



DEPARTEMENT D'INFORMATIQUE

N° / /

THÈSE

Présentée par

BENMESSAHEL BILAL

Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Ecole Doctorale

Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

Option : Ingénierie des systèmes informatiques

THÈME

**Contributions à l'étude de la diagnosticabilité et la prédictibilité des
systèmes à événements discrets flous**

Soutenue publiquement le 03/12/ 2018

DEVANT LE JURY

Président	Pr. KHABABA ABDALLAH	Université Sétif 1
Examineur	Pr. BOUBETRA ABDELHAK	Université Bordj Bou Arreridj
Examineur	Pr. AMIRAT ABDELKRIM	Université Souk Ahras
Rapporteur	Pr. TOUAHRIA MOHAMED	Université Sétif 1
Co-rapporteur	Dr. NOUIOUA FARID	Université Bordj Bou Arreridj

If you want you can.

Remerciements

Ce mémoire marque une étape importante dans ma vie. Je voudrais remercier ici toutes les personnes qui ont contribué de manière directe ou indirecte pour accomplir l'un des plus importants projets professionnels de ma vie.

Je tiens avant tout à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur le professeur Mohamed Touahria, qui m'a permis d'effectuer cette thèse sous sa direction. Je le remercie pour l'aide scientifique qu'il m'a toujours apporté, mais surtout pour sa disponibilité, son soutien et ses encouragements.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Farid Nouioua Maître de conférences à l'université de Bordj Bou Arreridj, pour m'avoir co-encadré tout au long de cette thèse. J'ai particulièrement apprécié sa disponibilité et sa gentillesse et surtout son aide scientifique. Ses conseils et suggestions m'ont beaucoup aidé à finaliser cette thèse.

Je remercie également Monsieur Pascal Lorenz, Professeur à l'université de Haute Alsace, France, et monsieur Djaafar Gaber, maître de conférences à UTBM, l'université de technologie Belfort-Montbéliard. Pour le soutien et l'aide qu'ils m'ont apporté.

Je tiens à remercier très chaleureusement les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes recherches en acceptant d'évaluer cette thèse.

Je remercie Pr Khababa Abdallah qui me fait le grand honneur d'accepter la présidence du jury.

Je remercie aussi Pr Abdelhak Boubetra et Pr Abdelkrim Amirat qui ont accepté de juger ce travail et d'y apporter leurs cautions.

Mille mercis à mon père, ma mère, mes frères et mes soeurs qui m'ont soutenu dans les moments difficiles.

Résumé :

Cette thèse considère et généralise les études de la diagnosticabilité et la prédictibilité dans les SED et précisément les SED flou (SEDF). La contribution principale de cette thèse est la proposition de nouvelles approches de vérification de la prédictibilité dans les SED flou. Premièrement nous avons formalisé la notion de prédictibilité floue pour les SEDF en introduisant des fonctions de prédictibilité, ces fonctions quantifient le degré de prédictibilité d'un événement de faute et donnent une mesure précieuse pour affiner la décision sur la prédictibilité des fautes. Nous avons présenté aussi une comparaison entre la diagnosticabilité floue et la prédictibilité floue. Ensuite nous avons proposé une approche basée sur le diagnostiqueur flou. L'inconvénient majeur de notre première approche est sa complexité exponentielle, cela nous a motivé à proposer une deuxième approche de complexité polynomiale toujours pour la vérification de la prédictibilité des SEDF appelée "approche vérificateur". Du point de vue de la complexité du calcul, le nombre d'états dans le vérificateur est polynomial par rapport au nombre d'états dans le système d'entrée. Finalement, nous avons étendu l'analyse de la prédictibilité du cadre centralisé au cadre décentralisé, pour cela nous avons proposé une approche décentralisée pour traiter les cas des systèmes de grande taille.

Mots clé : Systèmes à événements discrets (SED), Diagnostic, Pronostic, Diagnosticabilité, Prédictibilité, Systèmes à événements discrets flous (SEDF).

Abstract :

This thesis considers and generalizes the studies of the diagnosticability and predictability in the DES and precisely the fuzzy DES (FDES). The main contribution of this thesis is the proposal of new approaches to verification of predictability in fuzzy DESs. First, we formalized the notion of fuzzy predictability for FDESs by introducing predictability functions; these functions quantify the degree of predictability of a fault event and provide a valuable measure for refining the decision on fault predictability. We also presented a comparison between fuzzy diagnostics and fuzzy predictability. Then we proposed an approach based on the fuzzy diagnoser. The major disadvantage of our first approach is its exponential complexity; this motivated us to propose a second approach of polynomial complexity always for the verification of the predictability of the SEDF called "verifier approach". From the point of view of computational complexity, the number of states in the verifier is polynomial with respect to the number of states in the input system. Finally, we extended the analysis of predictability of the centralized framework to the decentralized framework, for which we proposed a decentralized approach to treat the cases of large systems.

Keywords : Discrete Event Systems (DES), Diagnostics, Prognosis, Predictability, diagnosticability, Fuzzy Discrete Event Systems (FDES).

Table des matières

Remerciements	1
Table des matières	2
Table des figures	7
Introduction	9
1 Diagnosticabilité et Prédicibilité méthodologies	15
1.1 Introduction	16
1.2 Diagnostic des systèmes dynamiques	16
1.3 Approches de diagnostic	17
1.3.1 Formalismes de modélisation des SED	19
1.3.2 Classification des méthodes de diagnostic des SED	19
1.4 Diagnosticabilité des SED	20
1.4.1 Approches de Diagnosticabilité des SED	22
1.4.1.1 Notions de base	22
1.4.1.2 Approche diagnostiqueur [41]	25
1.4.1.3 Approche vérificateur (Twin plant) [63]	28
1.5 Prédicibilité des SED	31
1.5.1 La notion de prédictibilité	31
1.5.2 Prédicibilité vs diagnosticabilité	33
1.5.3 Approches de prédictibilité des SED	35
1.5.3.1 Approche basé sur un diagnostiqueur [62]	35
1.5.3.2 Approche basé sur un vérificateur [62]	38
1.6 Conclusion	40
2 Prédicibilité dans les SEDs flous	41
2.1 Introduction	41
2.2 Systèmes à événements discrets flous	42
2.3 Prédicibilité dans les SED flous	43
2.3.1 Concepts de base	43
2.3.2 Fonctions de prédictibilité floue	44
2.3.3 Prédicibilité de SED conventionnel comme un cas particulier de prédictibilité de SED flou	51
2.4 Prédicibilité vs diagnosticabilité dans le SEDF	51
2.5 Conclusion	53

3	Prédictibilité des SEDF : Approche Diagnostiqueur	55
3.1	Introduction	56
3.2	Construction du diagnostiqueur	56
3.3	Condition nécessaire et suffisante de prédictibilité pour les SEDF . .	57
3.4	Exemples illustratifs	60
3.4.1	Exemple 1 : SEDs non flous	60
3.4.1.1	En utilisant la définition de la prédictibilité floue . .	61
3.4.1.2	En utilisant l'approche diagnostiqueur	62
3.4.2	Exemple 2 : Un SEDF complètement prédictable	62
3.4.2.1	En utilisant la définition de la prédictibilité floue . .	63
3.4.2.2	En utilisant l'approche diagnostiqueur	64
3.4.3	Exemple 3 : Processus de traitement sur un animal	65
3.4.3.1	En utilisant la définition de la prédictibilité floue . .	66
3.4.3.2	En utilisant l'approche diagnostiqueur	69
3.5	Conclusion	70
4	Prédictibilité des SEDF : Approche Vérificateur	71
4.1	Introduction	72
4.2	Construction du Vérificateur	72
4.2.1	Condition nécessaire et suffisante de prédictibilité pour les SEDF	75
4.3	Exemple illustratif : Processus de traitement sur un animal	77
4.3.1	En utilisant la définition de la prédictibilité floue	78
4.3.2	En utilisant l'approche vérificateur	80
4.4	Conclusion	81
5	Prédictibilité des SEDF : Approche Décentralisée	85
5.1	Introduction	86
5.2	Prédictibilité décentralisée des SEDF :	87
5.2.1	Notion de prédictibilité floue	87
5.2.2	Notion de co-prédictibilité floue	87
5.3	Vérification de la co-prédictibilité des SEDF	91
5.3.1	Approche de vérification	91
5.3.2	Condition nécessaire et suffisante de co-prédictibilité pour les SEDFs	93
5.4	Exemples illustratifs	96
5.4.1	Exemple 1 :	96
5.4.1.1	Cas 1 : SED conventionnel (non flou)	97
5.4.1.2	Cas 2 : Un SEDF co-prédictible	98
5.4.1.3	Cas 3 : Un SEDF non co-prédictible	99
5.4.2	Exemple 2 : Processus de traitement sur un animal	100
5.4.3	Exemple 3 :	103
5.4.3.1	En utilisant la définition de la co-prédictibilité floue	103
5.4.3.2	En utilisant le co-vérificateur :	104
5.5	Conclusion	107

Conclusion	109
5.6 Conclusion	109
5.6.1 Aperçu de la thèse	109
5.6.2 Perspectives	110
Annexe : Preuves	111
.1 Preuves du chapitre 3 :	111
.2 Preuves du chapitre 4 :	114
Bibliographie	125

Table des figures

1.1	Principe de diagnostic à base de modèle [72].	18
1.2	Classification des méthodes de diagnostic des SED [44].	20
1.3	Structure de diagnostic centralisée.	21
1.4	Structure de diagnostic décentralisée.	21
1.5	Structure de diagnostic distribuée.	22
1.6	(a) Exemple d'un système à événement discret.(b) Son observateur.	24
1.7	Diagnosticteur du système présenté dans la figure 1.6(a).	28
1.8	(a) Un autre exemple d'un système à événement discret [63].(b) Son pré-diagnosticteur.	30
1.9	Vérificateur twin plant du système présenté dans l'exemple 1.8 [63].	31
1.10	Exemple d'un système G [62].	32
1.11	Exemple d'un système G1.	34
1.12	(a) SED G_1 .(b) SED G_2 [62].	36
1.13	(a) Diagnosticteur D_{G_1} de G_1 .(b) Diagnosticteur D_{G_2} de G_2 [62].	36
1.14	(a) Vérificateur V_{G_1} de G_1 .(b) Vérificateur V_{G_2} de G_2 .[62]	39
2.1	Système à événements discrets flou $\tilde{G}$	49
3.1	Le diagnosticteur $\tilde{G}_d$ par rapport à $\tilde{\theta}$ du SEDF $\tilde{G}$ exemple 2	57
3.2	Exemple 1 SED non flou G_1	61
3.3	Diagnosticteur G_d par rapport à β de exemple 1 SED G_1	62
3.4	Exemple 2 SEDF $\tilde{G}_2$	63
3.5	Diagnosticteur du SEDF $\tilde{G}_2$ par rapport à $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\gamma}$	64
3.6	Diagnosticteur du SEDF $\tilde{G}_2$ par rapport à $\tilde{\beta}$	65
3.7	Processus de traitement [14] modélisé par le SEDF $\tilde{G}_3$	65
3.8	Diagnosticteur du SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\alpha}, \tilde{\gamma}$	69
3.9	Diagnosticteur du SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\beta}$	69
3.10	Diagnosticteur du SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\theta}$	69
4.1	vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ par rapport à $\tilde{\theta}$ de l'exemple 2 SEDF $\tilde{G}$	74
4.2	Processus de traitement [14] modélisé par le SEDF $\tilde{G}_3$	78
4.3	Le vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}_3}$ de SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\beta}$	82
4.4	Le vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}_3}$ de SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\theta}$	83
5.1	Système à événements discrets flou $\tilde{G}$	88
5.2	(a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}$.(b) une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\gamma}$	94
5.3	Système à événements Discrets G_1	97

5.4	(a) Le NFAP du SED G_1 .(b) Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou θ	98
5.5	Système à événements Discrets flou $\tilde{G}2$	99
5.6	(a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}2$.(b) Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\alpha}$	100
5.7	(a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}2$.(b) Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\beta}$	100
5.8	(a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}2$.(b) Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$	101
5.9	(a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}2$.(b) une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$ (case 3).	102
5.10	Processus de traitement sur un animal [14] représenté par le SEDF $\tilde{G}_3$	102
5.11	(a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}3$.(b) une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$	102
5.12	(a) Le SEDF $\tilde{G}4$.(b) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}4$ par rapport à l'événement flou $\tilde{h}$	105
5.13	Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{h}$ dans $\tilde{G}_4$	106

Introduction

Aujourd'hui, les systèmes technologiques et d'ingénierie sont devenus très complexes et de grande taille tels que les systèmes de transport, les systèmes de fabrication, les protocoles de communication et les réseaux informatiques, etc.), cette complexité croît continuellement de sorte que les anciennes techniques intuitives utilisées pour leur étude, leur conception, et leur fabrication deviennent inadaptées. A cause de cette complexité croissante, la probabilité pour qu'une éventuelle faute (ou panne) survienne est de plus en plus grande. Plus encore, quelques fautes peuvent provoquer des accidents très graves causant des pertes économiques ou humaines. C'est dans ce cadre que les méthodes formelles ont été développées pour l'analyse, la conception et la réalisation des systèmes logiciels et électroniques quel que soit leur complexité. Ainsi, l'étude des systèmes à événements discrets (SED) a été introduite avec l'objectif de développer des méthodes formelles pour répondre à des besoins pressants, tels que le contrôle, le diagnostic, le pronostic, le test et la vérification des comportements discrets des systèmes technologiques.

1- Motivation

Les systèmes actuels sont de plus en plus exigeants en termes d'autonomie. Une notion clé dans l'augmentation de l'autonomie d'un système est sa diagnosticabilité [63, 41, 69]. En effet, la diagnosticabilité est une propriété importante qui assure la possibilité de détecter la présence d'un défaut¹ après un temps fini de son apparition. Cependant, la diagnosticabilité concerne la capacité de déterminer si une anomalie s'est effectivement produite sur la base des observations. Parfois, il est très coûteux de récupérer le système après une panne, ce qui motive le travail sur l'analyse d'une propriété plus forte qui est la prédictibilité, c'est-à-dire la capacité de prédire avec certitude les occurrences futures de fautes.

La prédictibilité est une propriété importante et cruciale d'un système. Si le défaut ou la faute est prédictible, l'opérateur du système peut être prévenu et peut décider d'arrêter le système ou de prendre d'autres mesures préventives. La prédictibilité a fait l'objet d'une attention considérable ces dernières années. Le premier travail traitant du problème de la prédiction de l'occurrence d'un événement significatif tel qu'un événement de faute a été considéré pour les systèmes d'événements discrets partiellement observables dans [62]. Après cela, de nombreux travaux ont été proposés, notamment : la prédictibilité des occurrences de modèle de faute (pattern)

1. Dans cette thèse les mots : défaut, anomalie, faute, erreur et défaillance sont synonymes.

[66], la prédictibilité dans les systèmes distribués [59, 67, 31, 32], la prédictibilité dans les SEDs probabilistes [25, 17], la prédictibilité d'occurrences d'événements dans des systèmes temporisé partiellement observables modélisés par des automates temporisés [10], prédictibilité bornée [6, 7, 20] et la prédictibilité dans des modèles abstraits avec peu d'états et de transitions [73].

Cependant, le problème de la prédictibilité dans le cadre des systèmes d'événements discrets flous (SEDF) n'a pas été abordé et la plupart des recherches récentes sur la prédictibilité portaient sur des SEDs non flou et probabilistes. Dans cette thèse, nous essayons de combler cette lacune et nous essayons de résoudre le problème de la prédictibilité dans les SED flous.

L'étude de la prédictibilité dans les SED flous est motivée par l'imperfection des données qui est omniprésente dans les applications réelles puisque il est rarement possible d'avoir une description complète, cohérente, certaine et précise d'un système étudié dans des contextes applicatifs [49]. L'imperfection peut avoir différentes formes, y compris l'incomplétude, l'incohérence, l'incertitude et l'imprécision des données disponibles. Chacune de ces formes nécessite des outils spécifiques et appropriés.

Dans le contexte des systèmes à événements discrets, nous trouvons deux variantes principales dans la littérature qui traitent deux formes différentes d'imperfection possible dans des applications réelles.

La première variante correspond à des systèmes d'événements discrets probabilistes où, à partir d'un état donné, l'incertitude sur l'événement qui va se produire et l'état cible qui sera atteint après l'occurrence de cet événement sont modélisés par une valeur de probabilité associée à chaque transition du système.

