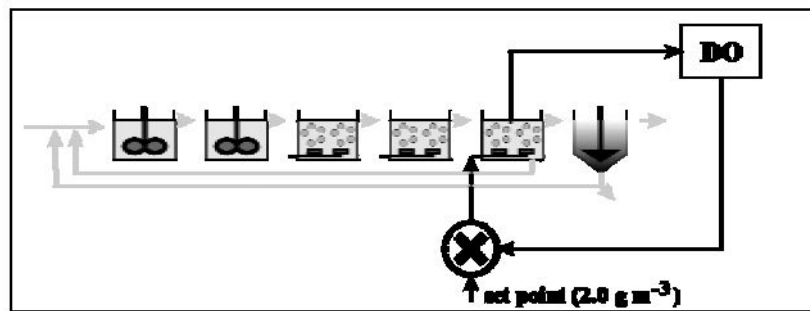


Figure4.2 : première boucle de commande

- **Deuxième boucle de commande**

La seconde boucle de commande implique la commande de niveau de nitrate à une consigne de 1 g.m^{-3} par la manipulation dans le débit de recyclage interne.

La deuxième boucle de commande est illustrée par la figure suivante :

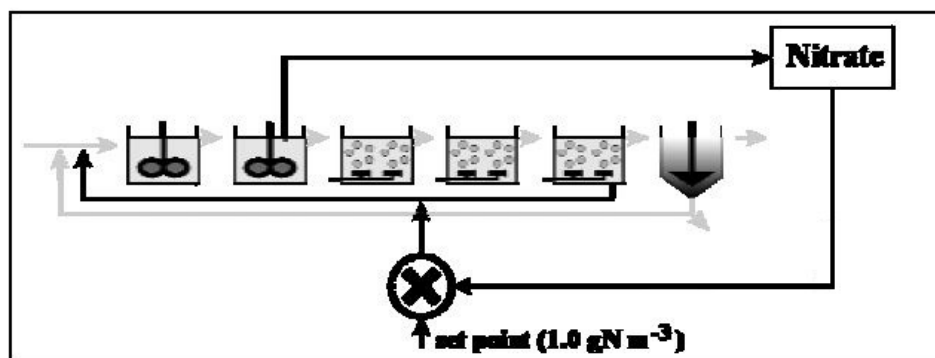


Figure4.3: deuxième boucle de commande

IV.3.1. Configuration de contrôleurs par défaut

Les objectifs de contrôle primaire pour les stratégies par défaut sont de maintenir la concentration de $\text{NO}_3\text{-N}$ dans le 2ème compartiment à une valeur de consigne prédéterminée (1 g.m^{-3}) et la concentration d'oxygène dissous dans le 5ème compartiment à une valeur de consigne prédéterminée (2 g. m^{-3})[35].

IV.3.2. Les variables des contrôleurs

La valeur minimale de $\text{NO}_3\text{-N}$ qui peut être mesurée par le capteur est de 0 gN.m^{-3} . Le bruit de mesure est égal à $0,5 \text{ g N.m}^{-3}$. La variable manipulée est le débit de recyclage interne du compartiment 5 vers compartiment 1.

Pour le contrôle de SO dans le compartiment 5, la sonde DO a une plage de mesure de 0 à 10 g. m^{-3} et un bruit de mesure de $0,25 \text{ g.m}^{-3}$. La variable manipulée est le coefficient de transfert de l'oxygène, K_{La5} .

Le débit de recyclage externe est maintenue constant. Il y a des contraintes sur le transfert de l'oxygène dans le compartiment 5: $K_{La} = 0 \text{ à } 10 \text{ h}^{-1}$.

IV.4. Évaluation des performances

III.4.1. violations des effluents

La mesure de violations des effluents est incluse dans l'évaluation de la performance. Des contraintes concernant cinq composantes des effluents sont définies. En outre, la méthode pour rendre compte du nombre de violations est définie, Les violations sont calculées pour cinq termes: l'ammoniac, l'azote total, BOD_5 , COD_t , et les solides en suspension.

Le débit pondéré des valeurs moyennes des concentrations des effluents au cours des trois périodes d'évaluation (sec, pluie et orage: 7 jours pour chacun) devraient obéir aux limites indiquées dans le tableau (4.1). L'azote total (N_{tot}) est calculé comme la somme des $S_{NO,e}$ et $SN_{Kj,e}$, où SN_{Kj} est la concentration d'azote Kjeldahl.

Variable	Valeur
N_{tot}	$<18 \text{ g N.m}^{-3}$
COD_t	$<100 \text{ g COD.m}^{-3}$
SNH	$<4 \text{ g N.m}^{-3}$
TSS	$<30 \text{ g SS.m}^{-3}$
BOD_5	$<10 \text{ g BOD.m}^{-3}$

Tableau4.1: Valeurs limites de qualité des effluents.**IV.4.2.variables opérationnelles**

Les enjeux opérationnels sont considérés à travers trois éléments: production de boues, l'énergie de pompage et l'énergie de l'aération (des intégrations réalisées sur les 7 derniers jours (de $t=7j$ jusqu'à $t=14j$)).

IV.4.2.1.Production de boue**IV.4.2.1.1.Les boues pour élimination (Kg.j^{-1}).**

$$P_{boue} = [\Delta M(TSS_{systeme}) + M(TSS_w)]/T$$

Avec : $\Delta M(TSS_{systeme})$ est le changement de la masse des boues du système de la fin du jour 6 à la fin du jour 14.

$$\Delta M(TSS_{systeme}) = M(TSS_{système})_{fin \text{ du jour } 14} - M(TSS_{système})_{fin \text{ du jour } 6}$$

$$M(TSS_{système}) = M(TSS_{réacteurs}) + M(TSS_{décanteur})$$

$$M(TSS_w) = 0.75 \int_{t=7j}^{t=14j} [X_{s,w}(t) + X_{BH,w}(t) + X_{P,w}(t) + X_{I,w}(t)] Q_w(t) dt$$

IV.4.2.1.2.Production totale de la boue (Kg.j^{-1})

$$P_{boue_totale} = P_{boue} M(TSS_e)/T$$

Avec :

$$M(TSS_e) = 0.75 \int_{t=7j}^{t=14j} [X_{s,e}(t) + X_{BH,e}(t) + X_{P,e}(t) + X_{I,e}(t)] Q_e(t) dt$$

IV.4.2.2.L'énergie de pompage (KWh j⁻¹)

$$E_P = \frac{0.04}{T} \int_{t=7j}^{t=14j} [Q_a(t) + Q_r(t) + Q_w(t)] dt$$

Avec :

$Q_a(t)$: Débit de recyclage interne au temps t.

$Q_r(t)$: Débit de recyclage externe au temps t

$Q_w(t)$: Débit de boues extraites au temps (t)

IV.4.2.3.L'énergie de l'aération (KWh.j⁻¹)

$$E_{aération} = \frac{24}{T} \int_{t=7j}^{t=14j} \sum_{i=1}^{i=5} [0.4032 KLa_i(t)^2 + 7.8408 KLa_i(t)] dt$$

Avec :

$K_L a_i(t)$ est le coefficient de transfert de la masse dans $i^{ème}$ bioréacteur aéré au temps t (unité h⁻¹).