La deuxième variante correspond à des systèmes d'événements discrets flous utilisés lorsque l'on n'a pas une image précise du système à modéliser. Cette imprécision concerne l'appartenance à des états où un état réel est flou et correspond à plusieurs états non flous avec différents degrés d'appartenance. De même, l'imprécision ne concerne pas seulement les états mais elle peut aussi concerner des transitions entre états : une transition floue peut concerner simultanément différents couples d'états ayant des degrés de possibilité différents ; aussi l'imprécision concerne l'observabilité des événements où un degré d'observabilité est associé à chaque événement au lieu d'une classification binaire des événements comme complètement observable ou complètement inobservable ; et enfin l'imprécision concerne la nature fautive des événements : un événement peut être fautif dans une certaine mesure.

Comme comparaison il convient de noter que les SEDs probabilistes et les SEDs flous conviennent à deux situations complètement différentes qui peuvent être rencontrées dans des applications réelles. Les SEDs probabilistes sont utilisés quand on n'est pas sûr de la transition à exécutée à partir d'un état donné. Les valeurs de probabilité peuvent être induites à partir de fréquences extraites par exemple d'une étude de l'historique du fonctionnement du système pendant une durée suffisamment longue. Notez que dans un fonctionnement réel du système, à partir d'un état donné, une seule transition avec un seul événement et une seule cible particulière avoir lieu. Cependant les SED flous sont utilisés quand on est confronté à une chance

de granularité qui l'empêche de classer les états, les transitions et les événements du système dans des catégories complètement croisées. Par exemple, une transition floue ne correspond pas à un passage réel vers une transition particulière que nous n'avons pas assez de certitude pour déterminer au stade de la modélisation mais à une appartenance simultanée, avec différents degrés, à plusieurs transitions.

Bien sûr, ces natures complètement différentes d'imperfection exprimées par la théorie des probabilités et la théorie des ensembles flous les rendent en général incomparables et ne représentent pas deux alternatives possibles pour modéliser la même situation réelle. Selon la nature de l'imperfection présente dans une situation réelle à modéliser, l'une des deux approches est la plus appropriée : l'approche probabiliste convient en cas d'incertitude et l'approche floue convient en cas d'imprécision. Une grande attention a été accordée à la théorie des probabilités en général et aux différentes applications autour du SED probabiliste. Dans le contexte du diagnostic, il existe plusieurs travaux sur la diagnosticabilité (voir par exemple [68, 46]) et la prédictibilité (voir par exemple [38, 25, 17]) dans les SEDs probabilistes. Un outil probabiliste principal utilisé dans ce travail est les chaînes de Markov. En effet, cet outil est tout à fait adapté pour capturer la dynamique des systèmes probabilistes et les résultats bien établis sur les chaînes de Markov, notamment ceux concernant leur comportement asymptotique, permettent d'apprécier précieusement la probabilité de non-prédictibilité et/ou de non-diagnosticabilité des SED probabiliste.

En revanche, l'utilisation de SEDF suit l'idée du calcul avec des mots comme suggéré par Zadeh [76] comme une méthodologie dans laquelle les objets de calcul sont des mots. Par exemple, "jeune", "petit", "vieux", "bon", et "grand", etc. peuvent être considérés comme une distribution de possibilité qui peut être conforme plus à la perception humaine en décrivant les problèmes du monde réel. Exactement, il existe d'innombrables SED qui peuvent être mieux traités en utilisant la méthodologie du calcul avec des mots, en particulier ceux de la biomédecine [33]. Un exemple convaincant donné dans [34, 33], suppose que l'état du patient est représenté par "Bon", "Juste" et "Médiocre", où l'état de condition du patient peut en même temps appartenir à "bon", "juste" et "pauvre" avec différentes possibilités. Ainsi, la condition peut être écrite avec un mot "Patient's Condition" (PC) : $PC = x/G + y/F + z/P$ où $x, y, z \in [0, 1]$ les distributions de possibilités de "bon", "juste" et "pauvre", respectivement. De la même manière, la condition du patient peut être représentée avec un vecteur $[xyz]$. En fait, cette représentation a conduit Lin et Ying [34, 33] à la formulation et la proposition d'automates finis flous et SED floue. Lin et Ying [34, 33] ont initié l'étude des SEDF en combinant la logique floue [76] aux systèmes d'événements discrets conventionnels ou non flous (SEDs) [9], dans le but de résoudre les problèmes qui ne peuvent pas être traités par des SEDs non flous. À partir de là, une attention croissante a été reçue par ce domaine, et de nombreux concepts, méthodes et résultats importants ont été proposés dans la littérature (voir par exemple [51, 8, 71, 75] entre autres). Les travaux de [54, 36] développent un modèle SEDF avec une observabilité floue et considérer les questions de contrôle de surveillance [54] et contrôle fiable [36]. En particulier, les SEDs ont été appliquées avec succès au contrôle biomédical pour le traitement du VIH / SIDA [22, 21, 13],

au management des crises [42, 43] et au contrôle de la robotique [3, 58, 57]. Pour faire face aux problèmes de diagnostic des fautes, des approches floues sont proposés dans [14, 40, 35].

Clairement, les travaux mentionnés ci-dessus montrent la pertinence du SED flou pour la modélisation de l'imprécision dans plusieurs applications réelles incluant la médecine, la robotique et le contrôle industriel. Il y a donc un réel besoin de généraliser l'étude des problèmes liés au diagnostic et de pronostic des fautes, à savoir la prédictibilité des fautes, au contexte SEDF.

Donc nous savons que l'étude sur l'analyse de diagnosticabilité et la prédictibilité pour SED dans la littérature se développe rapidement et il y a beaucoup d'aspects que nous pouvons améliorer. La section suivante montrera nos contributions au problème de la diagnosticabilité et de la prédictibilité considérant l'insuffisance des travaux actuels.

2- Contribution

Il y a plusieurs contributions dans cette thèse au problème de la diagnosticabilité et la prédictibilité, qui sont décrites comme suit.

- Nous présentons un état de l'art des méthodes de la diagnosticabilité et aussi de la prédictibilité, en particulier les méthodes qui sont relatives aux systèmes à événements discrets.
- Nous proposons des fonctions de prédictibilité floue pour caractériser le degré de prédictibilité (i) d'un préfixe (ii) d'une trace fautive et (iii) d'un événement fautif dans le SED flou. Ces fonctions prennent des valeurs de l'intervalle $[0, 1]$ plutôt que de l'ensemble $\{0, 1\}$. Les fonctions de prédictibilité floue indiquent qu'un événement flou significatif dans un système flou est prédictible dans une certaine mesure. En particulier, si la fonction de prédictibilité floue d'un événement fautif est égale à un, nous disons que l'événement flou est prédictible ou 1-prédictible ; si la fonction de prédictibilité floue est égale à zéro, alors nous disons que l'événement flou est 0-prédictible ou complètement non-prédictible ; enfin si la fonction de prédictibilité floue est égale à $\lambda \in]0, 1[$, alors nous disons que l'événement flou est λ -prédictible ou partiellement prédictible avec degré λ . L'intervalle $]0, 1[$ des valeurs de λ caractérise un spectre continu de degrés possibles de prédictibilité partielle. En fait, le degré de prédictibilité est une mesure utile qui peut être utilisée pour affiner la décision concernant la prédictibilité des fautes. Ce type de mesure est bénéfique dans la pratique : il peut être meilleur dans des contextes où les conséquences d'une faute ne sont pas très critiques, tolérer un système avec un degré de prédictibilité suffisamment important que d'ajouter les capteurs manquants qui peuvent être très coûteux.
- Nous montrons comment capturer, dans le contexte flou, l'idée que la prédictibilité est plus forte que la diagnosticabilité en prouvant que le degré de prédictibilité d'un événement fautif dans un SDEF est au plus égal à son degré de diagnosticabilité. Nous montrons également que la prédictibilité bi-

naire des SED non flou peut être prise en compte comme un cas particulier par notre approche de prédictibilité dans le SEDF.

- Nous utilisons un modèle SEDF avec une observabilité floue similaire à celle proposée dans [54] et [14] et nous concevons une première approche baptisée "approche diagnostiqueur" pour vérifier la prédictibilité des occurrences d'un événement flou dans un SEDF, ensuite nous validons cette approche par des preuves formelles et aussi par des exemples.
- Nous proposons une deuxième approche pour la vérification de la prédictibilité des SEDF baptisée "approche vérificateur", ensuite nous validons cette approche par des preuves formelles et aussi par des exemples. L'avantage de l'approche vérificateur est qu'elle a une complexité polynomiale. Cela rend cette approche plus efficace par rapport à l'approche diagnostiqueur pour la vérification la prédictibilité floue.
- Ensuite, nous étendons l'analyse de la prédictibilité du cadre centralisé au cadre décentralisé pour traiter les cas des systèmes de grande taille.

3- Organisation

Cette thèse est organisée comme suit. Au chapitre 1, nous passons en revue certaines méthodes de diagnostic en général, de diagnosticabilité et aussi de prédictibilité, en particulier les méthodes de diagnosticabilité qui sont relatives aux nôtres cas. Ensuite, nous décrivons le modèle des systèmes d'événements discrets flous. Nous formalisons la notion de prédictibilité floue pour les SEDF en introduisant des fonctions de prédictibilité, nous présentons aussi une comparaison entre la diagnosticabilité floue et la prédictibilité floue tout ça dans le chapitre 2. Dans le chapitre 3, nous présentons une approche basée sur le diagnostiqueur flou. Où nous formalisons la construction du diagnostiqueur qui est utilisé pour effectuer un pronostic flou des fautes dans un système. Puis dans le chapitre 4, nous donnons une autre approche pour vérifier la prédictibilité dans les systèmes à événements discrets floue à l'aide d'une structure d'événement discrète nommée vérificateur. Contrairement à l'approche diagnostiqueur dont le nombre des états de diagnostiqueur est en général exponentiels par rapport au nombre d'états du système d'entrée. L'avantage principal de l'approche présentée dans ce chapitre est que le nombre d'états dans le vérificateur est polynomial. Cela rend cette approche plus efficace pour la vérification de la prédictibilité en utilisant le vérificateur. Dans le chapitre 5 nous présentons une approche décentralisée de prédictibilité plus appropriée et plus efficace pour la prédictibilité des systèmes à grande échelle. Enfin on conclut la thèse et on donne quelques perspectives et travaux futurs.

4- liste des publications

1. Journaux :

- Bilal Benmessahel, Mohamed Touahria et Farid Nouioua, "Predictability of fuzzy discrete event systems", Discrete Event Dyn Syst (2017) 27 :641 ?673,

DOI 10.1007/s10626-017-0256-7, Springer Science+Business Media, LLC 2017.

- Bilal Benmessahel, Mohamed Touahria, Farid Nouioua, Jaafar Gaber and Pascal Lorenz, "Decentralized Prognosis of Fuzzy DiscreteEvent Systems", papier soumis dans Iranian journal ou fuzzy systems.

2. Conférences :

- Bilal Benmessahel, Mohamed Touahria, "Centralized approaches of fault predictability for Discrete Event Systems : state-of the art", 2eme journée d'informatique "JBBA 2014", 03 décembre 2014.

Chapitre 1

Diagnosticabilité et Prédicibilité méthodologies

Dans ce chapitre, nous passons en revue quelques approches majeures de diagnostic et de pronostic dans le cadre des systèmes à événement discrets, puis nous décrivons quelques algorithmes importants de diagnosticabilité et prédictibilité pour SED, ce qui aidera à comprendre les contributions de cette thèse.

1.1 Introduction

Les systèmes dynamiques peuvent être classés en systèmes à temps continu et en systèmes à événements discrets (SED). Les premiers capturent le comportement du système "physique", en utilisant typiquement des modèles d'équations différentielles, tandis que les seconds capturent le comportement logique et séquentiel des systèmes utilisant des modèles à états discrets et à événements. Dans cette thèse, les systèmes dynamiques étudiés sont des systèmes à événements discrets (abrévés SED) [9]. Etant donné un système, si son espace d'état est naturellement décrit par un ensemble discret et si les transitions d'état ne sont observées qu'à des moments discrets, nous associons ces transitions avec événements et ce système est appelé un SED. La raison pour laquelle nous choisissons SED pour la recherche est que la plupart des systèmes artificiels sont SED et que les systèmes continus peuvent être abstraits pour être SED. De nos jours, de nombreux travaux ont été étudiés sur le contrôle du SED, notamment les algorithmes de diagnostic, l'analyse de diagnosticabilité, l'analyse de prédictibilité, etc. ([9, 5, 1, 55, 48, 47]).

1.2 Diagnostic des systèmes dynamiques

Un système est susceptible d'évoluer entre des modes de fonctionnement normaux et défaillants. Un mode de fonctionnement défaillant est atteint suite à l'occurrence d'un défaut. Le diagnostic peut être défini comme l'opération permettant de détecter un défaut, de localiser son origine et, éventuellement, de déterminer ses causes. Un écart du comportement normal du système est la suite de l'apparition d'un défaut. Cet écart est un dysfonctionnement qui n'empêche pas le système de remplir sa fonction. Par contre, cette inaptitude est la conséquence de l'apparition d'une défaillance. Effectuer un diagnostic consiste à comparer l'information instantanée issue du système à une référence, ou à un modèle représentant le fonctionnement normal et/ou défaillant. Cette référence est construite en utilisant une connaissance a priori sur le fonctionnement du système.

L'intérêt pour le diagnostic s'explique par la complexité croissante des systèmes industriels qui sont de plus en plus exigeants en termes de contraintes de sécurité, de fiabilité, de disponibilité et de performances. En fait, la possibilité qu'un système tombe en panne croît malgré les précautions de manipulation, le développement de techniques de conception de la commande et l'expérience des opérateurs humains. Un autre avantage du diagnostic est de faciliter aux opérateurs humains la tâche de supervision en ligne des systèmes complexes. En effet, ces opérateurs ont une réelle difficulté à lier un défaut à son origine et à déterminer ses causes en raison du nombre élevé de variables corrélées. Le diagnostic joue donc un rôle primordial pour contribuer, par une détection précoce et rapide, à améliorer la disponibilité

et la productivité des outils de production, ainsi que la sécurité du personnel et la rentabilité des capitaux investis. Le diagnostic peut être réalisé, suivant que l'on s'intéresse au système au niveau conception ou au niveau exploitation, hors ligne et/ou en ligne[44].

- Le diagnostic hors ligne correspond à l'étude du système en phase de conception afin de garantir que le système est diagnosticable. La diagnosticabilité est une propriété qui garantit que tout défaut peut être détecté et localisé dans un délai fini. Cette propriété est essentielle pour concevoir un système sûr de fonctionnement. Concevoir un système diagnosticable nécessite une évaluation rigoureuse des fonctions remplies par ce système afin de déterminer l'ensemble minimal des capteurs nécessaires pour diagnostiquer tout défaut possible d'apparaître dans un délai fini.
- Le diagnostic en ligne correspond à l'étude du système en phase d'exploitation. Durant cette phase, il est important que le module de diagnostic soit capable, à la fois, d'effectuer un diagnostic des défauts, afin de prévenir une maintenance hors exploitation, ou de faire un diagnostic des défaillances après l'apparition des défauts (détection et localisation), afin de mettre en oeuvre, soit une reconfiguration, soit un arrêt avec mise en sécurité et aide à la maintenance. Dans ce cas, le développement de politiques d'actions de compensation et de reprise en cas de défaillance est nécessaire.

1.3 Approches de diagnostic

Il existe plusieurs méthodes de diagnostic ([77]). En général, ces méthodes peuvent être classées en deux catégories selon la connaissance dont on dispose sur le fonctionnement du système :

- Méthodes à base de modèle qui sont basées sur des modèles quantitatifs et/ou qualitatifs ;
- Méthodes sans modèle qui sont des méthodes à base de connaissances (systèmes experts, arbres de défaillances, etc.) et à base d'apprentissage automatique (reconnaissance des formes, réseaux de neurones, etc.).

Méthodes sans modèle ([11, 77]) Dans le cas des systèmes complexes ou mal connus la connaissance disponible sur le fonctionnement du système est insuffisante pour construire un modèle mathématique, ou même qualitatif, du comportement global de ce système. Dans ce cas, il faut avoir recours à la connaissance a priori et au savoir-faire sur la structure et le comportement du système. Cette connaissance est exploitée, en général, par deux techniques appartenant aux méthodes sans modèles :

- Les méthodes à base de connaissances : utilisent une information heuristique pour lier les symptômes aux défauts à travers des règles, par exemple comme le cas des systèmes experts qui établissent des associations empiriques entre effets et causes.
- Les méthodes d'apprentissage automatique : construisent un modèle du système par apprentissage en utilisant un ensemble de données historiques sur ses différents modes de fonctionnements normaux et défaillants.