IV.5.Choix des paramétrages SDC**IV.5.1.Première boucle de commande (SO)****IV.5.1.1.Choix de A(x)**

$$A(x) = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{3,3} & 0 & 0 & a_{3,6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{4,4} & 0 & 0 & 0 & a_{4,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{6,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7,7} & a_{7,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{8,3} & 0 & 0 & a_{8,6} & 0 & a_{8,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{9,9} & a_{9,10} & 0 \\ 0 & 0 & a_{10,3} & a_{10,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10,10} & 0 \end{bmatrix}$$

Avec:

$$a_{1,1} = -0.5 * \frac{1}{Y_H} \cdot \mu_H \cdot \frac{1}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot x(3)$$

$$a_{1,2} = 0.5 * k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) \left(\frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \right) \right] x(3)$$

$$a_{1,3} = -0.5 * \frac{1}{Y_H} \cdot \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} - \frac{1}{Y_H} \cdot \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot \frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \cdot \eta_g + 0.5 * k_h \frac{x(2)/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) \left(\frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \right) \right]$$

$$a_{2,1} = 0.5 * (1 - f_p) \cdot \frac{b_H x(3)}{x(1)} + 0.5 * (1 - f_p) \cdot \frac{b_A x(4)}{x(1)} - 0.5 * k_h \frac{x(2)/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) \left(\frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \right) \right] x(3)/x(1)$$

$$a_{2,2} = -0.5 * k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) \left(\frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \right) \right] x(3)$$

$$a_{2,3} = 0.5 * (1 - f_p) b_H$$

$$a_{2,4} = 0.5 * (1 - f_p) b_A$$

$$a_{3,3} = -b_H + \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot \frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \cdot \eta_g$$

$$a_{3,6} = \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot x(3)/x(6)$$

$$a_{4,4} = -b_A$$

$$a_{4,8} = \mu_A \cdot \frac{1}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OA} + x(6) + 2} \cdot x(3)$$

$$a_{5,3} = f_p \cdot b_H$$

$$a_{5,4} = f_p \cdot b_A$$

$$a_{6,3} = -\frac{1 - Y_H}{Y_H} \cdot \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2}$$

$$a_{6,8} = \left(-\frac{4.57}{Y_A} + 1 \right) \cdot \mu_A \cdot \frac{1}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OA} + x(6) + 2} \cdot x(3)$$

$$a_{7,7} = -\frac{1 - Y_H}{2.86 Y_H} \cdot \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot \frac{1}{K_{NO} + x(7)} \cdot \eta_g^{X_{BH}}$$

$$a_{7,8} = \frac{1}{Y_A} \cdot \mu_A \cdot \frac{1}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OA} + x(6) + 2} \cdot x(4)$$

$$a_{8,3} = -i_{XB} \cdot \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot \frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \cdot \eta_g + k_a \cdot x(9)$$

$$a_{8,6} = -i_{XB} \cdot \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \cdot x(3)/x(6)$$

$$a_{8,8} = -(i_{XB} + \frac{1}{Y_A}) \cdot \mu_A \cdot \frac{1}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6) + 2}{K_{OA} + x(6) + 2} \cdot x(4)$$

$$a_{9,9} = -k_a \cdot x(3)$$

$$a_{9,10} = k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) \left(\frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \right) \right] x(3)$$

$$a_{10,3} = (i_{XB} - f_p i_{XP}) \cdot b_H$$

$$a_{10,4} = (i_{XB} - f_p i_{XP}) \cdot b_A$$

$$a_{10,10} = -k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6) + 2}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6) + 2} \right) \left(\frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \right) \right] x(3)$$

IV.5.1.2.Choix de B(x)

$$B(x) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad So_{sat}-x(6) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

IV.5.1.3.Choix des matrices Q(x) et R(x)

$$Q(x) = Q = diag([6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6])$$

$$R(x) = R = 5000$$

IV.5.2.deuxième boucle de commande (SNO)

IV.5.2.1.Choix de A(x)

$$A(x) = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & a_{1,6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & 0 & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{3,3} & 0 & 0 & a_{3,6} & a_{3,7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{4,4} & 0 & 0 & 0 & a_{4,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6,6} & 0 & a_{6,8} & 0 & 0 \\ & a_{7,1} & 0 & a_{7,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7,8} & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & a_{8,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{8,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{9,9} & a_{9,10} \\ 0 & 0 & a_{10,3} & a_{10,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10,10} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$a_{1,1} = -\frac{1}{Y_H} * \mu_H \cdot \frac{1}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \cdot \frac{x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \cdot \eta_g x(3)$$

$$a_{1,2} = k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \right) \left(\frac{x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \right) \right] x(3)$$

$$a_{1,6} = -\frac{1}{Y_H} * \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{1}{K_{OH} + x(6)} \cdot x(3)$$

$$a_{2,1} = -k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \right) \left(\frac{x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \right) \right] x(3)$$

$$a_{2,3} = (1 - f_p) * b_H$$

$$a_{2,4} = (1 - f_p) * b_A$$

$$a_{3,3} = -b_H$$

$$a_{3,6} = \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{1}{K_{OH} + x(6)} \cdot x(3)$$

$$a_{3,7} = \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \cdot \frac{x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \cdot \eta_g x(3)/x(7)$$

$$a_{4,4} = -b_A$$

$$a_{4,8} = \mu_A \cdot \frac{x(8)}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{1}{K_{OA} + x(6)} \cdot x(4)$$

$$a_{5,3} = f_p b_H$$

$$a_{5,4} = f_p b_A$$

$$a_{6,6} = -\frac{1 - Y_H}{Y_H} * \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \cdot x(4)$$

$$a_{6,8} = -\left(\frac{4.57}{Y_A} + 1\right) * \mu_A \cdot \frac{x(8)}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6)}{K_{OA} + x(6)} \cdot x(4)$$

$$a_{7,1} = -0.5 * \frac{1 - Y_H}{2.86Y_H} * \mu_H \cdot \frac{1}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \cdot x(3)$$

$$a_{7,3} = -0.5 * \frac{1 - Y_H}{2.86Y_H} * \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \cdot \frac{x(7)}{K_{NO} + x(7)} \cdot \eta_g$$

$$a_{7,8} = \frac{1}{Y_A} * \mu_A \cdot \frac{1}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6)}{K_{OA} + x(6)} \cdot x(4)$$

$$a_{8,3} = k_a \cdot x(9) - i_{XB} * \left(\mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \right. \\ \left. + \mu_H \cdot \frac{x(1)}{K_S + x(1)} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \cdot \frac{x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \cdot \eta_g \right)$$

$$a_{8,8} = -\left(i_{XB} + \frac{1}{Y_A}\right) \cdot \mu_A \cdot \frac{1}{K_{NH} + x(8)} \cdot \frac{x(6)}{K_{OA} + x(6)} \cdot x(4)$$

$$a_{9,9} = -k_a \cdot x(3)$$

$$a_{9,10} = k_h \frac{1/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \right) \left(\frac{x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \right) \right] x(3)$$

$$a_{10,3} = (i_{XB} - f_p i_{XP}) \cdot b_H$$

$$a_{10,4} = (i_{XB} - f_p i_{XP}) \cdot b_A$$

$$a_{10,10} = k_h \frac{x(2)/x(3)}{K_x + x(2)/x(3)} \left[\left(\frac{x(6)}{K_{OH} + x(6)} \right) \right. \\ \left. + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + x(6)} \right) \left(\frac{S_{NO}x(7) + 1}{K_{NO} + x(7) + 1} \right) \right] x(3)/x(2)$$

IV.5.2.2.Choix de B(x)

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{vol}\right)(u(7) - x(7)) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

IV.5.2.3.Choix des matrices Q(x) et R(x)

$$Q(x) = Q$$

$$= \text{diag}([12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3 \ 12 \cdot 10^3])$$

$$R(x) = R = 0.5$$

IV.6.Environment de Simulation

La figure illustrée ci-dessous montre l'implantation des contrôleurs d'oxygène et de nitrate.