Méthodes à base de modèle ([27, 9]) ce type de méthode est basée sur des modèles quantitatifs et/ou qualitatifs :

- Modèles quantitatifs : nécessitent une information précise et suffisante pour la construction des modèles à partir des lois fondamentales décrites par des relations mathématiques sur les entrées-sorties du système. Elles s'appuient, soit sur le suivi d'évolution des paramètres caractéristiques du système étudié (méthodes d'identification des paramètres), soit sur l'écart entre le modèle et le système (méthode des résidus). Dans certains cas, il est difficile de disposer des connaissances précises et suffisantes pour construire un modèle mathématique du système à cause de sa complexité structurelle ou de son comportement, un exemple de ces méthodes est les équations différentielles, qui utilisent des intervalles de variables et de paramètres.

Une alternative est l'utilisation des méthodes à base de modèles qualitatifs ([18]) qui permettent de représenter le comportement du système avec un certain niveau d'abstraction à travers des modèles non plus mathématiques, mais symboliques. Les modèles qualitatifs sont, soit issus de l'approche physique qualitative, soit basés sur un modèle à événements discrets.

Les modèles à événements discrets (SED) discrétisent le temps et les variables, et décrivent l'évolution d'un système dynamique en utilisant des outils graphiques comme les automates à états et les réseaux de Petri [61].

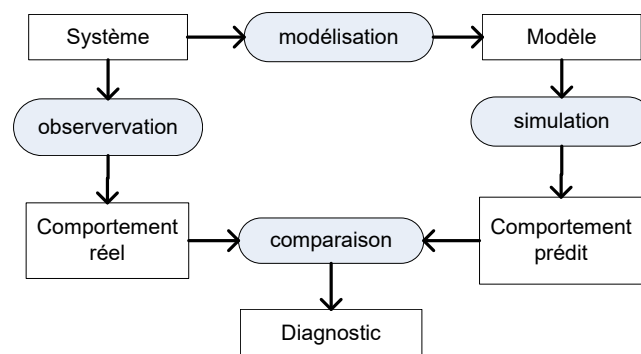


FIGURE 1.1 – Principe de diagnostic à base de modèle [72].

Le principe du diagnostic à base de modèle est présenté dans la figure 1.1. Compte tenu des observations du système, c'est-à-dire, le comportement réel du système, le modèle est utilisé pour simuler le système pour obtenir le comportement prévisionnel, puis le diagnostic peut être obtenu en comparant le comportement réel avec le comportement prévu. Une telle abstraction est plus simple que les modèles quantitatifs et s'est révélée très puissante pour le problème de diagnostic. Les principaux avantages du diagnostic basé sur un modèle sont sa généralité, sa fiabilité, sa flexibilité et sa capacité d'expliquer les diagnostics.

1.3.1 Formalismes de modélisation des SED

Puisque le SED est le type de systèmes étudiés dans cette thèse, nous examinons d'abord ses formalismes de modélisation. Les systèmes discrets (ou plus souvent systèmes à événement discrets) sont des systèmes qui peuvent être modélisés par des modèles à base d'événements (Event based approaches). Il s'agit de systèmes dont le comportement est vu comme des transitions possibles entre différents états suite à l'occurrence d'événements (considérés généralement ponctuels du point de vue temporel).

De nombreux formalismes ont été proposés pour modéliser les SED, tels que les automates à états finis ([41, 37, 19, 23]), les réseaux de Petri ([4, 61]) algèbre de processus ([28, 29]) et ainsi de suite. Les automates finis et les réseaux de Petri et leurs variantes et extensions sont des exemples de modèles souvent utilisés pour représenter le comportement de tels systèmes (surtout les automates finis). Ils utilisent tous les deux une structure de transition d'état, c'est-à-dire spécifiant quels sont les événements possibles dans chaque état du système. Cela met en évidence les informations structurelles sur le comportement du système. L'observabilité dans ce type de systèmes est traitée en partitionnant a priori dans le modèle l'ensemble des événements en deux sous ensemble : celui des événements observables (généralement ceux correspondants à des capteurs installés dans le système) et celui des événements non observables qui englobent justement les événements de fautes. Ainsi, ce qu'on observe d'un système à événements discrets sont des séquences d'événements observables. Dans cette thèse, nous avons choisi les automates à états finis comme formalisme de modélisation pour le SED pour la simplicité et son aptitude à l'analyse pour répondre à diverses questions sur le comportement de SED.

1.3.2 Classification des méthodes de diagnostic des SED

Les méthodes de diagnostic des Systèmes à événements discrets (SED) peuvent être généralement classées selon 3 approches (figure 1.2).

Outils de modélisation du système Que ce soit du côté Partie opérative (PO), modélisant l'ensemble des réactions possibles du procédé en fonction de sa technologie, ou du côté Partie commande (PC) pour la modélisation du comportement désiré, il existe plusieurs outils de modélisation comme les réseaux de Petri, les automates à états, les expressions logiques, etc.

Modélisation des défauts Il existe deux modèles de défauts : - modèle à base d'événements [41] ; - modèle à base d'états [65]. Le modèle à base d'événements considère le défaut comme l'exécution d'un événement. La détection et la localisation sont réalisées en utilisant uniquement les séquences d'événements observables. Ces événements sont la conséquence du changement de l'état des capteurs (passage de 1 à 0 ou de 0 à 1) ou/et de l'activation ou de la désactivation des commandes. Le modèle à base d'états modélise un défaut comme la conséquence de l'atteignabilité à un état défaillant. Il détecte et localise le défaut en observant les séquences des sorties d'états caractérisées par les sorties statiques (logiques) des capteurs (on au niveau 1/off au niveau 0)

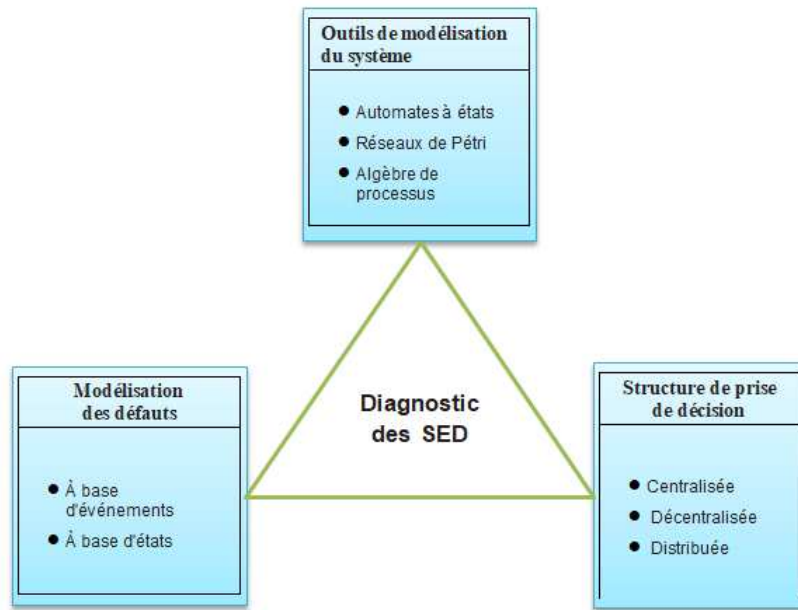


FIGURE 1.2 – Classification des méthodes de diagnostic des SED [44].

et les commandes (active au niveau 1/inactive au niveau 0) envoyées par la Partie commande (PC).

Structure de prise de décision Il existe plusieurs structures de prise de décision dépendant de la distribution de l'information disponible sur le procédé :

1. Centralisée (figure 1.3) : consiste à associer un modèle global du procédé avec un seul module de diagnostic, appelé " diagnostiqueur ". Ce dernier collecte les différentes informations du procédé avant de prendre sa décision finale sur son état de fonctionnement [41].
2. Décentralisée (figure 1.4) : ([56, 45, 74]) se base sur un modèle global du procédé à qui sont associés plusieurs diagnostiqueurs locaux indépendants.
3. Distribuée (figure 1.5) : [50] le procédé est modélisé à travers ses composants par plusieurs modèles locaux.

1.4 Diagnosticabilité des SED

Dans certains cas, la décision de diagnostic pourrait être nécessairement ambiguë, et donc exécuter un moteur de diagnostic n'a pas de sens. Il est donc très important de décider dès la phase de la conception que sera la précision d'un algorithme de diagnostic sur un système donné basé sur le modèle du système. Ce problème est appelé "analyse de diagnosticabilité" et elle est la question fondamentale qui détermine l'efficacité du diagnostic.

La diagnosticabilité est la propriété d'un système et de son instrumentation d'exhiber des symptômes différents pour un ensemble prédéfini de failles anticipées.

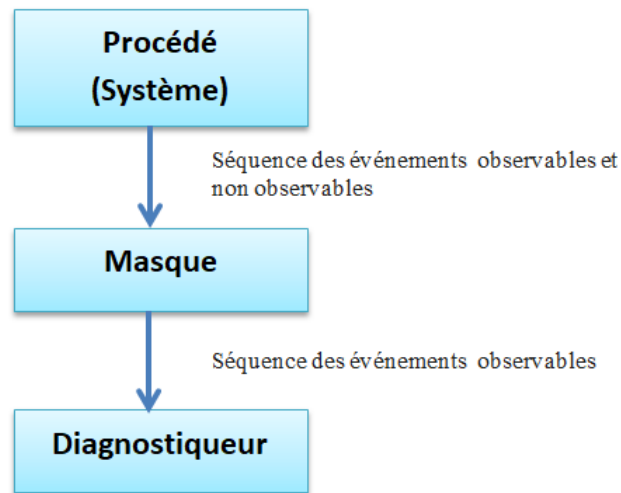


FIGURE 1.3 – Structure de diagnostic centralisée.

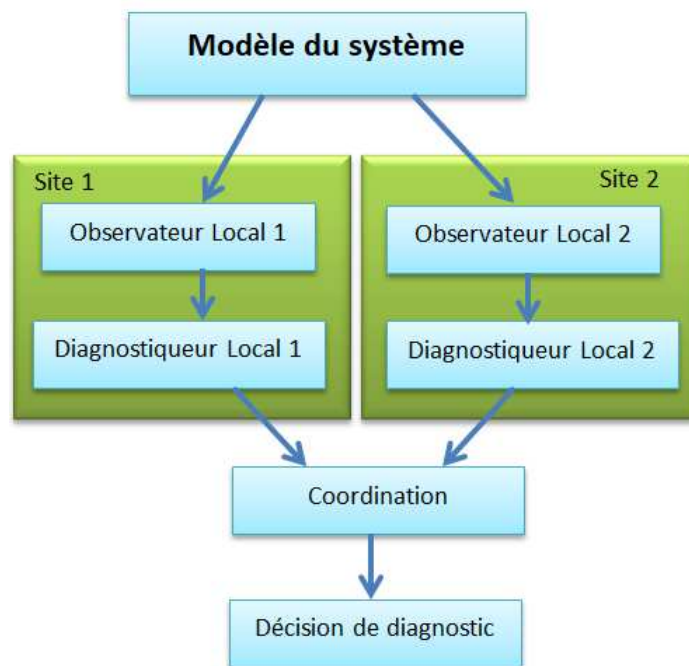


FIGURE 1.4 – Structure de diagnostic décentralisée.

L'analyse de diagnosticabilité repose totalement sur l'existence d'un modèle du système.

Si un système n'est pas diagnosticable, cela peut résulter de deux causes :

- Le système ne contient pas assez de capteurs ou les capteurs sont mal mis. Les observations renvoyées par les capteurs ne permettent pas de discriminer deux situations de fautes différentes. Cela peut être résolu en ajoutant des capteurs dans le système, ce qui n'est pas toujours possible ou très coûteux.
- Le système génère suffisamment d'informations, mais le modèle n'est pas assez précis, ou c'est trop abstrait. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de modifier

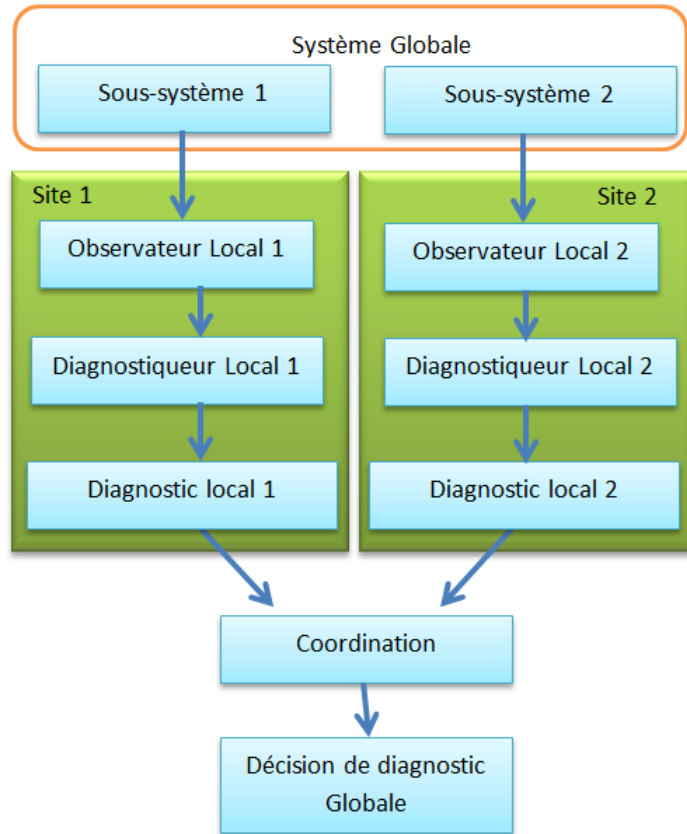


FIGURE 1.5 – Structure de diagnostic distribuée.

le système, mais seulement le modèle utilisé pour le diagnostic. Certaines informations doivent être ajoutées pour fournir de meilleures entrées au moteur de diagnostic.

1.4.1 Approches de Diagnosticabilité des SED

1.4.1.1 Notions de base

Les automates finis ou les machines à états finis sont l'un des formalismes de modélisation les plus utilisés pour modéliser les systèmes à événements discrets.

Définition 1.1. (*Modèle de système*) Un système est modélisé comme un automate fini, dénoté par $G = (Q, E, \delta, q_0)$ où :

- Q est un ensemble fini d'états,
- E est un ensemble fini d'événements,
- δ est une fonction partielle de $Q \times E \times Q$ à $\{0, 1\}$, Pour $q, q' \in Q$ et $a \in E$, nous écrivons $(q, a, q') \in \delta$ si et seulement si $\delta(q, a, q') = 1$
- q_0 est l'état initial

Une chaîne est une séquence d'événements de longueur finie dans E . étant donné une chaîne s , la longueur de s est notée $\|s\|$. L'ensemble de toutes les chaînes formées par les événements de E est noté E^* (la fermeture de Kleene de E). δ s'étend aux

mots $s \in E^*$ avec $s = a_1 \dots a_k$ par : $(q, s, q') \in \delta$ si et seulement si il y a une séquence d'états $q_{j_0}, \dots, q_{j_k}$ tels que $q_{j_0} = q$, $q_{j_k} = q'$ et $(q_{j_{i-1}}, a_i, q_{j_i}) \in \delta$ pour $1 \leq i \leq k$. Tout sous-ensemble de E^* est appelé un langage sur E . $L(G)$ (ou juste L s'il n'y a pas d'ambiguïté dans le contexte) indique le langage sur E de chaînes générées par G . étant donné une chaîne $s \in L$, L/s est appelé le post-langage de L après s et défini comme $L/s = \{t \in E^* : st \in L\}$.

Certains des événements dans E sont observables, c'est-à-dire que leur occurrence peut être observée (par exemple détectée par des capteurs), alors que les autres événements ne sont pas observables c'est-à-dire les événements dont l'occurrence ne peut pas être observée et qui contiennent les événements de fautes et tout autre événement qui peut causer un changement dans le système mais dont les capteurs ne détectent pas la présence. Ainsi, E est partitionné comme $E = E_o \cup E_{uo}$ et $E_o \cap E_{uo} = \emptyset$, où E_o et E_{uo} représentent les ensembles d'événements observables et non observables, respectivement. L'ensemble des fautes du système est noté E_f et représente un sous-ensemble des non observables : $E_f \subseteq E_{uo}$.

Un langage L est vivant si pour tout état $q \in Q$, il existe une transition sortante : $\forall q \in Q, \exists e \in E, \exists q' \in Q$ tel que $(q, e, q') \in \delta$.