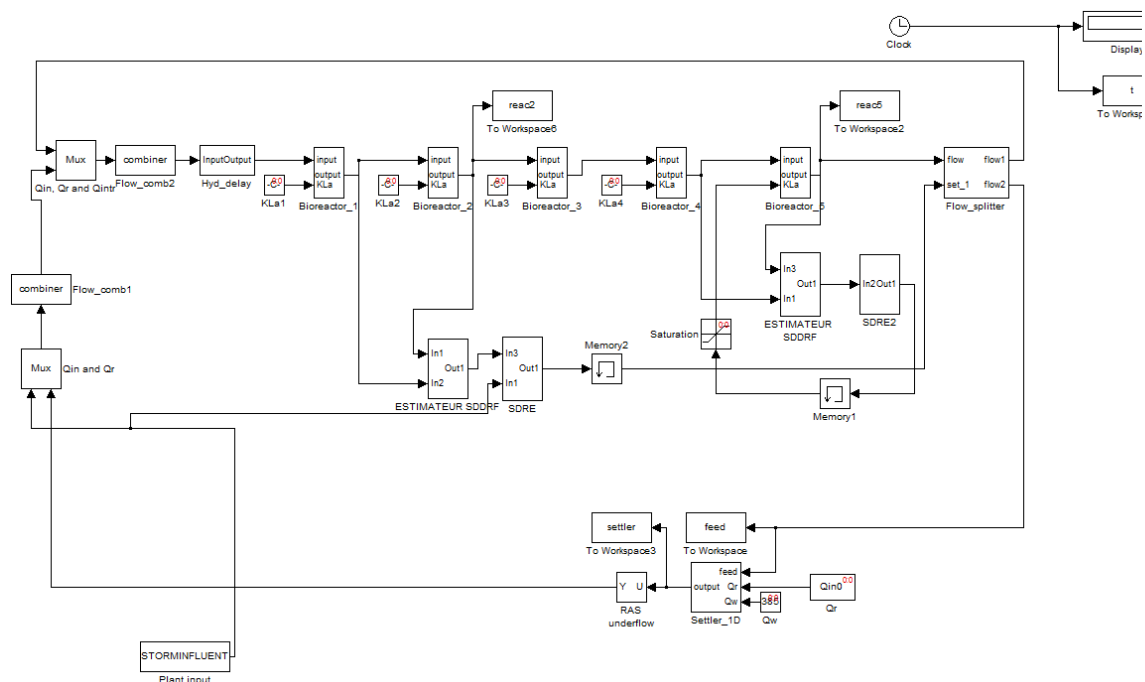


Figure 4.4 : Commande de ASM1 par la technique SDRE sous MATLAB/Simulink

IV.7. Résultats de simulation

Dans la suite on va montrer les résultats de simulation qu'on a trouvé en appliquant deux techniques de commande sur le modèle complet ASM1 y compris le décanteur, la première technique est la méthode de commande classique PI, et la deuxième est la technique de SDRE, en utilisant le même cahier de charges et les mêmes conditions climatiques proposés par Benchmark .

IV.7.1. Le régulateur de l'oxygène SO

IV.7.1.1. Beau temps

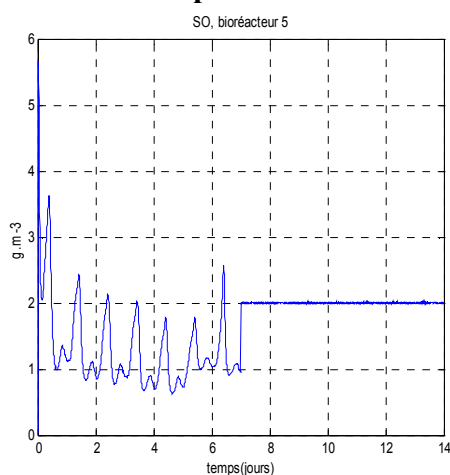


Figure 4.5.a : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps
(Technique SDRE)

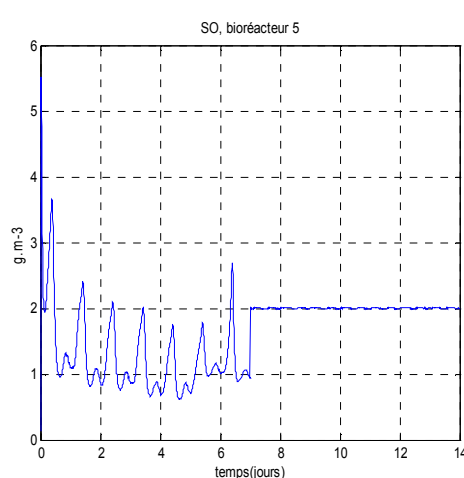


Figure 4.5.b : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps
(Régulateur PI)

III.7.1.2. Temps de pluie

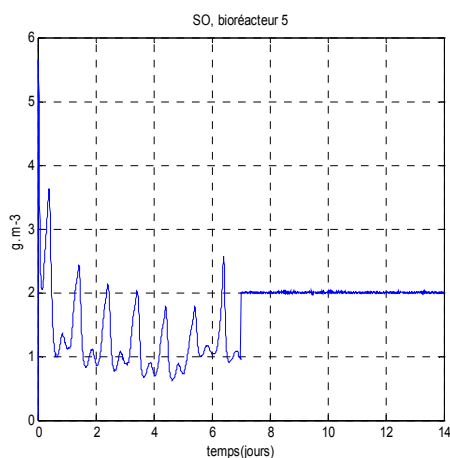


Figure 4.6.a : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps
(Technique SDRE)

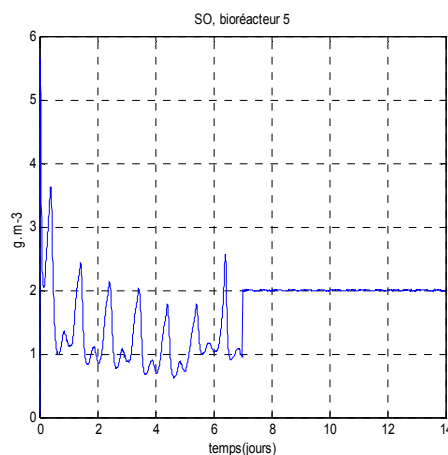


Figure 4.6.b : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps
(Régulateur PI)

IV.7.1.3. Temps d'Orage

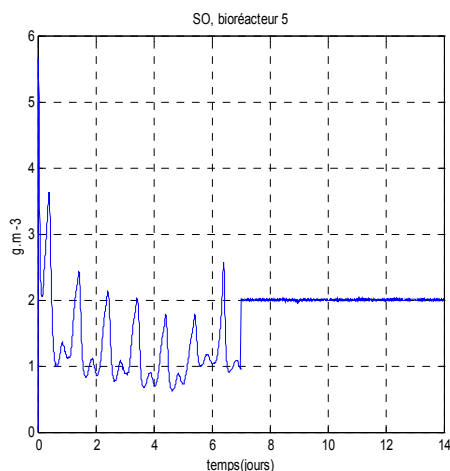


Figure 4.7.a : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Technique SDRE)

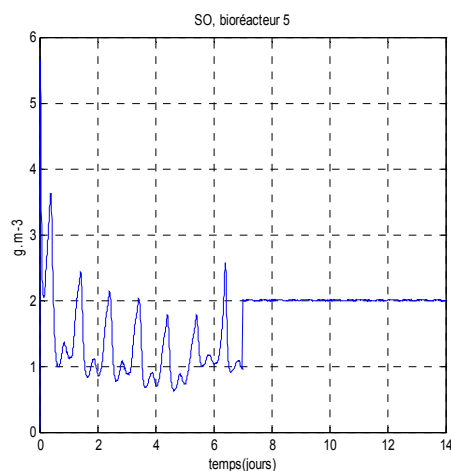


Figure 4.7.b : Evolution de la concentration d'oxygène en fonction du temps (Régulateur PI)

IV.7.2. Le régulateur de Nitrate NO_3

IV.7.2.1. Beau Temps

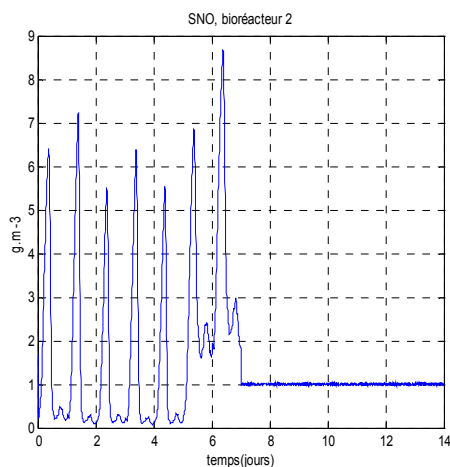


Figure 4.8.a : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Technique SDRE)

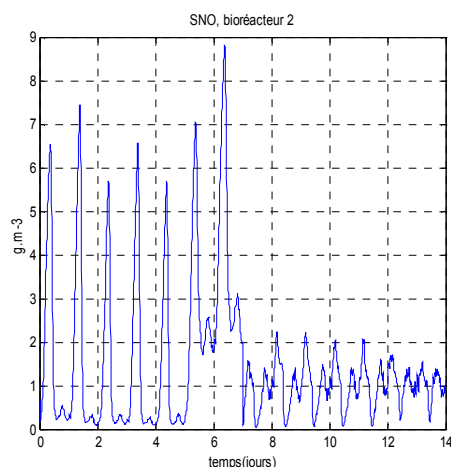


Figure 4.8.b : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Régulateur PI)

III.7.2.2. Temps de Pluie

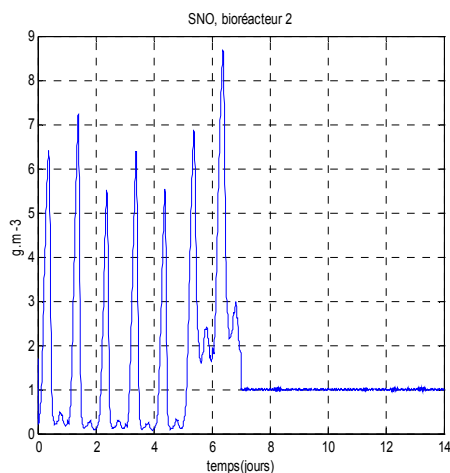


Figure 4.9.a : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps
(Technique SDRE)

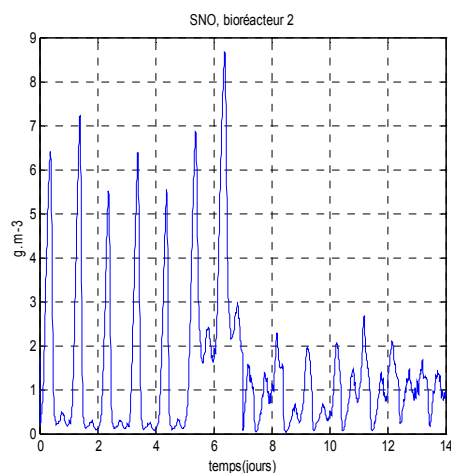


Figure 4.9.b: Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps
(Régulateur PI)

III.7.2.3. Temps d'orage

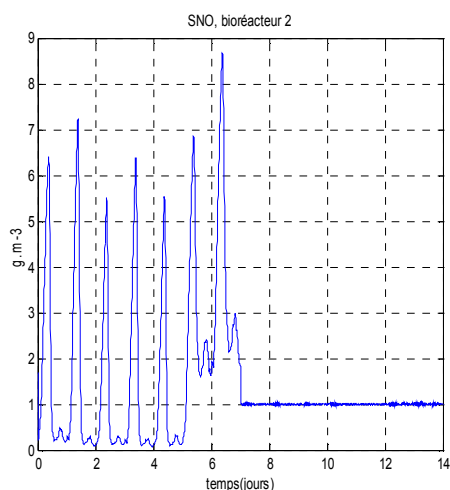


Figure 4.10.a : Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Technique SDRE)

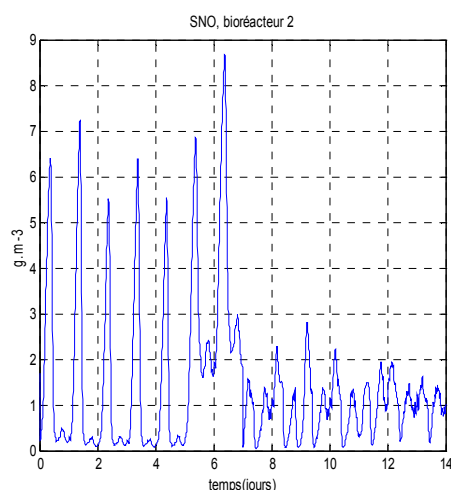


Figure 4.10.b: Evolution de la concentration de Nitrate en fonction du temps (Régulateur PI)

IV.7.3. Evaluation des performances pour les deux techniques (SDRE et PI)

IV.7.3.1. violations des effluents

	Beau Temps		Temps de Pluit		Temps d'Orage		
Variable	SDRE	PI	SDRE	PI	SDRE	PI	Valeur
N_{tot}	18.6455	19.5052	16.6397	17.394	18.3807	18.6025	$<18 \text{ g N.m}^{-3}$
COD_t	51.8661	52.1505	50.5092	51.1479	52.7487	52.7888	$<100 \text{ g COD.m}^{-3}$
SNH	6.5647	7.4148	7.5449	8.0232	9.2343	8.0754	$<4 \text{ g N.m}^{-3}$
TSS	15.6786	15.8765	19.9964	20.3482	19.2333	19.0352	$<30 \text{ g SS.m}^{-3}$
BOD_5	3.4717	3.5412	4.4863	4.5671	4.2528	4.1734	$<10 \text{ g BOD.m}^{-3}$

Tableau4.2 : Violations des effluents

IV.7.3.2. variables opérationnelles

	Beau Temps		Temps de Pluit		Temps d'Orage	
	SDRE	PI	SDRE	PI	SDRE	PI
Boue pour élimination (Kg.j^{-1})	17270.96	17329.81	16401.56	16399.84	18226.32	18268.20
Production totale de boue (Kg.j^{-1})	22241.44	19341.36	24391.21	19796.13	23822.22	21025.68
L'énergie consommée par les aérateurs kWh/j	6476.11	6476.11	6476.11	6476.11	6476.11	6476.11
L'énergie consommée par les pompes kWh/j	1118.50	1908.10	1835.07	2602.70	2452.39	2333.09

Tableau4.2 : variables opérationnelles

Par comparaison des résultats trouvés par simulation et les performances de la station d'épuration en utilisant les deux techniques de commande (SDRE et PI), On trouve que la technique de SDRE donne des résultats meilleurs par rapport au régulateur PI.