La fonction de projection $\Pi : E^* \rightarrow E_o^*$ est utilisée pour supprimer les événements non observables (éléments de E_{uo}) de toute trace. étant donné une chaîne $s \in L$, $\Pi(s)$ est obtenu en supprimant les événements non observables dans s . La projection Π est définie comme suit : $\Pi(\epsilon) = \epsilon$, et $\Pi(s\sigma) = \Pi(s)\Pi(\sigma)$ pour $\sigma \in E$ et $s \in E^*$, où :

$$\Pi(\sigma) = \begin{cases} \sigma, & \text{if } \sigma \in E_o \\ \epsilon, & \text{if } \sigma \in E_{uo} \end{cases} \quad (1.1)$$

L'opération de projection inverse d'une chaîne $t \in E_o^*$, notée $\Pi^{-1}(t)$, est l'ensemble des chaînes dans L dont la projection est égale à t , et elle est donnée par :

$$\Pi^{-1}(t) = \{s \in L : \Pi(s) = t\} \quad (1.2)$$

Soit $E_f \subseteq E_{uo}$ l'ensemble des événements de fautes (non observables) à diagnostiquer.

L'ensemble de toutes les séquences se terminant par un événement fautif σ est noté $\Psi(\sigma)$, formellement :

$$\Psi(\sigma) = \{s\sigma \in L : s \in E^*, \sigma \in E_f\} \quad (1.3)$$

Un préfixe (ou le préfixe propre) d'une chaîne $s = a_0a_1\dots a_n$ est une chaîne $s' = a_0a_1\dots a_m$ où $m \leq n$ (respectivement. $m < n$). On note $Pref(s)$, l'ensemble des préfixes propres d'une chaîne s .

Deux hypothèses sont faites sur le système étudié lors de l'analyse de diagnostiquabilité :

- Le langage du système G est vivant, ce qui signifie qu'il y a au moins une transition définie à chaque état dans Q .
- Il n'existe aucun cycle formé exclusivement d'événements non observables dans G .

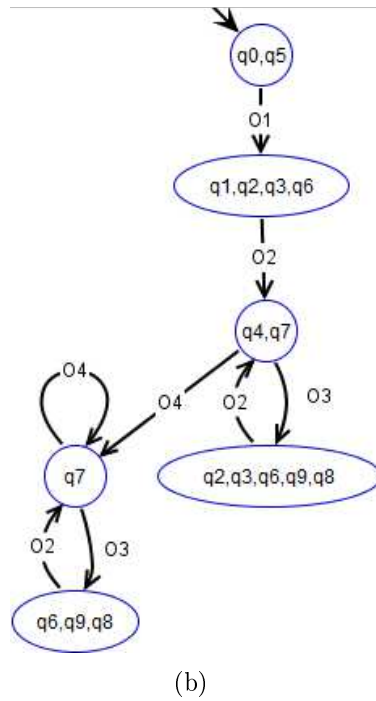
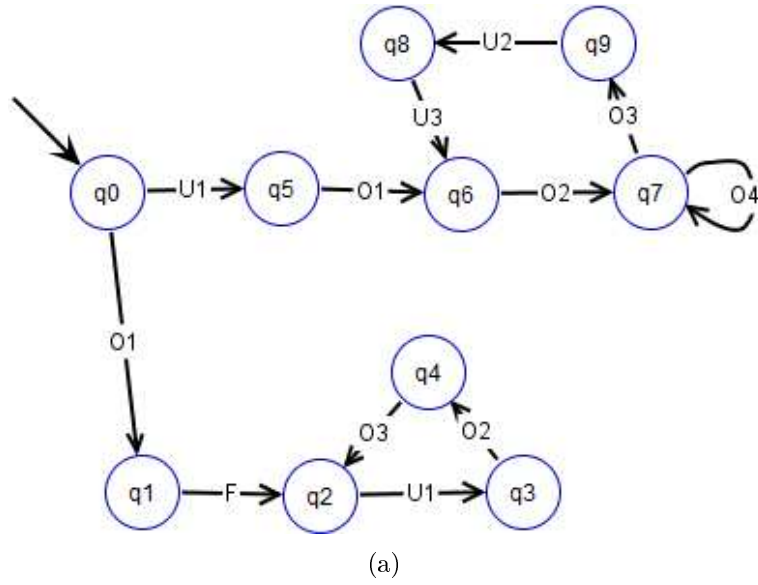


FIGURE 1.6 – (a) Exemple d'un système à événement discret.(b) Son observateur.

Une faute σ ou F dans le l'exemple de la figure 1.6 est diagnostiquable dans un système G si son occurrence est déterminable lorsque un nombre suffisant d'événements est observé à partir du système après l'apparition de la faute σ . La diagnostiquabilité est formellement définie comme suit.

Définition 1.2. [41] Soit L un langage préfixé et vivant. L'occurrence de l'événement σ est diagnostiquable dans L par rapport à la projection Π ssi

$$(\exists n \in \mathbb{N})(\forall s \in \Psi(\sigma))(\forall t \in L/s)[||t|| \geq n] \Rightarrow \mathbf{D} \quad \text{où}$$

$$D = \begin{cases} 1, & \text{si } \forall \omega \in \Pi^{-1}(\Pi(st)) \Rightarrow \sigma \in \omega \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

La définition ci-dessus indique que pour chaque trajectoire $s \in \Psi(\sigma)$ dans G , pour chaque t qui est une extension de s dans G avec un nombre suffisant d'événements, toute trajectoire ω dans G qui a une observation équivalente à st devrait contenir dedans l'événement de faute σ . En d'autres termes, la vérification de (non) diagnosticabilité consiste à rechercher une paire de trajectoires u et v satisfaisant aux conditions suivantes :

- u contient la faute σ et v non ;
- u a des observations arbitrairement longues après l'apparition de σ ;
- $\Pi(u) = \Pi(v)$.

Une telle paire est appelée une paire critique [2], ce qui viole la définition 1.2 et témoigne donc la non-diagnosticabilité.

Maintenant, nous rappellerons les approches les plus populaires pour vérifier la diagnosticabilité du SED dans le cas centralisé. Puisque le but ici est d'illustrer l'idée essentielle de ces approches, par souci de simplicité, nous supposons qu'il n'y a qu'un seul événement de faute, noté F , qui peut être directement étendu au cas d'un ensemble d'événements de fautes.

1.4.1.2 Approche diagnostiqueur [41]

Dans la littérature, la première approche proposée pour vérifier la diagnosticabilité du SED est de construire un automate déterministe, appelé diagnostiqueur [41]. Avant la construction du diagnostiqueur, nous montrons une construction non déterministe basée sur le modèle de système, que nous appelons "Observateur" dans ce qui suit. En fait l'observateur décrit que le comportement du système par rapport aux événements observables et exprime la partie observable du système modélisé.

L'automate Observateur :

- Définition 1.3.** *L'observateur du système G est un automate, noté par $G' = (Q_{obs}, E_{obs}, \delta_{obs}, q_{obs}^0)$ où :*
- $Q_{obs} = q_0 \cup q \in Q$ s'il y a une transition étiquetée par un observable et entrante à q ,
 - $E_{obs} \subseteq E$ est un ensemble des événements observables,
 - $\delta_{obs} \subseteq Q_{obs} \times E_{obs} \times Q_{obs}$ est ensemble de transitions,
 - $q_{obs}^0 = q^0$ est l'état initial

Les transition de δ_{obs} sont de la forme de (q, a, q') avec q est atteignable à partir de l'état initial et satisfaisant la condition suivante : il y a un chemin de transition $p = (q \xrightarrow{u_1} q_1 \cdots \xrightarrow{u_m} q_m \xrightarrow{a} q')$ dans G , avec $u_k \in E_{uo}, \forall k \in \{1, \dots, m\}, a \in E_o$.

Exemple 1.1. *La figure 1.6(a) montre le modèle d'un système à événements discrets $G = (Q, E, \delta, q_0)$ ainsi que son observateur G_{obs} montré dans la figure 1.6(b). Les événements O_i dénotent les événements observables, l'événement F dénote un*

événement de faute non observable, les événements U_i désignent les événements normaux non observables.

Le modèle initial G est défini par :

- l'ensemble des états est : $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9\}$;
- l'ensemble des événements est : $E = \{O_1, O_2, O_3, O_4, U_1, U_2, U_3, F\}$, les sous-ensembles des événements observables, non observables et de fautes sont respectivement :
 $E_O = \{O_1, O_2, O_3, O_4\}$, $E_{uo} = \{U_1, U_2, U_3\}$ et $E_f = \{F\}$.
- l'état initial est : q_0 .

L'observateur correspondant G_{obs} est défini par :

- l'ensemble des états est : $Q_{obs} = \{q_0, q_1, q_4\}$;
- l'ensemble des événements est : $E_{obs} = \{O_1, O_2, O_3, O_4\}$,
- l'état initial est : q_{obs}^0 .

Construction du diagnostiqueur :

On définit l'ensemble des étiquettes de fautes $\Delta_f = \{F_1, \dots, F_m\}$ où $|\Delta_f| = m$ (une étiquette F_i par type de fautes E_{F_i}) et l'ensemble total des étiquettes possibles qui peuvent figurer dans les états du diagnostiqueur est $\Delta = \{N\} \cup 2^{\Delta_f \cup \{A\}}$, N veut dire " Normal ", A veut dire " Ambigu " et F_i veut dire qu'une faute de type F_i s'est produite. Les éléments l_i de Δ peuvent prendre les formes suivantes $l_i = \{N\}$, $l_i = \{A\}$, $l_i = \{F_{i1}, \dots, F_{ik}\}$ ou $l_i = \{A, F_{i1}, \dots, F_{ik}\} (\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, \dots, m\})$. Le diagnostiqueur G_d de G est défini par : $G_d = (Q_d, E_{obs}, \delta_d, q_{0,d})$ tel que :

- (A) $q_{0,d} = \{(q_{0,N})\}$ i.e., on démarre d'un état normal du système.
- (B) L'espace d'état Q_d est un sous-ensemble de l'ensemble $Q = 2^{Q_{obs} \times \Delta}$ (voir la définition de Q_{obs} plus haut). Q_d contient les états de Q atteignables par la fonction de transition δ_d (voir ci-après) à partir de l'état initial $q_{0,d}$. Un état q_d de Q_d est de la forme $\{(q_1, l_1), \dots, (q_n, l_n)\}$ où $q_i \in Q_{obs}$, $l_i \in \Delta$ (voir plus haut les formes possibles de l_i).
- (C) Pour définir la fonction de transition δ_d du diagnostiqueur nous avons besoin de définir les fonctions suivantes :

i La fonction de propagation d'étiquettes $LP : Q_{obs} \times \Delta \times E^* \rightarrow \Delta$

$$LP(q, l, s) \begin{cases} \{N\} & \text{si } l = \{N\} \text{ et } \forall i [E_{F_i} \notin s] \\ \{A\} & \text{si } l = \{A\} \text{ et } \forall i [E_{F_i} \notin s] \\ \{F_i / F_i \in l \text{ ou } E_{F_i} \in s\} & \text{sinon} \end{cases}$$

ii La fonction de rang $R : Q \times E_{obs} \rightarrow Q$

$$R(q, \sigma) = \bigcup_{(q,l) \in q} \bigcup_{s \in L_\sigma(G,q)} \{\delta(q, s), LP(q, l, s)\}$$

$L(G, q)$ est l'ensemble des traces de L issues de l'état q de G

$L_\sigma(G, q)$ est l'ensemble des traces de L issues de l'état q de G et qui se terminent par l'observable particulier σ : $L_\sigma(G, q) = \{s \in L(G, q) \text{ tel que } /s = \sigma\}$

- iii La fonction de correction d'étiquettes $LC : Q \rightarrow Q$ $LC(x) = \{(q, l) \in x/q$
apparaît une seule fois dans les couples de $x\}$
 $\cup \{(q, \{A\}) \cup l_{i1} \cap \dots \cap l_{ik} \text{ s'il } \exists \text{ deux ou plus de paires } (q, l_{i1}) \dots (q, l_{ik}) \text{ dans } x\}$
La fonction de transition $\delta_d : Q \times E_{obs} \rightarrow Q$ est définie comme suit :
 $x' = \delta_d(x, \sigma)$ ssi $x' = LC[R(x, \sigma)]$ avec
 $\sigma \in e_d(x)$ et $e_d(x) = \bigcup_{(q,l) \in x} \{P(s)/s \in L(G, q)\}$

Conditions de diagnosticabilité :

Avant d'énoncer les conditions nécessaires et suffisantes pour la diagnosticabilité d'un système à événements discrets G dont le diagnostiqueur est G_d et son observateur est G_{obs} , nous donnons quelques définitions utiles :

- Un état q de Q_d est dit F_i -certain si : $\forall (x, l) \in q, F_i \in l$.
- Un état q de Q_d est dit F_i -incertain si : $\exists (x, l), (y, l') \in q, F_i \in l \text{ et } F_i \notin l'$.
- Un état q de Q_d est dit ambigu si : $\exists (x, l) \in q, A \in l$.

Remarque 1.1. La différence entre un état F_i -incertain et un état ambigu.

- Un état q est F_i -certain si toute trace de q_0 à q contient obligatoirement la faute F_i .
- Un état q est F_i -incertain s'il y a deux traces s_1 et s_2 de q_0 à q ayant la même projection observable tel que s_1 contient F_i alors que s_2 ne contient pas F_i et que dans le système initial G , les traces s_1 et s_2 mènent vers deux états différents.
- Un état q est ambigu s'il y a deux traces s_1 et s_2 de q_0 à q ayant la même projection observable tel que s_1 contient F_i alors que s_2 ne contient pas F_i et que dans le système initial G , les traces s_1 et s_2 mènent vers un même état.
- Un ensemble d'états $x_1, \dots, x_n \in X$ forme un cycle dans G si :
 $\exists s \in L(G, x_1)$ tel que $s = \sigma_1, \dots, \sigma_n$ et $\delta(x_i, \sigma_i) = x_{(i+1) \bmod n}, i = 1, 2, \dots, n$.
- Un ensemble d'états F_i -incertain $q_1, \dots, q_n \in Q_d$ forme un cycle F_i -indéterminé si :
 - (A) $q_1, \dots, q_n$ forment un cycle dans G_d avec :
 $\delta_d(q_l, \sigma_l) = q_{(l+1) \bmod n}$ tel que $\sigma_l \in E_o, l = 1, 2, \dots, n$
 - (B) Pour ce cycle dans G_d , il existe un cycle correspondant dans G_{obs} impliquant uniquement des états ayant F_i dans leurs étiquettes dans le cycle de G_d et un cycle similaire dans G_{obs} impliquant uniquement des états n'ayant pas F_i dans leurs étiquettes dans le cycle de G_d . Formellement :
 $\exists (x_l^k, l_l^k), (y_l^r, \tilde{l}_l^r) \in q_l, l = 1, 2, \dots, n, k = 1, \dots, m, r = 1, \dots, m'$ tel que
 - (a) $F_i \in l_l^k, F_i \notin \tilde{l}_l^r$ pour tout l, k et r .
 - (b) Les séquences d'états $\{x_l^k\}, l = 1, 2, \dots, n, k = 1, \dots, m$ et $\{y_l^r\}, l = 1, 2, \dots, n, r = 1, \dots, m'$ forment des cycles dans G_{obs} (l'observateur) avec :
 - $(x_l^k, \sigma_l, x_{l+1}^k) \in \delta_{obs}, l = 1, 2, \dots, n, k = 1, \dots, m$
 - $(x_n^k, \sigma_n, x_1^{k+1}) \in \delta_{obs}, k = 1, \dots, m - 1$
 - $(x_n^m, \sigma_n, x_1^1) \in \delta_{obs}$

et

$$\begin{aligned} (y_l^r, \sigma_l, y_{l+1}^r) &\in \delta_{obs}, l = 1, 2, \dots, n, r = 1, \dots, m' \\ (y_n^r, \sigma_n, y_l^{r+1}) &\in \delta_{obs}, r = 1, \dots, m' - 1 \\ (y_n^{m'}, \sigma_l, y_1^1) &\in \delta_{obs} \end{aligned}$$

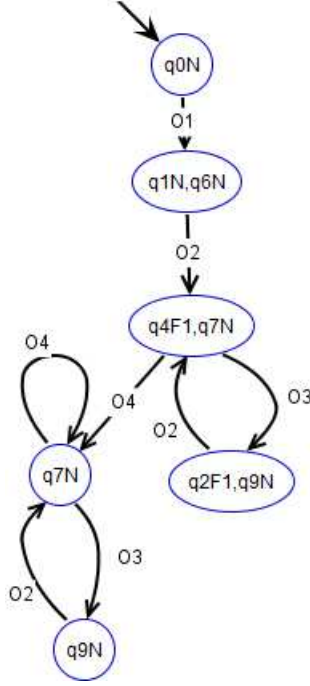


FIGURE 1.7 – Diagnostiqueur du système présenté dans la figure 1.6(a).