IV.8. Conclusion

Dans ce chapitre on a développé un algorithme de commande de systèmes non-linéaire basé sur l'approche SDRE, cet algorithme est appliqué au modèle non simplifié de ASM1, une optimisation des performances de la station d'épuration des eaux usées est aussi faite dans ce chapitre. Les résultats de simulation et les résultats numériques sont faits sous la plate-forme MATLAB.

Conclusion générale

Conclusion Générale

L'objectif de notre travail est le développement et la mise en œuvre d'une technique de commande et d'estimation moderne connue par State Dependent Riccati Equation (SDRE) développée au cours de ces dernières années, Qui fait actuellement l'objet de plusieurs travaux de recherches. Pour promouvoir les résultats de simulation de cette dernière on les a comparés avec des techniques classiques utilisées dans la commande de systèmes non-linéaires.

Dans ce travail on a proposé une solution au problème de régulation des procédés biotechnologiques connu par la régulation des procédés de traitement des eaux usées en utilisant le modèle complet du procédé à boue activée (ASM1) qui est largement non-linéaire, voire, le manque et le coût élevé des capteurs dirigés vers ce type des bioprocédés qui contient treize variables d'états dont seulement trois état sont mesurables. Dans cette régulation on a respecté les exigences proposées par Benchmark.

Dans le premier chapitre on a abordé l'état de l'art de l'estimation et de la commande de systèmes non-linéaires.

Dans le deuxième chapitre on a fait une description du procédé de traitement des eaux usées avec une présentation et modélisation du modèle complet du procédé à boue activée ASM1 et une simulation de ce procédé durant quatorze jours avec les différentes conditions météorologiques (Beau temps, Temps de pluie et temps d'orage).

Dans le troisième chapitre on a proposé un algorithme d'estimation basé sur la technique de State Dependent Differential Riccati Filter (SDDRF), pour l'estimation des états inconnus (non mesurables) d'ASM1, Les résultats trouvés sont comparés avec celle de Filtre de Kalman Etendu (FKE).

Dans le dernier chapitre un algorithme de commande basé sur la technique de State Dependent Riccati Equation (SDRE) en utilisant les résultats obtenus dans les deux derniers chapitres est développé et testé sur le modèle complet ASM1 avec les différentes conditions météorologiques (Beau temps, Temps de pluie et le temps d'orage). Une autre technique de commande classique est utilisée (PI) (Proposée par Benchmark) seulement les résultats qui sont montrés, pour qu'on puisse évaluer les performances de notre nouvel algorithme de commande de systèmes non-linéaires qui est appliqué aux procédés

Conclusion générale

biotechnologiques. Une optimisation de performances de la station d'épuration des eaux usées est également faite dans ce chapitre.

Cet algorithme peut être amélioré pour qu'il soit plus robuste en introduisant la technique de H infinity control ce qui donne un nouvel algorithme basé sur la technique de State Dependent H Infinity Riccati Equation.

Annexes

Paramètre	symbole	Unité	20°C	10°C	Littérature	Benchmark
Paramètres stoechiométriques						
Rendement de conversion des hétérotrophes	Y_H	$\text{gO}_2\text{-Xba} \cdot \text{gN}^{-1}$	0.67	0.67	0.38-0.75	0.67
Rendement de conversion des autotrophes	Y_A	$\text{gO}_2\text{-Xbh} \cdot \text{gO}_2\text{-Ss}^{-1}$	0.24	0.24	0.07-0.28	0.24
Fraction de DCO inerte issue du décès de la biomasse	f_p	-	0.08	0.08	-	0.08
Proportion d'azote dans la biomasse	i_{XB}	$\text{gN} \cdot \text{gO}_2^{-1}$	0.086	0.086	-	0.08
Proportion d'azote dans les produits de la biomasse	i_{XP}	$\text{gN} \cdot \text{gO}_2^{-1}$	0.06	0.06	-	0.06
Coefficients cinétiques						
Taux de croissance spécifique maximal des hétérotrophes	μ_H	j^{-1}	6.0	3.0	0.6-13.2	4.0
Taux de mortalité des hétérotrophes	b_H	j^{-1}	0.62	0.20	0.05-1.6	0.3
Constante d'affinité en substrat des hétérotrophes	K_S	$\text{mgO}_2 \cdot \text{L}^{-1}$	20	20	5-225	10
Constante d'affinité en oxygène des hétérotrophes	$K_{\text{O}_2\text{H}}$	$\text{mgO}_2 \cdot \text{L}^{-1}$	0.20	0.20	0.01-0.20	0.20
Constante d'affinité en nitrates des hétérotrophes dénitrifiant	K_{NO}	$\text{mgNO}_3\text{-N} \cdot \text{L}^{-1}$	0.50	0.50	0.1-0.5	0.50
Taux de croissance maximal des autotrophes	μ_A	j^{-1}	0.80	0.30	0.2-1.0	0.5
Taux de mortalité des autotrophes	b_A	j^{-1}	0.20	0.10	0.05-0.2	0.05
Constante d'affinité en ammoniacque des autotrophes	$K_{\text{O}_2\text{A}}$	$\text{mgO}_2 \cdot \text{L}^{-1}$	0.4	0.4	0.4-2.0	1.0
Constante d'affinité en oxygène des autotrophes	K_{NH}	$\text{mgNH}_3\text{-N} \cdot \text{L}^{-1}$	1.0	1.0	-	0.40
Facteur de correction pour la croissance anoxie des hétérotrophes	η_g	-	0.8	0.8	0.6-1.0	0.8
Taux d'ammonification	K_a	$\text{m}^3 \cdot (\text{gO}_2 \cdot \text{j})^{-1}$	0.08	0.04	-	0.05
Taux maximal spécifique d'hydrolyse	K_h	$\text{gO}_2\text{-Xs} \cdot (\text{gO}_2\text{-Xbh} \cdot \text{j})^{-1}$	3.0	1.0	-	3.0
Constante d'affinité en substrat particulière pour l'hydrolyse	K_X	$\text{gO}_2\text{-Xs} \cdot \text{gO}_2\text{-Xbh}^{-1}$	0.03	0.01	-	0.1
Facteur de correction pour l'hydrolyse en phase anoxie	η_h	-	0.1	0.4	-	0.8