Diagnosticabilité :

Un langage L est diagnosticable si et seulement si son diagnostiqueur G_d satisfait les conditions suivantes :

- C1) Il n'y a pas de cycle F_i -indéterminé dans G_d pour tout type d'erreur F_i .
- C2) Il n'y a pas d'état q de Q_d qui soit ambigu.

La complexité du diagnostiqueur est exponentielle par rapport au nombre d'états du système G et doublement exponentiel par rapport au nombre de types de fautes. (pour plus detail sur le calcul de la complexité du diagnostiqueur voir [41]).

Exemple 1.2. Selon le diagnostiqueur 1.7 on voit bien que la condition C1) n'est pas vérifiée. Il existe un cycle indéterminé formé de deux états $\{(q_4, F1), (q_7, N)\}, [(q_2, F1), (q_9, N)]$ dans le diagnostiqueur de la figure 1.7. Le système n'est donc pas diagnosticable.

1.4.1.3 Approche vérificateur (Twin plant) [63]

L'inconvénient principal de l'approche diagnostiqueur est sa complexité exponentielle par rapport au nombre d'états du système. C'est pour cela, les auteurs de [63] ont proposé un nouvel algorithme appelé (Twin plant) qui a une complexité

polynomiale par rapport au nombre d'états du système, basée sur la construction de automates non déterministes et sur la recherche de cycles avec une propriété donnée.

Dans la méthode des Twin plant, étant donné un modèle de système G , un pré-diagnostiqueur est d'abord construit sur la base de G , puis le vérificateur est obtenue en synchronisant le pré-diagnostiqueur avec lui-même en fonction des événements observables pour obtenir toutes les paires de trajectoires qui ont les mêmes observations.

Définition 1.4. (*Pré-diagnostiqueur*). Le pré-diagnostiqueur du système G est un automate non déterministe, noté $G_{pre} = (Q_{pre}, E_{pre}, \delta_{pre}, q_{pre}^0)$ où

- $Q_{pre} \subseteq Q \times 2^{E_f}$
- $E_{pre} = E_o$
- $\delta_{pre} \subseteq Q_{pre} \times E_{pre} \times Q_{pre}$
- $q_{pre}^0 = (q_0, \emptyset)$

Les transitions de G_{pre} sont celles $((q, l), a, (q', l'))$ avec (q, l) accessible depuis l'état initial q_{pre}^0 et satisfaisant la condition suivante : il y a un chemin de transition $p = (q \xrightarrow{u_1} q_1 \cdots \xrightarrow{u_m} q_m \xrightarrow{a} q')$ dans G , avec $u_k \in E_{uo}, \forall k \in \{1, \dots, m\}, a \in E_o$ et $l' = l \cup (\{u_1, \dots, u_m\} \cap E_f)$.

Le pré-diagnostiqueur est conçu pour préserver toutes les informations observables du système d'origine modélisé et ajouter à chaque état une estimation de l'information de défaillance, appelée étiquette de faute.

Définition 1.5. (*Vérificateur twin plant*) le vérificateur du système G , noté G_v , est l'automate : $G_v = G_{pre} \times G_{pre}$, où G_{pre} est le pré-diagnostiqueur du système G .

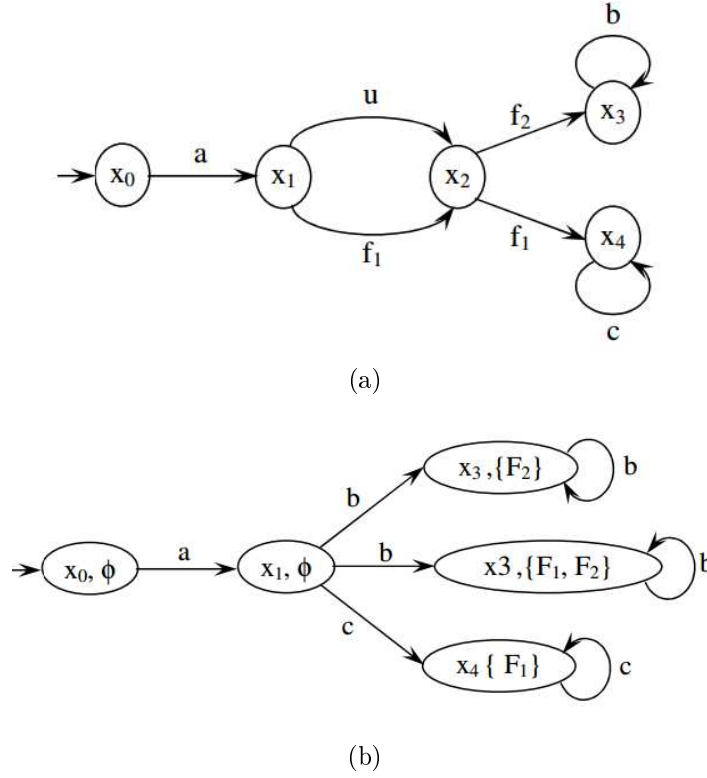


FIGURE 1.8 – (a) Un autre exemple d'un système à événement discret [63].(b) Son pré-diagnostiqueur.

Chaque état dans le vérificateur twin plant est une paire d'états de pré-diagnostiqueur qui fournissent deux diagnostics possibles avec les mêmes observations. étant donné un état de vérificateur, si le défaut F est contenu dans un seul état pré-diagnostiqueur, cela signifie que l'apparition de F n'est pas certain jusqu'à cet état du vérificateur avec les mêmes observations, cet état de vérificateur est appelé un état ambigu par rapport à F . Un cycle d'état ambigu est un cycle contenant uniquement des états ambigus. Il a été prouvé qu'un chemin dans le vérificateur contenant un cycle d'état ambigu avec au moins un événement observable correspond à une paire critique dans le système. Nous appelons ce type de chemin un chemin critique. Donc, La vérification de la diagnosticabilité dans la méthode de vérificateur twin plant consiste à vérifier l'existence de chemins critiques.

D'ici nous pouvons voir que le nombre maximal d'états et le nombre maximal de transitions du pré-diagnostiqueur sont $(|Q| \times 2^{|E_f|})$ et $(|Q|^2 \times 2^{2|E_f|} \times |E_o|)$, respectivement. Et le nombre états et de transitions de vérificateur twin plant sont au pire des cas $(|Q|^2 \times 2^{2|E_f|})$ et $(|Q|^4 \times 2^{4|E_f|} \times |E_o|)$. Ainsi, la complexité de la méthode de vérificateur twin plant est $O((|Q|^4 \times 2^{4|E_f|} \times |E_o|))$ c'est à dire la complexité est polynomiale par rapport au nombre d'états du système et exponentielle par rapport au nombre de fautes.

Selon le vérificateur (figure 1.9) du système introduit ci-dessus (figure 1.8), on constate l'existence de deux chemins critiques : $C_1 = [(x_3, \{F_2\}), (x_3, \{F_1, F_2\})], b,$

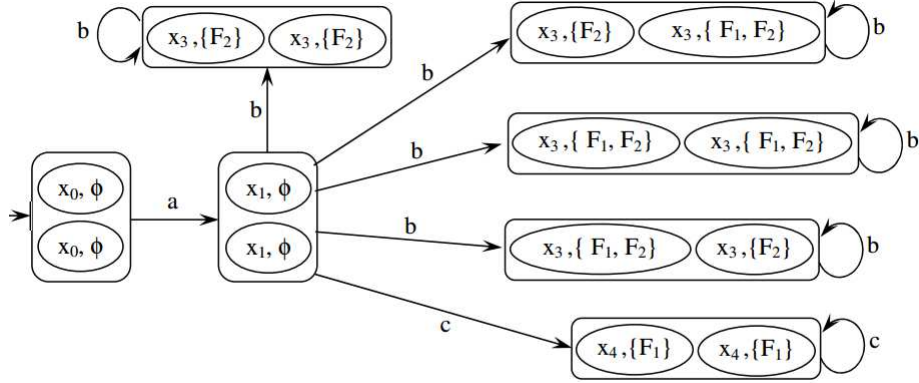


FIGURE 1.9 – Vérificateur twin plant du système présenté dans l'exemple 1.8 [63].

$[(x_3, \{F_2\}), (x_3, \{F_1, F_2\})]$, avec $\{F_2\} \neq \{F_1, F_2\}$ et $C_2 = ([(x_3, \{F_1, F_2\}), (x_3, \{F_2\})])$, $b, [(x_3, \{F_1, F_2\}), (x_3, \{F_2\})]$, avec $\{F_1, F_2\} \neq \{F_2\}$. Donc le système n'est pas diagnostiquable.

1.5 Prédicibilité des SED

La diagnosticabilité concerne la capacité de déterminer si une anomalie s'est effectivement produite sur la base des observations. Mais parfois, il est très coûteux de récupérer le système après une panne, ce qui motive le travail sur l'analyse d'une propriété plus forte qui est la prédictibilité, c'est-à-dire la capacité de prédire avec certitude les occurrences futures de fautes.

La prédictibilité est une propriété importante et cruciale d'un système. Si la faute est prévisible, l'opérateur du système peut être prévenu et peut décider d'arrêter le système ou de prendre d'autres mesures préventives. La prédictibilité a fait l'objet d'une attention considérable ces dernières années. Le premier travail traitant du problème de la prédiction de l'occurrence d'un événement significatif tel qu'un événement de faute a été considéré pour les systèmes d'événements discrets partiellement observés dans [62]. Après cela, de nombreux travaux ont été proposés, notamment : la prédictibilité des occurrences de motif de faute [66], la prédictibilité dans les systèmes distribués [59, 67, 31, 32], la prédictibilité dans les SEDs probabilistes [25, 17], la prédictibilité d'occurrences d'événements dans des systèmes chronométrés partiellement observables modélisés par des automates temporisés [10], la prédictibilité bornée [6, 7, 20] et prédictibilité dans des modèles abstraits avec peu d'états et de transitions [73].

1.5.1 La notion de prédictibilité

Dans cette section, nous définissons le problème de la prédiction des occurrences d'un événement dans un système sous une observation partielle. Nous modélisons le système comme un langage L sur un ensemble d'événements E . L'événement à prévoir peut être un événement non observable ou un observable. Tout d'abord,

nous présentons un exemple illustratif pour introduire la notion de prédictibilité. Ensuite, nous donnons la définition formelle de la prédictibilité de l'occurrence d'un événement.

Dans le cadre de SED on dit qu'un système est prédictible si chaque trace fautive possède un préfixe non-fautif tel que toute trace indiscernable conduira inévitablement à la faute.

Exemple 1.3. *Considérez n'importe quelle chaîne s dans $\Psi(\sigma_p)$ où σ_p est l'événement à prévoir. Nous souhaitons trouver un préfixe t de la chaîne s tel que t ne contient pas σ_p et toutes les prolongations assez longues dans L des chaînes avec la même projection que t contiennent σ_p . S'il y a au moins un tel t , alors l'apparition de σ_p est prédictible dans L .*

Considérons le langage préfixé et vivant, généré par l'automate montré dans la Figure 1.10. Le langage généré est

$$L = \overline{aabcpc^* + abpc^* + bpac^* + ac^*}$$

où $E_{uo} = \{a, p\}$ et $E_o = \{b, c\}$. Soit p l'événement à prévoir. L'ensemble des chaînes qui se terminent par p est

$$\Psi(p) = \{aabcpc, abpc, bp\}$$

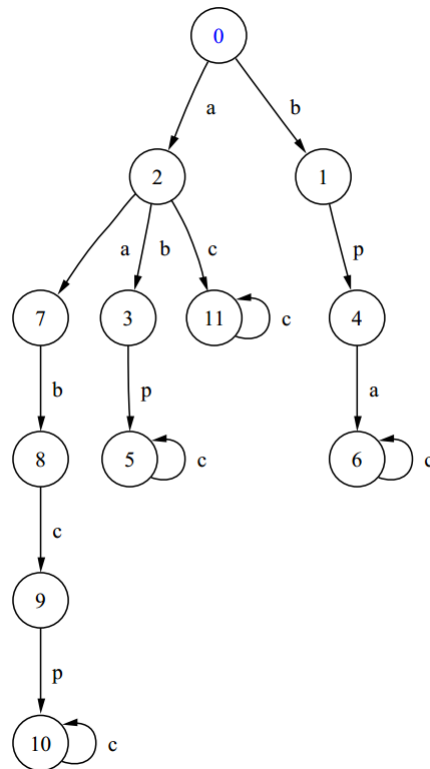


FIGURE 1.10 – Exemple d'un système G [62].

Pour montrer que p est prédictible dans L , on doit trouver $n \in \mathbb{N}$ et $t \in s$ pour tout $s \in \Psi(p)$ tel que $p \notin t$ et pour tout u et toutes ses continuations $v \in L/s$ si

1. u enregistre la même chaîne d'événements observables que t , c'est-à-dire $\Pi(t) = \Pi(u)$, et
2. u ne contient pas p , c'est-à-dire $p \notin u$, et
3. La longueur de v est supérieure à $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $\|v\| \geq n$

alors v contient p .

Commençons par $s = aabcp \in \Psi(p)$. Alors $t \in \overline{aabc}$. Supposons que $t = aa$. Alors, $\Pi^{-1}(aa) \cap (E\{p\})^* \cap L = \{\epsilon, a, aa\}$. Si $u = a$, alors $L/u = \overline{abcp}^* + bpc^* + c^*$. Puisque $p \notin c^*$, il y a une continuation de u qui ne contient pas p . Alors, il existe une chaîne qui enregistre la même chaîne d'événements observables que t et pas la totalité de ses continuations contiennent p . Ainsi, $t = aa$ est un mauvais choix pour prouver la prédictibilité de p . maintenant, supposons que $t = aab$. Pour tout $u \in \Pi^{-1}(aab) \cap (E\{p\})^* \cap L = \{aab, ab, b\}$ et pour tout $v \in L/u$ tel que $\|v\| \geq 2$ alors v contient p . Ainsi, $t = aab$ est un bon choix pour $s = aabcp \in \Psi(p)$. De même, il peut être vérifié que $t = ab$ et $t = b$ fonctionnent pour $s = abp$ et $s = bp$ dans $\Psi(p)$, respectivement.

Maintenant en se basant sur la discussion ci-dessus, nous définissons formellement la notion de la prédictibilité.

Définition 1.6. [62] Soit L un langage préfixé et vivant. L'occurrence de l'événement σ est prédictible dans L par rapport à la projection Π ssi

$$(\exists n \in \mathbb{N})(\forall s \in \Psi(\sigma))(\exists t \in Pref(s))(\sigma \notin t) \wedge \mathbf{P} \quad \text{où}$$

$$\mathbf{P} = \begin{cases} 1, & \text{si } (\forall u \in L)(\forall v \in L/u)[\Pi(u) = \Pi(t) \\ & \wedge (\sigma \notin u) \wedge \|v\| \geq n] \Rightarrow \sigma \in v \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

1.5.2 Prédictibilité vs diagnosticabilité

Dans [62], il a été montré que la prédictibilité des occurrences d'un événement σ dans un langage préfixé et vivant L est plus forte que la diagnosticabilité de L par rapport à σ_p . En effet, il a été prouvé que si les occurrences de $\sigma \in E$ sont prédictibles dans L par rapport à la projection Π , alors elles sont aussi diagnostiquables par rapport à Π . Nous considérons la diagnosticabilité telle que définie dans [41] dans le contexte des langages formels.

Premièrement, un langage L est diagnosticable par rapport à une faute σ s'il est possible de détecter les occurrences de σ dans un délai fini.

Définition 1.7. [41] Soit L un langage préfixé et vivant. L'occurrence de l'événement σ est diagnosticable dans L par rapport à la projection Π ssi

$$(\exists n \in N)(\forall s \in \Psi(\sigma))(\forall t \in L/s)[\|t\| \geq n] \Rightarrow \mathbf{D} \quad \text{où}$$

$$\mathbf{D} = \begin{cases} 1, & \text{si } \forall \omega \in \Pi^{-1}(\Pi(st)) \Rightarrow \sigma \in \omega \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Deuxièmement, l'occurrence d'un événement fautif dans un langage est prédictible s'il est possible de déduire ses occurrences futures sur la base de l'enregistrement observable des chaînes qui ne contiennent pas l'événement à prévoir.

Définition 1.8. [62] Soit L un langage préfixé et vivant. L'occurrence de l'événement σ est prédictible dans L par rapport à la projection Π ssi

$$(\exists n \in N)(\forall s \in \Psi(\sigma))(\exists t \in Pref(s))(\sigma \notin t) \wedge \mathbf{P} \quad \text{où}$$

$$\mathbf{P} = \begin{cases} 1, & \text{si } (\forall u \in L)(\forall v \in L/u)[\Pi(u) = \Pi(t) \\ & \wedge (\sigma \notin u) \wedge \|v\| \geq n] \Rightarrow \sigma \in v \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

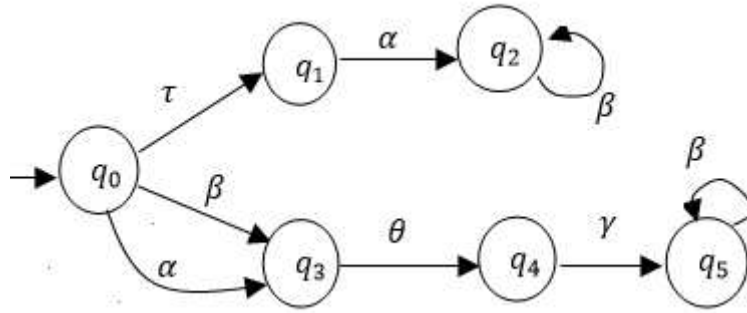


FIGURE 1.11 – Exemple d'un système G1.

Nous présentons maintenant un exemple illustratif où un langage est diagnostiquable par rapport à un événement mais l'occurrence de l'événement n'est pas prédictible.

Exemple 1.4. Dans l'exemple illustré dans la figure. 1.11, l'occurrence de l'événement θ n'est pas prédictible dans L , mais il est diagnosticable. En effet, comme indiqué dans [62], l'ensemble des chaînes se terminant par θ est $\Psi(\theta) = \{\alpha\theta, \beta\theta\}$. Soit $s = \alpha\theta$ et $t \in Pref(s)$. Soit $t = \epsilon$ et $\Pi^{-1}\Pi(t) \cap (E \setminus \theta)^* = \{\tau\}$. Quand $u = \tau$, $L/u = \alpha\beta^*$. Aucune des chaînes de L/u ne contient θ . Soit $t = \alpha$ et $\Pi^{-1}\Pi(t) \cap (E \setminus \theta)^* = \{\tau\alpha, \alpha\}$. Si $u = \tau\alpha$, alors $L/u = \beta^*$. Aucune des chaînes de L/u ne contient θ . Si $u = \alpha$, alors $L/u = \theta\gamma\beta^*$. Les chaînes de L/u qui ont une longueur de 1 et plus contiennent θ . Ainsi, la condition $\mathbf{P}$ n'est pas satisfaite pour tout u tel que $\Pi(u) = \Pi(t)$ et $\theta \notin u$. Cela signifie qu'il y a une chaîne s telle qu'il n'y a pas de $t \in Pref(s)$ qui satisfait la condition dans Définition 1.8. Ainsi, θ n'est pas prédictible dans L .

Cependant, θ est diagnostiquable dans L . L'ensemble des chaînes qui se terminent par θ est $\Psi(\theta) = \{\alpha\theta, \beta\theta\}$. D'abord soit $s = \alpha\theta$ et $t \in L/s$. Soit $t = \gamma$, donc

$\Pi^{-1}(\Pi(st)) = \{\alpha\theta\gamma\}$. Toutes les chaînes dans $\Pi^{-1}(\Pi(st))$ contiennent θ . Maintenant Soit $s = \beta\theta$ et $t \in L/s$. Soit $t = \gamma$, donc $\Pi^{-1}(\Pi(st)) = \{\beta\theta\gamma\}$. Toutes les chaînes dans $\Pi^{-1}(\Pi(st))$ contiennent θ . Pour toutes les chaînes dans $\Psi(\theta)$ il existe une continuation $t = \gamma$ qui satisfait la condition **D** dans Définition 1.7. Ainsi, θ est diagnostiquable dans L .

1.5.3 Approches de prédictibilité des SED

1.5.3.1 Approche basé sur un diagnostiqueur [62]

La première approche pour vérifier la prédictibilité des fautes dans le cadre des SED a été introduit dans [62]. Il est basé sur le travail séminal [41], qui est basé sur la construction d'un diagnostiqueur (voir la définition plus haut). Le diagnostiqueur est un automate construit pour le système par rapport à une projection Π sur l'ensemble d'événements observables et à un événement donné. Soit $G = (Q, E, \delta, q_0)$ un système qui génère le langage L . Nous désignons par la D_G le le diagnostiqueur construit pour G et il est de la forme

$$D_G = (Q_D, E_D, \delta_D, q_{D,0}, \sigma_p)$$

Où Q_D est l'ensemble des états de diagnostiqueur, $\delta_D : Q_D \times E_D \rightarrow Q_D$ est la fonction de transition d'état de diagnostiqueur, et $q_{D,0}$ est l'état initial. L'espace d'état du diagnostiqueur est un sous-ensemble de $2^{Q \times \{N, F_1\}}$. L'état $q_D \in Q_D$ est de la forme $q_D = \{(q_1, l_1), \dots, (q_n, l_n)\}$, où $q_i \in Q$ et $l_i \in \{N, F_1\}$ pour $i = 1, \dots, n$. L'étiquette F_1 Signifié que l'évènement de faute σ_p a eu lieu lorsque le système a atteint l'état actuel, tandis que l'étiquette N signifie que σ_p n'a pas eu lieu lorsque le système a atteint l'état actuel.

Soit q_D et q'_D deux états du diagnostiqueur dans Q_D tel que q'_D est atteint à partir de q_D par $\sigma_o \in E_o$, c'est-à-dire $q'_D = \delta_D(q_D, \sigma_o)$ est défini.

Soit $q_D = \{(q_1, l_1), \dots, (q_m, l_m)\}$ et $q'_D = \{(q'_1, l'_1), \dots, (q'_n, l'_n)\}$. pour $i = \{1, \dots, n\}$, il existe $j = \{1, \dots, m\}$ tel que $q'_D = \delta_D(q_D, s)$, Où $s = t\sigma_o$ et $t \in E_{uo}$, et

$$l'_i = \begin{cases} F_1, & \text{si } l_1 = F_1 \text{ ou } (\sigma_p \in s) \\ N, & \text{si } l_1 = N \text{ et } (\sigma_p \notin s) \end{cases}$$

Nous disons qu'un état de diagnostiqueur $q_D = \{(q_1, l_1), \dots, (q_m, l_m)\} \in Q_D$ pour $m \in \mathbb{N}$ est un état : normal si $l_j = N$ pour tout $j = 1, \dots, m$; certain si $l_j = F_1$ pour tout $j = 1, \dots, m$; incertain s'il existe $l_i = N$ et $l_j = F_1$ pour certains $i, j = 1, \dots, m$. Nous dénotons par $Q_D^N \subseteq Q_D$ l'ensemble des états normaux du diagnostiqueur, par $Q_D^U \subseteq Q_D$ l'ensemble des états incertains, et par $Q_D^C \subseteq Q_D$ l'ensemble des états de diagnostiqueur qui sont certains.

Exemple 1.5. Les figures 1.12(a) et 1.12(b) montrent deux exemples de modèles de systèmes $G1$ et $G2$ de [62], où les événements observables sont $E_o = \{a, b, c\}$, les événements normaux non observables sont $E_{uo} = \{e\}$, et le événement de faute non observable est $E_f = \{f\}$.

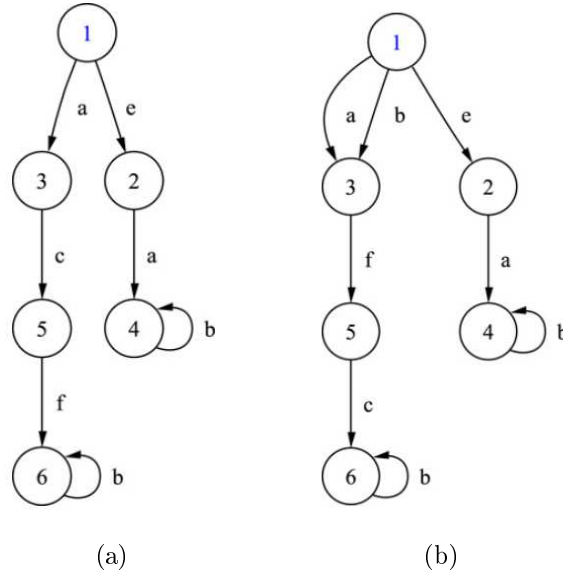


FIGURE 1.12 – (a) SED G_1 .(b) SED G_2 [62].

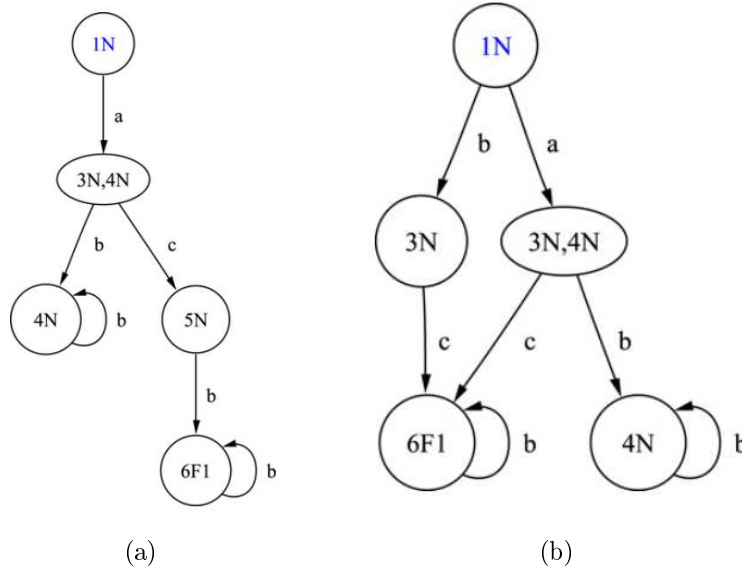


FIGURE 1.13 – (a) Diagnostiqueur D_{G_1} de G_1 .(b) Diagnostiqueur D_{G_2} de G_2 [62].

Les diagnostiqueurs construits pour les deux systèmes G_1 et G_1 de la figure 1.12 sont représentés sur la figure 1.13(a) et la figure 1.13(b), respectivement, où $\sigma_p = f$. L'état de diagnostiqueur $\{(6, F_1)\}$ est un état certain tandis que $\{(3, N)(4, N)\}$ est un état normal.

Soit L_1 et L_2 sont les deux langages générées par G_1 et G_2 , respectivement. Considérez le diagnostiqueur D_{G_1} de la figure 1.13(a). Après l'observation de la chaîne "ac", le système passe à l'état de diagnostiqueur $\{(5, N)\}$. et tous les états du diagnostiqueur accessibles depuis $\{(5, N)\}$, à savoir, $\{(6, F_1)\}$, sont dans un cycle d'états certains. Ainsi, après observation de la chaîne "ac", nous savons avec certitude que

la faute f se produira dans le avenir.

Cependant, si on considère le diagnostiqueur D_{G_2} de la figure 1.13(b), n'est pas un tel état. Il y a deux états normaux de diagnostiqueur $\{(3, N)\}$ et $\{(3, N)(4, N)\}$ qui conduisent à l'état certain $\{(6, F_1)\}$, une fois il est dans cet état, D_{G_2} reste l à. Cependant, il y a une transition de $\{(3, N)(4, N)\}$ qui conduit à un état normal et les transitions suivantes restent dans cet état normal. Cela signifie que à l'observation de "a", nous ne sommes pas sûrs si f se produira ou non dans l'avenir. à partir de ces deux exemples, nous concluons que états normaux menant à des cycles spécifiques jouent un rôle dans la la prédictibilité des occurrences d'un événement. Dans ce qui suit, nous présentons les notions qui vont nous conduire à énoncer la condition nécessaire et suffisante pour la prédictibilité.

Soit F_D l'ensemble des états normaux du diagnostiqueur qui possèdent un successeur immédiat qui n'est pas normal. Par exemple, $F_D = \{(5, N)\}$ dans D_{G_1} et $F_D = \{[(3, N)], [(3, N), (4, N)]\}$ dans D_{G_2} . Formellement,

$$F_D = \{x_D \in Q_D^N : \exists y_D = \delta_D(x_D, \sigma_o)\}$$

tel que

$$\sigma_o \in E_o \text{ et } y_D \notin Q_D^N$$

Définition 1.9. Soit $G = (Q, E, \delta, q_0)$ et $q \in Q$. La partie accessible de G par rapport à q est notée $Ac(G, q)$:

$$Ac(G, q) = (Q_{ac}, E, \delta_{ac}, q)$$

$$\text{Où } Q_{ac} = \{q' \in Q : (\exists s \in E^*)(\delta(q, s) = q' \text{ est defini})\} \text{ et } \delta_{ac} = \delta|_{Q_{ac} \times EQ_{ac}}.$$

Dans le théorème suivant, nous indiquons la condition suffisante pour la prédictibilité des occurrences d'un événement. La condition est basée sur l'analyse des cycles dans le diagnostiqueur.

Théorème 1.1. [62] Soit $G = (Q, E, \delta, q_0)$ un automate qui génère le langage L où L est un langage préfixé et vivant. Soit $D_G = (Q_D, E_D, \delta_D, q_{D,0}, \sigma_p)$ le diagnostiqueur pour G et σ_p . Les occurrences de σ_p sont prédictibles dans L par rapport à Π ssi pour tout $q_D \in F_D$, la condition C est vérifiée, où

C : tous les cycles dans $Ac(D_G, q_D)$ sont des cycles d'états certains du diagnostiqueur.

Voir [62] pour plus de détails et de preuves.

Maintenant en utilisant le théorème 1.1 pour vérifier la prédictibilité de la faute f dans L_1 et L_2 . Premièrement, nous déterminons l'ensemble $F_D = \{(5, N)\}$ dans D_{G_1} et $F_D = \{[(3, N)], [(3, N), (4, N)]\}$ dans D_{G_2} . Alors $Ac(D_{G_1}, (5, N))$ contient un seul cycle qui est un cycle d'états certains. Ainsi, basé sur le théorème 1.1, f est prédictible dans L_1 . Cependant, $Ac(D_{G_2}, (\{(3, N), (4, N)\}))$ contient un cycle d'états normaux $\{(4, N)\}$. Donc, f n'est pas prédictible dans L_2 .

1.5.3.2 Approche basé sur un vérificateur [62]

La deuxième approche présentée dans [62], est basée sur le processus à événements discrets appelé vérificateur. L'utilisation de vérificateurs pour le test de prédictabilité est efficace sur le plan de complexité de calcul. La complexité de calcul du test basé sur le vérificateur est à temps polynomial. Par contre, la complexité du test basé sur le diagnostiqueur est exponentiel dans le pire des cas.

le vérificateur a d'abord été défini dans [69]. Dans [69], les auteurs utilisent le vérificateur pour tester la diagnosticabilité. Le vérificateur est un automate non déterministe construit pour le système et par rapport à une projection Π sur l'ensemble des événements observables E_o et un ensemble d'événements significatifs (dans notre cas, l'événement à prédire σ_p).

Définition 1.10. Soit $G = (Q, E, \delta, q_0)$ un automate qui génère le langage L où L est un langage préfixé et vivant. Soit V_G le vérificateur construit pour G . Le vérificateur V_G est de la forme

$$V_G = (Q_V, E_V, \delta_V, q_{V,0}, \sigma_p)$$

Où Q_V est l'ensemble des états de vérificateur, $\delta_V : Q_V \times E_V \rightarrow Q_V$ est la fonction de transition d'état de vérificateur, et $q_{V,0}$ est l'état initial. Un état $q_V \in Q_V$ du vérificateur à la forme suivante

$$q_V = \{(q_1, l_1), (q_2, l_2)\}$$

où $q_i \in Q$ et $l_i \in \{N, F_1\}$ pour $i = 1, 2$. L'espace d'état du vérificateur est un sous-ensemble de $Q \times \{N, F_1\} \times Q \times \{N, F_1\}$.

La fonction de transition d'état δ_V est défini pour certains $\sigma \in E$.