Définition des paramètres utilisés dans le modèle ASM1

Annexe II

Concentration j		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Cinétique de la réaction
i	Réaction ρ_i	S_I	S_S	X_I	X_S	X_{BH}	X_{BA}	X_P	S_O	S_{NO}	S_{NH}	S_{ND}	X_{ND}	S_{alk}	
1	Croissance aérobie des hétérotrophes		$1 - \frac{Y_H}{Y_H}$			1			$1 - \frac{Y_H}{Y_H}$		$-i_{XB}$			$-\frac{i_{XB}}{14}$	$\mu_H \cdot \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \cdot X_{BH}$
2	Croissance hétérotrophe anoxique		$1 - \frac{Y_H}{Y_H}$			1				$1 - \frac{Y_H}{2.86Y_H}$	$-i_{XB}$			$\frac{1 - Y_H}{14 \cdot 2.86Y_H} \cdot \frac{i_{XB}}{14}$	$\mu_H \cdot \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \cdot \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \cdot \eta_g \cdot X_{BH}$
3	Croissance autotrophe aérobie						1		$1 - \frac{4.57}{Y_A} + 1$	$1 - \frac{Y_H}{Y_A}$	$-i_{XB}$ $1 - \frac{Y_A}{Y_A}$			$-\frac{i_{XB}}{14} \cdot \frac{1}{1 - \frac{Y_A}{Y_A}}$	$\mu_A \cdot \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \cdot \frac{S_O}{K_{OA} + S_O} \cdot X_{BA}$
4	Mortalité des bactéries hétérotrophe				$1 - f_p$	-1		f_p					$i_{XB} - f_p i_X$		$b_H X_{BH}$
5	Mortalité des bactéries autotrophe				$1 - f_p$		-1	f_p					$i_{XB} - f_p i_X$		$b_A X_{BA}$
6	Ammonification										1	-1		$\frac{1}{14}$	$k_a \cdot S_{ND} X_{BH}$
7	Hydrolyse du carbone organique		1		-1										$k_h \frac{X_S/X_{BH}}{K_x + X_S/X_{BH}} \left[\left(\frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \right) + \eta_h \left(\frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \right) \left(\frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] X_{BH}$
8	Hydrolyse de l'azote organique											1	-1		$\rho_7 (X_{ND}/X_S)$
Taux de conversion observé		$r_i = \sum_i v_i \rho_j$													

Modèle ASM1 (Source Henze et al, 1987)

Code MATLAB (S-function) utilisé pour la modélisation des Bioréacteurs

```
function [sys,x0,str,ts] = asm1(t,x,u,flag,XINIT,PAR,V,SOSAT)
```

```
switch flag
case 0
[sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(XINIT);
case 1
sys = mdlDerivatives(t,x,u,PAR,V,SOSAT);
case 3
sys = mdlOutputs(t,x,u,PAR);
case {2,4,9}
sys = [];
otherwise
error(['unhandled flag =',num2str(flag)]) ;
end
```

```
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(XINIT)
s = simsizes ;
s.NumContStates = 13 ;
s.NumDiscStates = 0 ;
s.NumOutputs = 15 ;
s.NumInputs = 16 ;
s.DirFeedthrough = 1 ;
s.NumSampleTimes = 1 ;
sys = simsizes(s) ;
```

```
for i=1:13
x0(i)=XINIT(i) ;
end
str=[] ;
ts = [0 0] ;
```

```
function sys = mdlDerivatives(t,x,u,PAR,V,SOSAT)
mu_H = PAR(1);
K_S = PAR(2);
K_OH = PAR(3);
K_NO = PAR(4);
b_H = PAR(5);
mu_A = PAR(6);
K_NH = PAR(7);
K_OA = PAR(8);
b_A = PAR(9);
ny_g = PAR(10);
k_a = PAR(11);
k_h = PAR(12);
K_X = PAR(13);
ny_h = PAR(14);
Y_H = PAR(15);
Y_A = PAR(16);
```

Annexe III

```

f_P = PAR(17);
i_XB = PAR(18);
i_XP = PAR(19);
vol=V(1);
SO_sat=SOSAT(1);

for i=1:13
    if (x(i) < 0)
        x(i)=0;
    end
end

proc1 = mu_H*(x(2)/(K_S+x(2)))*(x(8)/(K_OH+x(8)))*x(5);
proc2 = mu_H*(x(2)/(K_S+x(2)))*(K_OH/(K_OH+x(8)))*(x(9)/(K_NO+x(9)))*ny_g*x(5);
proc3 = mu_A*(x(10)/(K_NH+x(10)))*(x(8)/(K_OA+x(8)))*x(6);
proc4 = b_H*x(5);
proc5 = b_A*x(6);
proc6 = k_a*x(11)*x(5);
proc7 =
k_h*((x(4)/x(5))/(K_X+(x(4)/x(5))))*((x(8)/(K_OH+x(8)))+ny_h*(K_OH/(K_OH+x(8)))*(x(
9)/(K_NO+x(9))))*x(5);
proc8 = proc7*x(12)/x(4);

reac1 = 0.0;
reac2 = (-proc1-proc2)/Y_H+proc7;
reac3 = 0.0;
reac4 = (1.0-f_P)*(proc4+proc5)-proc7;
reac5 = proc1+proc2-proc4;
reac6 = proc3-proc5;
reac7 = f_P*(proc4+proc5);
reac8 = -((1.0-Y_H)/Y_H)*proc1-((4.57-Y_A)/Y_A)*proc3;
reac9 = -((1.0-Y_H)/(2.86*Y_H))*proc2+proc3/Y_A;
reac10 = -i_XB*(proc1+proc2)-(i_XB+(1.0/Y_A))*proc3+proc6;
reac11 = -proc6+proc8;
reac12 = (i_XB-f_P*i_XP)*(proc4+proc5)-proc8;
reac13 = -i_XB/14*proc1+((1.0-Y_H)/(14.0*2.86*Y_H)-(i_XB/14.0))*proc2-
((i_XB/14.0)+1.0/(7.0*Y_A))*proc3+proc6/14;

dx(1) = 1.0/vol*(u(15)*(u(1)-x(1)))+reac1;
dx(2) = 1.0/vol*(u(15)*(u(2)-x(2)))+reac2;
dx(3) = 1.0/vol*(u(15)*(u(3)-x(3)))+reac3;
dx(4) = 1.0/vol*(u(15)*(u(4)-x(4)))+reac4;
dx(5) = 1.0/vol*(u(15)*(u(5)-x(5)))+reac5;
dx(6) = 1.0/vol*(u(15)*(u(6)-x(6)))+reac6;
dx(7) = 1.0/vol*(u(15)*(u(7)-x(7)))+reac7;

if (u(16) < 0.0)
    dx(8) = 0.0;
else
    dx(8) = 1.0/vol*(u(15)*(u(8)-x(8)))+reac8+u(16)*(SO_sat-x(8));

```

end

```
dx(9) = 1.0/vol*(u(15)*(u(9)-x(9)))+reac9;
dx(10) = 1.0/vol*(u(15)*(u(10)-x(10)))+reac10;
dx(11) = 1.0/vol*(u(15)*(u(11)-x(11)))+reac11;
dx(12) = 1.0/vol*(u(15)*(u(12)-x(12)))+reac12;
dx(13) = 1.0/vol*(u(15)*(u(13)-x(13)))+reac13;
sys = dx;
```

```
function sys = mdlOutputs(t,x,u,PAR)
```

```
X_I2TSS = PAR(20);
X_S2TSS = PAR(21);
X_BH2TSS = PAR(22);
XBA2TSS = PAR(23);
X_P2TSS = PAR(24);
y=zeros(1,15);
```

```
for i=1:13
    y(i)=x(i);
end
```

```
y(15)= u(15);
y(14)= X_I2TSS*x(3)+X_S2TSS*x(4)+X_BH2TSS*x(5)+XBA2TSS*x(6)+X_P2TSS*x(7);
```

```
sys=y;
```