— Si $\sigma \in E_{uo}$ alors

$$\delta_V([(q_1, l_1), (q_2, l_2)], \sigma) = \begin{cases} [(\delta(q_1, \sigma), l'_1), (q_2, l_2)] \\ [(q_1, l_1), (\delta(q_2, \sigma), l'_2)] \\ [(\delta(q_1, \sigma), l'_1), (\delta(q_2, \sigma), l'_2)] \end{cases}$$

— Si $\sigma \in E_o$ alors

$$[\delta_V([(q_1, l_1), (q_2, l_2)], \sigma) = [(\delta(q_1, \sigma), l'_1), (\delta(q_2, \sigma), l'_2)]$$

— Si $\sigma = \sigma_p$ alors

$$\begin{cases} l'_1 = l'_2 = F_1 \\ \text{sinon } l_1 = l'_1 \text{ et } l_2 = l'_2 \end{cases}$$

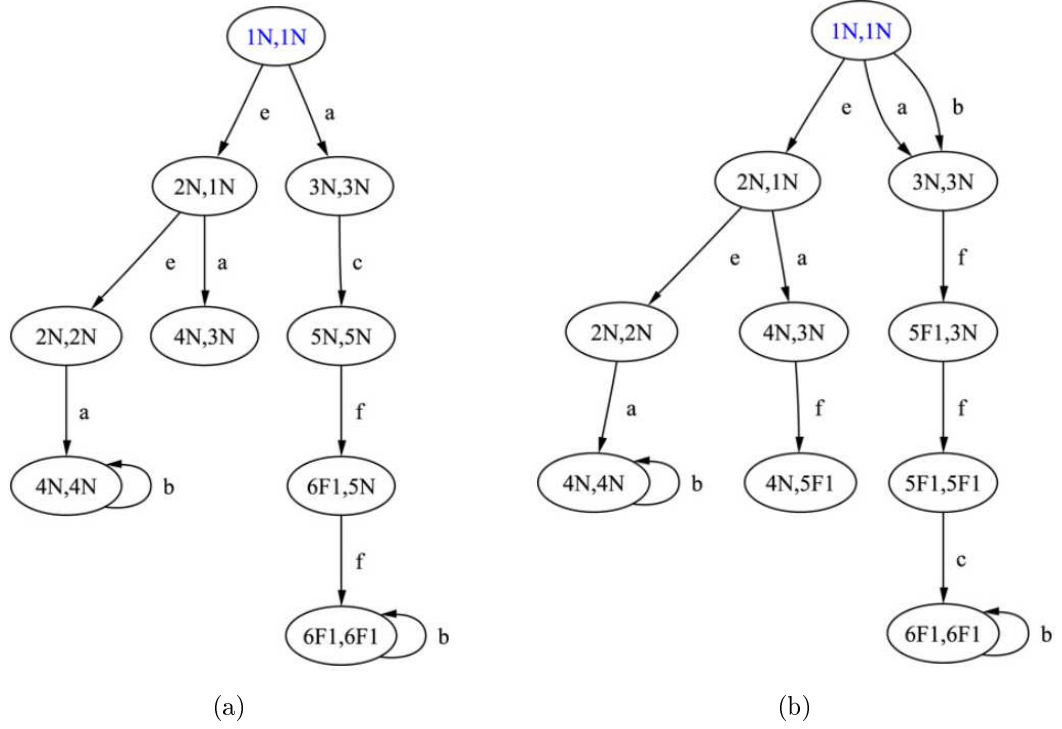


FIGURE 1.14 – (a) Vérificateur V_{G_1} de G_1 . (b) Vérificateur V_{G_2} de G_2 . [62]

Les vérificateurs construits pour les deux systèmes G_1 et G_1 de la figure 1.12 sont représentés sur la figure 1.14(a) et la figure 1.14(b), respectivement, où $\sigma_p = f$. Nous disons qu'un état du vérificateur $q_V = \{(q_1, l_1), (q_2, l_2)\} \in Q_V$ est un état : normal si $l_1 = l_2 = N$; certain si $l_1 = l_2 = F_1$; incertain si $l_1 = N$ et $l_2 = F_1$ ou vice versa. Nous dénotons par $Q_V^N \subseteq Q_V$ l'ensemble des états normaux du vérificateur , par $Q_V^U \subseteq Q_V$ l'ensemble des états incertains, et par $Q_V^C \subseteq Q_V$ l'ensemble des états de vérificateur qui sont certains.

Maintenant nous souhaitons former un ensemble d'états du vérificateurs F_V qui serviront le même but que F_D dans la vérification de la prédictibilité en utilisant le diagnostiqueur. En d'autres termes, nous souhaitons trouver les frontières du changement des états normaux du vérificateur aux états de vérificateur incertains ou certains. En raison de la structure du vérificateur, les définitions formelles diffèrent légèrement de celles de cas du diagnostiqueur.

Un ensemble d'états normaux du vérificateur est défini comme suit :

$$F'_V = \{x_V \in Q_V^N : \exists y_V = \delta_V(x_V, S_{uo}\sigma_p) \text{ est } dfini \text{ pour } S_{uo} \in E_{uo} \text{ et } \sigma_p \notin S_{uo}\}$$

En mots, l'ensemble F'_V contient les états normaux de vérificateur qu'ils peuvent atteindre un état certain ou incertain de vérificateur à travers l'événement σ_p , éventuellement précédé d'événements non observables (distincts de σ_p quand cet événement est lui-même inobservable). Nous formons maintenant l'ensemble avec les états comme suit :

$$F_V = \{q_v = [(x, l_x), (y, l_y)] \in Q_V^N : [(x, l_x), (., .)] \text{ ou } [(., .), (y, l_y)] \in F'_V\}$$

Où $(.,.)$ dénote l'un des composants d'état dans un état du vérificateur. Le besoin de l'ensemble F_V est de capturer tout vérificateur les états qui sont atteints par des chaînes qui ont les même evenements observables comme des chaînes qui atteignent un état dans F'_V . Il pourrait y avoir des états du vérificateur dans F_V ne sont pas dans F'_V , ces états correspondent à des chaînes qui ne contiendront pas σ_p de leurs suites, et par conséquent cela va entraîner une violation de la prédictabilité. Par exemple, $F'_V = F_V = \{q_v = [(5, N), (5, N)]\}$ dans V_{G_1} et $F'_V = \{q_v = [(3, N), (3, N)], [(4, N), (3, N)]\}$, $F_V = \{q_v = [(3, N), (3, N)], [(4, N), (3, N)], [(4, N), (4, N)]\}$ dans V_{G_2} .

Dans le théorème suivant, nous indiquons la condition suffisante pour la prédictibilité des occurrences d'un événement. La condition est basée sur l'analyse des cycles dans le vérificateur.

Théorème 1.2. [62] Soit $G = (Q, E, \delta, q_0)$ un automate qui génère le langage L où L est un langage préfixé et vivant. Soit $V_G = (Q_V, E_V, \delta_V, q_{V,0}, \sigma_p)$ le vérificateur pour G et σ_p . Les occurrences de σ_p sont prédictibles dans L par rapport à Π ssi pour tout $q_V \in F_D$, la condition C_V est vérifiée, où

C_V : tous les cycles dans $Ac(V_G, q_V)$ sont des cycles d'états certains du vérificateur.

Voir [62] pour plus de détails et de preuves.

Maintenant considérons les vérificateurs construits pour les deux systèmes G_1 et G_2 de la figure 1.12 sont représentés sur la figure 1.14(a) et la figure 1.14(b), respectivement, où $\sigma_p = f$. l'ensemble $F_V = \{q_v = [(5, N), (5, N)]\}$ dans V_{G_1} . Nous remarquons que la partie accessible $Ac(V_{G_1}, [(5, N), (5, N)])$ contient seulement un cycle qui est un cycle d'états certain du vérificateur. Ainsi, en utilisant le théorème 1.2, f est prédictible dans L_1 . Cependant, dans V_{G_2} l'ensemble $F_V = \{q_v = [(3, N), (3, N)], [(4, N), (3, N)], [(4, N), (4, N)]\}$ la partie accessible $Ac(V_{G_2}, [(4, N), (4, N)])$ contient un cycle d'états normaux du vérificateur et cela ne satisfait pas la condition nécessaire et suffisante du théorème 1.2, donc f n'est pas prédictible dans L_2 .

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un état de l'art du domaine où nous avons défini les notions diagnosticabilité et prédictibilité dans le cadre des systèmes à événements discrets puis nous avons présenté quelques approches majeures qui se trouvent dans la littérature. Tous ça va aider le lecteur pour comprendre les contributions de cette thèse.

Chapitre 2

Prédictibilité dans les SEDs flous

2.1 Introduction

A ce jour, seuls les SEDs classiques ou booléens ayant des états et des événements discrets ont été largement étudiés dans la littérature. Bien que q'ils sont applicables à de nombreux domaines, les SED classiques ne conviennent pas à certains domaines importants. Ceci est particulièrement vrai lorsque nous considérons les applications biomédicales dans lesquelles l'état et la transition d'un système (par exemple, l'état de santé d'une personne) sont toujours quelque peu incertains et vagues. L'observation humaine est subjective, le jugement et l'interprétation (par un médecin ou un patient) jouent invariablement un rôle important dans la description du statut de l'état. Par exemple, il est vague quand on dit que l'état de santé d'un patient est "bonne". En outre, le passage d'un état à un autre est également vague. C'est difficile de dire exactement comment l'état d'un patient a changé de "Bon" à "mauvais".

L'ensemble flou est une extension de l'ensemble classique [76]. Dans la théorie des ensembles traditionnels, un objet appartient complètement à un ensemble ou ne pas du tout. Aucune adhésion partielle n'est autorisée. Néanmoins, dans notre vie quotidienne, il existe d'innombrables concepts vagues et subjectifs que nous, humains, pouvons facilement décrire, comprendre et communiquer les uns avec les autres, mais les gérer de manière rationnelle. Le concept "jeune" est un bon exemple. L'âge d'une personne est numériquement précis. Cependant, relier un âge particulier à "jeune" peut être difficile et déroutant. Quel âge est jeune et quel âge ne l'est pas ? La nature de cette question pour une personne en particulier est déterministe et non stochastique. Aborder les questions de ce genre, la théorie des ensembles flous généralise les valeurs d'appartenance 0 et 1 d'un ensemble classique à une fonction d'appartenance d'un ensemble flou allant de 0 à 1 ; 0 signifie pas d'association, 1 indique une association complète, et n'importe quel nombre entre 0 et 1 signifie une association partielle.

En réalité, la plupart des systèmes souffrent d'incertitude et d'imprécision lorsqu'il s'agit de définir des événements et des transitions d'état en raison de l'imprécision qui peut arriver à tous les niveaux. Par conséquent, les spécifications d'état peuvent ne pas représenter fidèlement l'état exact du système à un moment donné. Par conséquent, la représentation des événements et des états en utilisant des distributions de

possibilités est plus appropriée pour de tels scénarios. L'extension de la théorie des SED au SED flou (SEDF) offre la flexibilité nécessaire pour intégrer les incertitudes associées dans les événements et les transitions d'état.

Lin et Ying [34, 33] ont initié l'étude des SEDF en combinant la logique floue [76] aux systèmes d'événements discrets conventionnels ou non flous (SEDs) [9], dans le but de résoudre les problèmes qui ne peuvent pas être traités par des SEDs non flous. à partir de là, une attention croissante a été reçue par ce domaine, et de nombreux concepts, méthodes et résultats importants ont été proposés dans la littérature (voir par exemple [51, 8, 71, 75] entre autres). Les travaux de [54, 36] développent un modèle SEDF avec une observabilité floue et considèrent les questions de contrôle de surveillance [54] et le contrôle fiable [36]. En particulier, les SEDs ont été appliquées avec succès pour le contrôle biomédical pour le traitement du VIH / SIDA [22, 21, 13], au management des crises [42, 43] et au contrôle de la robotique [3, 58, 57]. Pour le cas du problèmes de diagnostic des fautes, des approches floues sont proposés dans [14, 40, 35].

2.2 Systèmes à événements discrets flous

Les systèmes à événements discrets flous (SEDF) combinent la théorie des ensembles flous [76] avec des SEDs conventionnels [9]. Ils ont été appliqués avec succès à de nombreux systèmes complexes du monde réel tels que les systèmes biomédicaux dans lesquels l'imprécision et la subjectivité sont des caractéristiques typiques.

Dans ce travail, nous utilisons un modèle SEDF avec une observabilité floue qui a été proposé dans [54] et [14]. Les SEDF sont modélisés comme des automates flous avec des états flous et des événements flous dénotés respectivement par des vecteurs et des matrices. Dans le cadre SEDF, nous supposons $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, soit l'ensemble des états non flous, alors chaque état flou $\tilde{q}$ est représenté avec un vecteur sur l'ensemble des états non flous, notés as $[a_1, a_2, \dots, a_n]$, où $a_i \in [0, 1]$ représente la possibilité que le système soit dans l'état q_i . En outre, chaque event $\tilde{\sigma}$ est représenté par une matrice de transition d'état $matrix[a_{ij}]_{n \times n}$, où $a_{ij} \in [0, 1]$ représente la probabilité du système passant de l'état q_i à l'état q_j . Formellement, les systèmes d'événements discrets flous sont définis comme suit.

Définition 2.1. [51] *Un automate flou est un système $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ où $\tilde{Q}$ est un ensemble d'états flous, $\tilde{q}_0$ est l'état flou initial et $\tilde{E}$ est l'ensemble des événements flous. $\tilde{\delta}$ est une fonction partielle de $\tilde{Q} \times \tilde{E}$ à $\tilde{Q}$ et elle est définie comme $\tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{\sigma}) = \tilde{q} \odot \tilde{\sigma}$. Notez que $\odot$ est une opération max-min : pour une matrice $A[a_{ij}]_{n \times m}$ et une matrice $B[b_{ij}]_{m \times k}$, $A \odot B = [c_{ij}]_{n \times k}$ est défini par :*

$$c_{ij} = \max_{l=1}^m \min\{a_{il}b_{lj}\} \quad (2.1)$$

Exemple 2.1. *Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF. Supposons que nous ayons un état flou $\tilde{q} \in \tilde{Q}$ et un événement flou $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$ où $\tilde{q} = [0.3, 0.5]$ et $\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.8 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$ alors :*

Il y a deux états non flous dans le système, disons q_1 et q_2 , qui sont dans l'état flou $\tilde{q}$ cela signifie que l'appartenance floue dans l'état q_1 est avec un degré 0.3 et l'appartenance floue dans l'état q_2 avec 0.5. L'événement flou σ exprime l'appartenance floue dans quatre transitions : de q_1 à q_1 avec un degré 0.4, de q_1 à q_2 avec un degré 0.8, de q_2 à q_1 avec un degré 0.2 et de q_2 à q_2 avec un degré 0.3.

Maintenant, supposant que le système est dans l'état flou $\tilde{q}$ l'occurrence de l'événement flou $\tilde{\sigma}$ conduit à l'état flou $\tilde{q}'$ donné par :

$$\tilde{q}' = \tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{\sigma}) = \tilde{q} \odot \tilde{\sigma} = [0.3, 0.5] \odot \begin{pmatrix} 0.4 & 0.8 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix} = [0.3, 0.3]$$

2.3 Prédicibilité dans les SED flous

Dans cette section, nous formalisons la notion de prédictibilité pour les SEDF. Pour ce faire, des fonctions de prédictibilité floue sont introduites pour caractériser le degré de prédictibilité de (i) un préfixe non fautif d'une trace se terminant par un événement fautif, (ii) une trace se terminant par un événement fautif et (iii) un événement fautif dans un SEDF. Nous commençons par donner quelques concepts de base.

2.3.1 Concepts de base

Dans le cadre des SEDF, chaque événement flou a une appartenance simultanée dans l'ensemble d'événements observables, dans l'ensemble d'événements non observables et dans l'ensemble d'événements d'échec ; avec des degrés différents. Nous utilisons trois sous-ensembles flous : le sous-ensemble flou des événements non observables : $\tilde{\Sigma}_{uo} : \tilde{E} \rightarrow [0, 1]$, le sous-ensemble flou des événements observables $\tilde{\Sigma}_o : \tilde{E} \rightarrow [0, 1]$ le sous-ensemble flou des événements d'échec $\tilde{\Sigma}_f : \tilde{E} \rightarrow [0, 1]$. $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ qui indique la possibilité d'échec sur $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$ et $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ (respectivement). $\tilde{\Sigma}_{uo}(\tilde{\sigma})$ représente le degré d'observabilité (ou de non observabilité) de $\tilde{\sigma}$. Nous avons : $\tilde{\Sigma}_{uo}(\tilde{\sigma}) + \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) = 1$.