Bibliographies

Bibliographies

- [1] A. Azemi, et E. E. Yaz, “Comparative study of several nonlinear stochastic estimators”, Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, AZ, pp. 4549-4554 vol.5, 1999.
- [2] A. Balakrishnan, “Kalman Filtering Theory, Optimization Software”, New York, 1987.
- [3] A. Gelb, “Applied Optimal Estimation”. The M.I.T Press, Cambridge, 2001.
- [4] A. H. Jazwinski, “Stochastic processes and filtering theory”. Academic Press, New York, 1972.
- [5] A. Iratni, R. Katebi, M. Mostefai, “ On-line Robust Nonlinear State Estimators for Nonlinear Bioprocess Systems”, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2011.
- [6] A. Iratni, R. Katebi, R. Vilanova, M. Mostefai, “ On Estimation of Unknown State Variables in Wastewater Systems”, Emerging Technologies & Factory Automation, 2009. ETFA 2009. IEEE
- [7] A. S. Dutka, A. W. Ordys and M. J. Grimble, “Optimized discrete-time state dependent riccati equation regulator,” Proceedings of American Control Conference, pp. 2293-2298, 2005.
- [8] Anderson, B. D. O. et Moore, J. B. “Optimal Control: Linear Quadratic Methods”. New Jersey: Prentice Hall, 1990.
- [9] Athans, M., et Falb, P. L. “Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications”. New York: Dover Publications, 2007.
- [10] Bastin et J. van Impe. “Nonlinear and adaptive control in biotechnology: a tutorial”. European Journal of Control, 1(1):1–37, 1995.
- [11] Belanche L.A., Valdes J.J., Comas I.R., Poch M.” Towards a model of input-output behaviour of wastewater treatment plants using soft computing techniques”. Environmental Modelling & Software, 1999.
- [12] Benchmarking task group website. IWA Task Group on Benchmarking of Control Strategies for WWTPs website (<http://www.benchmarkwwtp.org/>).
- [13] Bernard, G. Sallet, and A. Sciandra. “Nonlinear observers for a class of biological systems. Application to validation of a phytoplanktonic growth model”. IEEE Trans. Automat. Control., 43:1056–1065, 1998.

- [14] C. M. Ewing, “An analysis of the state-dependent Riccati equation nonlinear estimation technique,” In Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Denver, CO, 2000.
- [15] C. P. Mracek, J. R. Cloutier, et C. A. D’Souza, “A new technique for nonlinear estimation,” Proc. of the 1996 IEEE Int. Conf. on Control Applications, Dearborn, MI, pp. 338-343.
- [16] Çimen, T. “State-dependent Riccati equation (SDRE) control: a survey”. Proceedings of the 17th IFAC World Congress (pp. 3761–3775), 2008.
- [17] Cloutier, J. R., & Cockburn, J. C. The state-dependent nonlinear regulator with state constraints. In Proceedings of the American Control Conference (pp. 390–395), 2001.
- [18] Cloutier, J. R., & Stansbery, D. T. Control of a continuously stirred tank reactor using an asymmetric solution of the state-dependent Riccati equation. In Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications (pp. 893–898), 1999.
- [19] Cloutier, J. R., & Stansbery, D. T. Dynamic conversion of flight path angle commands to body attitude commands. In Proceedings of the American Control Conference (pp. 221–225), 2002b.
- [20] Cloutier, J. R., & Stansbery, D. T. The capabilities and art of state-dependent Riccati equation-based design. In Proceedings of the American Control Conference (pp. 86–91), 2002a.
- [21] Cloutier, J. R., D’Souza, C. N., et Mracek, C. P.” Nonlinear regulation and nonlinear H infinity control via the state-dependent Riccati equation technique: Part 1, Theory; Part 2, Examples”. In Proceedings of the First International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace (pp. 117–141), 1996.
- [22] COPP J.B. “The COST simulation benchmark: description and simulator manual”. Office for Official Publications of the European Community, Luxembourg, 2002.
- [23] Cote M., Grandjean P.A.B., Lessard P., Thibault J. “Dynamic modelling of the activated sludge process: improving prediction using neural networks”. Water Research, 1995, 29(4).
- [24] Dochain D., Bastin G., Bernard O., Genovesi A., Gouze J.L., Harmand J., perrier M., Queinnec I., Smets I., Steyer J.P., Van Impe J., Vanrolleghem P.” Automatique des bioprocédés”. Paris, Hermes, 2001.
- [25] Edeline F. L’épuration biologique des eaux résiduaires – Théorie et technologie. 3e ed. Liège : Cebedoc, 1988.

- [26] Farza M., Cheruy A. Cambio: software for modeling and simulation of bioprocesses. Cabios, 1991.
- [27] Fikar M., Chachuat B., Latifi M.A.” Dynamic optimisation of the aeration in a small-size alternating activated sludge process”. Computer Applications in Biotechnology, 9th International Symposium, CAB’09, 28-31 march 2004, Nancy, France.
- [28] Friedland, B. (1996). “Advanced Control System Design”. New Jersey: Prentice Hall. pp.110–112.
- [29] Friedland, B. “On controlling systems with state-variable constraints”. In Proceedings of the American Control Conference (pp. 2123–2127),1998.
- [30] H. Beikzadeh et H. D. Taghirad, “Nonlinear sensorless speed control of PM synchronous motor via an SDRE observer-controller combination” In Proc. of the 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, Xian, China, pp. 3570-3575, 2009.
- [31] H. T. Banks, B. M. Lewis, and H. T. Tran, “Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach,” Comput. Optim. Appl., vol. 37, no. 2, pp. 177-218, 2007.
- [32] Hammett, K. D. Control of Nonlinear Systems via State Feedback State-Dependent Riccati Equation Techniques. Ph.D. Thesis, Air Force Institute of Technology, USA, 1997.
- [33] HENZE M., GRADY C.P.L., GUJER W., MARAIS G.V.R., MATSUO T. “Activated Sludge Model No. 1”. IAWQ Scientific and Technical Report No. 1, 1987, London.
- [34] Isidori, A. Nonlinear control systems (3rd ed.). Berlin: Springer-Verlag,1995.
- [35] J. Alex, et al “ Benchmark Simulation Model no. 1 (BSM1)”. Germany, Belgium, Canada, Denmark, Sweden, France, Sweden, Canada, Prepared by the IWA Taskgroup on Benchmarking of Control Strategies for WWTPs, April 2008.
- [36] J. R. Cloutier, “State-dependent riccati equation techniques: An overview,” Proceedings of the American Control Conference, pp. 932-936, 1997.
- [37] J.-P. Gauthier, H. Hammouri, et F. Celle. “A simple observer for nonlinear systems – Applications to bioreactors”. IEEE Trans. Automat. Control., 37: 875–880, 1992.
- [38] Khalil, H. “Nonlinear systems (3rd ed.)”. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [39] Krstic, M., Kanellakopoulos, I., et Kokotovic’ , P. V. “Nonlinear and adaptive control design”. New York: John Wiley and Sons, 1995.

Bibliographies

- [40] M. Henze, Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3, IWA Publishing, 2000.
- [41] M. R. Katebi et M. A. Johnson, "Predictive control design for large-scale systems," *Automatica*, Volume 33, Issue 3, pp. 421-425, March 1997.
- [42] Menon, P. K., Lam, T., Crawford, L. S., et Cheng, V. H. L. "Real-time computational methods for SDRE nonlinear control of missiles". In *Proceedings of the American Control Conference* (pp. 232–237), 2002.
- [43] Menon, P. K., & Ohlmeyer, E. J. "Computer-aided synthesis of nonlinear autopilots for missiles". *Nonlinear Studies*, 11, 173–198, 2004.
- [44] METCALF M., EDDY E. "Wastewater engineering: treatment and reuse". 4e ed, McGraw – Hill College, 2003.
- [45] MONOD J. "Recherches sur la croissance des cultures bactériennes". Paris, Hermann, 1942.
- [46] Mracek, C. P., et Cloutier, J. R. "Control designs for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent Riccati equation method". *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8, 401–433, 1998.
- [47] P. S. Maybeck, "Stochastic models, estimation and control". New York: Academic Press, 1982
- [48] Pearson, J. D. (1962). Approximation methods in optimal control. *Journal of Electronics and Control*, 13, 453–469.
- [49] Pons M.N., Casellas M., Dagot C. Definition of a benchmark protocol for sequencing batch reactors (B-SBR). *Computer Applications in Biotechnology*, 9th International Symposium, CAB'09, 28-31 march 2004, Nancy, France.
- [50] POTIER O., LECLERC J.P., PONS M.N. Influence of geometrical and operational parameters on the axial dispersion in an aerated channel reactor. *Water Research*, 2005, 39(18).
- [51] R. R. Harman and I. Y. Bar-Itzhack, "Pseudo-linear and state dependent Riccati equation filters for angular rate estimation," *AIAA Journal of Guidance, and Control and Dynamics*, vol. 22, no. 5, pp. 723-725, 1999.

- [52] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM Studies in Applied Mathematics. Philadelphia: SIAM, 1994.
- [53] S. C. Beeler, H. T. Tran, and H. T. Banks, Feedback control methodologies for nonlinear systems, J. Optim. Theory Appl., 107 (2000), pp. 1–33.
- [54] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “Unscented Filter and Nonlinear Estimation,” Proceedings of the IEEE, vol. 93, pp. 401-422, 2004.
- [55] Slotine, J.-J.E., & Li, W. (1991). Applied nonlinear control. New Jersey: Prentice Hall.
- [56] SPANJERS H., VANROLLEGHEM P.A. Respirometry as a toll for rapid characterization of wastewater and activated sludge. Water Science and Technology, 1995.
- [57] SPERANDIO M. Développement d’une procédure de compartimentation d’une eau résiduaire urbaine et application à la modélisation dynamique de procédés à boues activées. Th : Génie des Procédés, INSA Toulouse, 1998.
- [58] T. Basar and T. Bernhard, H-infinity Optimal Control and Related Minimax Design Problems --- A Dynamic Game Approach, 2nd Ed., Birkhauser, 1995.
- [59] T. Çimen, “Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method” Annual Reviews in Control, Vol. 34, No. 1. (18 April 2010), pp. 32-51.
- [60] T. Cimen, “State dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey,” Proceedings of the 17th World Congress, the International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, pp. 3761-3775, 2008.
- [61] TAKACS I., PATRY G.G. and NOLASCO D. A dynamic model of the clarification thickening process. Water Research, 1991.
- [62] van der Schaft, A. J. (1999). L2-Gain and passivity techniques in nonlinear control (2nd ed.). London: Springer-Verlag.
- [63] Vidyasagar, M. (1993). “Nonlinear systems analysis. New Jersey: Prentice Hall. Wernli, A., & Cook, G. (1975).
- [64] Wernli, A., & Cook, G. (1975). “Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem”. Automatica, 11, 75–84.

Bibliographies

- [65] Winkler S., Muller-Rechberger H., Nowak O., Wandi G. "A new approach towards modelling of the carbon degradation cycle at two-stage activated sludge plants". Water Science and Technology, 2001
- [66] X. Wang, "Improved chaotic communications using nonlinear filtering techniques," Marquette University, Master's thesis, 2008.

التحكم في أي نموذج يعتمد أساسا على كمية المعلومات المتوفرة في متغيرات الحالة للنموذج. تقنية معادلة ريكاتي المتعلقة بالحالة و المطورة في السنين الأخيرة تستعمل في التنبؤ و التحكم في النماذج الغير خطية بأداء عالي. النموذج الكامل للوحل المنشط هو نموذج غير خطي يحتوي على 13 متغير حالة و منهم فقط 3 متغيرات حالة قابلة للقياس. في هذه المذكرة سوف نقوم بتطبيق خوارزمية تقنية معادلة ريكاتي المتعلقة بالحالة للتنبؤ و التحكم في الأنظمة الغير الخطية على النموذج الكامل للوحل المنشط مع مختلف التقلبات الجوية (جو جاف, جو ممطر, جو عاصف), كما سنقوم في هذا العمل بتحسين أداء محطة تصفية المياه المستعملة.

الكلمات المفاتيح : التحكم في الأنظمة الغير الخطية, التنبؤ في الأنظمة الغير الخطية, البيوتكنولوجيا, ASM1, SDRE, SDDRF, FKE

Résumé

La commande de tous procédés repose essentiellement sur la quantité d'informations disponibles sur l'ensemble des états de ce procédé. L'approche State Dependent Riccati Equation (SDRE) de l'estimation et de la commande développée au cours des dernières années, traite la dynamique des systèmes non linéaires avec des caractéristiques et des performances prometteuses, elle a été utilisée pour la conception des filtres et des contrôleurs non linéaires. Le modèle complet de procédé à boues activées (ASM1), est un modèle largement non linéaire contient 13 variables d'états dont seulement 3 états sont mesurables. Dans ce mémoire on va développer un algorithme d'estimation et de commande basé sur la technique SDRE qui va être appliquée au procédé à boues activées complet (ASM1) et tester pour les différentes conditions météorologiques (beau temps, temps de pluie et le temps d'orage), une optimisation des performances de la station d'épuration des eaux usées (seulement le traitement secondaire(Biologique) est considéré) est également faite dans ce mémoire .

Mots clefs : ASM1, SDRE, SDDRF, FKE, Commande prédictive des systèmes non-linéaires, Bioprocédé, Biotechnologie.

Abstract

Control of all processes is mainly based on the amount of information available on the set of states of this process. State Dependent Riccati Equation approach (SDRE) for estimation and control developed in recent years, treats the dynamics of nonlinear systems with promising features and performance, it was used for nonlinear filters and controllers design. The activated sludge model 1 (ASM1), is a largely non-linear model which contains 13 state variables and only three states are measurable. In this work, we will develop an algorithm to estimate and control based on SDRE technique will be applied to the activated sludge process model 1 (ASM1) and test for different weather conditions (Dry, rain and storm), a performance optimization of the wastewater treatment plant (secondary treatment only (Organic) is considered) is also made in this work.

Keywords: ASM1, SDRE, SDDRF, EKF, Predictive control of nonlinear systems, Biotechnology Bioprocess.