Le langage généré par $\tilde{G}$, noté $L_{\tilde{G}}$ (ou simplement L quand il est clair du contexte), est défini comme suit :

$$L = \{\tilde{s} \in \tilde{E}^* : (\exists \tilde{q} \in \tilde{Q}) \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}) = \tilde{q}\} \quad (2.2)$$

$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) = \max\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) : \tilde{\sigma} \in \tilde{s}\}$ et $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{s}) = \min\{\tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) : \tilde{\sigma} \in \tilde{s}\}$ représente le degré d'échec et le degré d'observabilité de la chaîne $\tilde{s} \in L_{\tilde{G}}$, respectivement.

Nous utilisons l'ensemble d'événements à observabilité maximale $\tilde{E}_{mo}$ composé des événements ayant le plus grand degré d'observabilité :

$$\tilde{E}_{mo} = \{\tilde{\sigma} \in \tilde{E} : (\forall \tilde{\sigma}' \in \tilde{E}) \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) \geq \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}')\} \quad (2.3)$$

Remarque 2.1. Soit $\tilde{G}$ un SEDF. Comme d'habitude, nous supposons que le langage de $\tilde{G}$ est vivant (pour tout état flou $\tilde{q}$, il y a un événement flou $\tilde{\sigma}$ tel que $\tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{\sigma})$ est défini) et $\tilde{G}$ ne contient pas de cycle dans lequel les états sont connectés uniquement avec des événements dont l'observabilité est inférieure à l'observabilité de l'événement à prédire.

Le post langage de L après $\tilde{s}$ est l'ensemble des continuations de $\tilde{s}$ dans $\tilde{G}$, c'est-à-dire

$$L/\tilde{s} = \{\tilde{t} \in \tilde{E}^* \mid (\exists \tilde{q} \in \tilde{Q}) \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}\tilde{t}) = \tilde{q}\} \quad (2.4)$$

Définition 2.2. [54] Soit $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$, l'opération $\tilde{\sigma}$ -projection $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}} : \tilde{E}^* \rightarrow \tilde{E}^*$ est définie comme : $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\epsilon) = \epsilon$, et $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}\tilde{a}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s})\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{a})$ for $\tilde{a} \in \tilde{E}$ et $\tilde{s} \in \tilde{E}^*$, où

$$\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{a}) = \begin{cases} \tilde{a}, & \text{if } \tilde{a} \in \tilde{E}_{mo} \text{ or } \tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) > \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) \\ \epsilon, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.5)$$

L'opération de projection inverse est donnée par :

$$\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}^{-1}(\tilde{t}) = \{\tilde{s} \in L : (\exists \tilde{q} \in \tilde{Q}) \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}) = \tilde{q} \wedge \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}) = \tilde{t}\} \quad (2.6)$$

Remarque 2.2. Le but de $\tilde{\sigma}$ -projection est d'effacer les événements flous dont l'observabilité est inférieure à $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$.

Afin de prendre une décision correcte de prédictibilité, nous spécifions une limite supérieure $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ pour chaque $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$. Si la possibilité de l'échec dans une chaîne $\tilde{s}$ dépasse une limite spécifiée (ie, $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$) alors nous considérons que $\tilde{s}$ est une chaîne d'échec. Dans la suite, nous formalisons une approche de "prédictibilité floue" pour prédire l'occurrence des chaînes d'échec qui dépassent la limite supérieure spécifiée.

On note l'ensemble des événements défectueux par $\tilde{E}_f = \{\tilde{\sigma} \in \tilde{E} : \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) > 0\}$.

Pour $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$, l'ensemble de toutes les traces qui se terminent par un événement où la possibilité d'échec est plus grande que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ est défini comme suit :

$$\tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}} = \{\tilde{s}\tilde{e} \in L : \tilde{e} \in \tilde{E}_f, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{e}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})\}.$$

2.3.2 Fonctions de prédictibilité floue

Avant la présentation des fonctions de prédictibilité floue, nous introduisons d'abord deux nouveaux concepts qui seront utilisés dans la définition de ces fonctions.

Le premier concept, noté par $//$, est une variante de la notion de post-langage d'une trace après une autre.

Définition 2.3. Pour $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$, soit $\tilde{t} \in L_{\tilde{G}}$ tel que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$, Nous définissons $L//\tilde{t}$ comme suit :

$$\begin{aligned} L//\tilde{t} = \{(\tilde{u}, \tilde{v}) : \tilde{u} \in L_{\tilde{G}} \wedge \tilde{v} \in L/\tilde{u} \wedge \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}) \\ \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Intuitivement, $L/\tilde{t}$ est l'ensemble des couples $(\tilde{u}, \tilde{v})$ où $\tilde{u}$ est un mot non-fautif de L qui partage les mêmes observables que $\tilde{t}$ et $\tilde{v}$ est une continuation de $\tilde{u}$ dans L . Notez que puisqu'une valeur possible de $\tilde{u}$ est $\tilde{t}$ elle-même, il est vérifié : $(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{t}) (\tilde{t}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t}$.

Le second concept est celui d'un préfixe maximal non fautif d'une trace fautive :

Définition 2.4. Soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ une trace de $L_{\tilde{G}}$ se terminant par un événement fautif. Le préfixe maximal de $\tilde{s}$ sans faute notée $MaxPref(\tilde{s})$ est défini par : $\tilde{t} = MaxPref(\tilde{s})$ si et seulement si :

- $\tilde{t} \in Pref(\tilde{s})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.
- pour tout $\tilde{t}' \in Pref(\tilde{s})$, si $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}') < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{t}' \neq \tilde{t}$ alors $\tilde{t}' \in Pref(\tilde{t})$.

Intuitivement, $MaxPref(\tilde{s})$ est le préfixe de $\tilde{s}$ suivi par la première occurrence d'un événement $\tilde{e}$ dans $\tilde{s}$ tel que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{e}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.

Nous sommes maintenant prêts à définir des fonctions de prédictibilité floue qui permettent de quantifier le degré de prédictibilité d'une trace non fautive, d'une trace se terminant par un événement fautif et plus généralement d'un SEDF par rapport à un événement fautif donné.

Nous commençons par définir le degré de prédictibilité associé à un préfixe non fautif d'une trace se terminant par une faute. Nous ne nous limitons qu'aux préfixes de traces non fautives se terminant par des fautes car l'étude du degré de prédictibilité associé à ces traces n'est pas un objectif en soi mais sert plus tard à déterminer le degré de prédictibilité d'une trace se terminant par une faute donnée (le degré maximal sur tous ses préfixes non fautifs) qui à son tour est utilisé pour calculer le degré de prédictibilité du système par rapport à une faute donnée (le degré minimal sur toutes les traces finissant par la faute). En plus de cet argument technique, intuitivement, il n'est pas logique d'associer un degré de prédictibilité des fautes à un préfixe qui ne peut jamais être étendu à une trace contenant une faute.

Définition 2.5. Pour $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$, soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et $\tilde{t} \in Pref(\tilde{s})$ tel que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et soit $n > 0$. Nous définissons la fonction de prédictibilité partielle $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)} : \tilde{E}^* \times \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$ qui mesure le degré de prédictibilité du préfixe $\tilde{t}$ au rang n comme suit :

$$FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t} \wedge \|\tilde{v}\| = n\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})} \quad (2.8)$$

Ensuite, le degré de prédictibilité du préfixe $\tilde{t}$ est défini comme suit : $\tilde{t}$ est prédictible par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$ avec un degré λ si et seulement si :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = \lambda \quad (2.9)$$

La fonction $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ est calculée en prenant le degré de faute minimal de toutes les traces de la forme $\tilde{u}\tilde{v}$ où $\tilde{u}$ est une trace non-fautive qui partage les mêmes observables que $\tilde{t}$ et $\tilde{v}$ est une continuation de $\tilde{u}$ de longueur n . Si ce degré (disons d) est au moins égal à $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ (respectivement nul) alors $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ prend la

valeur maximale (respectivement la valeur minimale) de 1 (respectivement. 0). Si non, $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ prend une valeur dans l'intervalle $]0, 1[$ tel que, plus la valeur de d est proche de $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ (respectivement proche de 0), plus la valeur de $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ est proche de 1 (respectivement proche de 0).

La proposition suivante dit : étant donné un préfixe $\tilde{t}$, la fonction $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ est une fonction croissante (par rapport à n).

Proposition 2.1. *Soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et $\tilde{t} \in Pref(\tilde{s})$ tel que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.*

$$(\forall n, n' > 0) \text{ si } (n > n') \text{ alors } FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) \geq FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n') \quad (2.10)$$

Notez que le degré de prédictibilité λ d'un préfixe $\tilde{t}$ correspond à $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ pour n suffisamment grand. Ainsi il est vrai que : $\lambda = FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, \infty)$.¹ Cependant, λ est atteint pour un rang fini $n > 0$ après lequel il est conservé pour tous les rangs qui sont supérieurs à n .

Maintenant, en utilisant la définition précédente, le degré de prédictibilité d'une trace se terminant par une faute est défini comme le degré maximal de prédictibilité sur tous ses préfixes non fautifs.

Définition 2.6. *Pour $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$, soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et $n > 0$.*

Nous définissons la fonction partielle $FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)} : \tilde{E}^ \times \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$ qui mesure le degré de prédictibilité de $\tilde{s}$ au rang n comme suit :*

$$FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = \max\{FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) : \tilde{t} \in Pref(\tilde{s}) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})\} \quad (2.11)$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la trace $\tilde{s}$ est défini comme suit : $\tilde{s}$ est prédictible par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$ avec un degré λ si et seulement si :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = \lambda \quad (2.12)$$

La proposition suivante montre que la fonction $FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}$ est une fonction croissante (par rapport à n).

Proposition 2.2. *Soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$.*

$$(\forall n, n' > 0) \text{ si } (n > n') \text{ alors } FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n) \geq FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n') \quad (2.13)$$

Notez que le degré de prédictibilité λ de la trace $\tilde{s}$ se terminant par une faute correspond à $FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n)$ pour n suffisamment grand. Ainsi, il est vrai : $\lambda = FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, \infty)$.²

1. $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, \infty)$ est l'abréviation de : $\lim_{n \rightarrow \infty} FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$. Il est clair que la séquence $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ est bornée et par la proposition 2.1, elle augmente. Donc il converge et sa limite est son supremum qui est λ (à partir de l'équation 2.9)

2. $FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, \infty)$ est l'abréviation de : $\lim_{n \rightarrow \infty} FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n)$. Il est clair que la séquence $FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n)$ est bornée et par la proposition 2.2, elle augmente. Donc il converge et sa limite est un supremum qui est λ (à partir de l'équation 2.12)

Cependant, λ est atteint pour un rang fini $n > 0$ après quoi il est conservé pour tous les rangs supérieurs à n .

Il s'avère que le degré de prédictibilité d'une trace $\tilde{s}$ se terminant par un événement fautif dépend uniquement du degré de prédictibilité de son préfixe maximal non fautif.

Proposition 2.3. *Soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s})$*

$$(\forall n > 0) \quad FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) \quad (2.14)$$

Finalement, sur la base de la définition précédente, nous définissons le degré de prédictibilité d'un SEDF par rapport à un événement fautif. Ce degré correspond au degré de prédictibilité minimal sur toutes les traces se terminant par l'événement fautif en question.

Définition 2.7. *Soit $\tilde{H}$ l'ensemble de SEDF et $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$.*

Nous définissons la fonction $FP_{\tilde{\sigma}} : \tilde{H} \times \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$ qui mesure le degré de prédictibilité de $\tilde{G}$ jusqu'au rang n par rapport à $\tilde{\sigma}$ comme suit :

$$FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \min\{FP_{\tilde{\sigma}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}\} \quad (2.15)$$

Le degré de prédictibilité du SEDF $\tilde{G}$ est alors défini comme suit : $\tilde{G}$ est prédictible par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$ avec un degré λ ($\tilde{G}$ est λ -prédictible) si et seulement si :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) \quad FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \lambda \quad (2.16)$$

D'une façon similaire aux les analyses précédentes, le degré de prédictibilité λ d'une faute $\tilde{\sigma}$ dans un SEDF $\tilde{G}$ correspond à $FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n)$ pour n suffisamment grand. Ainsi, il est vrai que : $\lambda = FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty)$.³ Cependant, λ est atteint pour un rang fini $n > 0$ après quoi il est conservé pour tous les rangs supérieurs à n .

En utilisant la proposition 2.3 et la définition 2.5, le degré de prédictibilité d'un SEDF par rapport à un événement fautif peut être caractérisé de la manière suivante :

Corollaire 2.1. *Nous avons :*

$$FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \min\{FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) : \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) \text{ et } \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}\} \quad (2.17)$$

Par conséquent :

$$FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}), \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t}, \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \|\tilde{v}\| = n\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})} \quad (2.18)$$

3. Un même raisonnement est valable pour montrer que $FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty) = \lambda$.

Maintenant nous analysons les cas où l'événement flou $\tilde{\sigma}$ est : (1) Complètement prédictible $((\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = 1)$ dans le SEDF $\tilde{G}$, (2) partiellement prédictible $((\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \lambda, \text{ avec } 0 < \lambda < 1)$ et (3) Complètement non prédictible $((\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = 0)$.

Proposition 2.4. *Soit $\tilde{G}$ un SEDF. $\tilde{G}$ est 1-predictable si et seulement si*

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \\ \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

Sans surprise, la caractérisation de la 1-prédictibilité est très proche de celle de la prédictibilité classique. La principale différence consiste à remplacer le fait que la continuation v doit contenir la faute par le fait que le degré de faute de $\tilde{u}\tilde{v}$ n'est pas inférieur au degré de faute de l'événement fautif $\tilde{\sigma}$ à portée de main.⁴ Maintenant, le λ -prédictibilité avec $\lambda \in [0, 1[$ est caractérisé comme suit :

Proposition 2.5. *Soit $\tilde{G}$ un SEDF et $\lambda \in [0, 1[$. $\tilde{G}$ est λ -predictable si et seulement si :*

$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) (D_1 \wedge D_2)$ où :

1. $D_1 : (\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$
 $[\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda \cdot \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$
2. $D_2 : (\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$
 $[\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \lambda \cdot \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$

La condition D_1 signifie que nous ne sommes pas dans le cas d'une prédictibilité complète ($\lambda \neq 0$) alors que la condition D_2 détermine la valeur exacte de λ pour laquelle $\tilde{G}$ est λ -prédictible par rapport à $\tilde{\sigma}$.

Pour $\lambda = 0$, la condition D_2 dans la proposition précédente devient triviale et 0-prédictibilité (non-prédictibilité complète) est donnée par le corollaire suivant :

Corollaire 2.2. *Soit $\tilde{G}$ un SEDF. $\tilde{G}$ est 0-predictable si et seulement si :*

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = 0 \quad (2.19)$$

Exemple 2.2. Prenons le SEDF flou $\tilde{G}$ représenté sur la figure. 2.1 qui est une version floue du SED de l'exemple 1.4.1.1 présenté dans la figure. 5.1.

Dans $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ l'ensemble des états flous est $\tilde{Q} = \{\tilde{q}_0, \tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3, \tilde{q}_4, \tilde{q}_5\}$ l'ensemble des événements flous est $\tilde{E} = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\theta}, \tilde{\tau}\}$. Chaque état de $\tilde{G}$ est noté

4. Notez que puisque $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et à partir de la définition du degré de faute d'une trace, il s'ensuit que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ si et seulement si $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{v}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.

par un vecteur $\tilde{q} = [a_0, a_1, a_2]$ ce qui signifie que le système peut simultanément appartenir à trois états croquants avec des degrés d'appartenance a_0 , a_1 et a_2 , respectivement. De plus, un événement flou est représenté par une matrice 3×3 .

$$\tilde{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}$$

Par exemple, l'événement flou $\alpha_{32} \in [0, 1]$ représente le fait que le système passe du troisième état croquant au second état croquant avec le degré d'appartenance α_{32} . $\tilde{q}_0 = [a_0, a_1, a_2]$ est l'état initial. Ensuite, nous pouvons calculer les autres états par l'opération max-min. Les degrés d'appartenance des événements flous observables et de fautes sont donnés comme suit :

$$\tilde{\Sigma}_o(\tilde{\alpha}) = 1, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\beta}) = 0.8, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\gamma}) = 0.6, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\theta}) = 0.1, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\tau}) = 0$$

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) = 0, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta}) = 0.2, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) = 0.3, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.7, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\tau}) = 0$$

Laissez-nous calculer le degré de prédictibilité de l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. Nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}\tilde{\theta}, \tilde{\beta}\tilde{\theta}\}$.

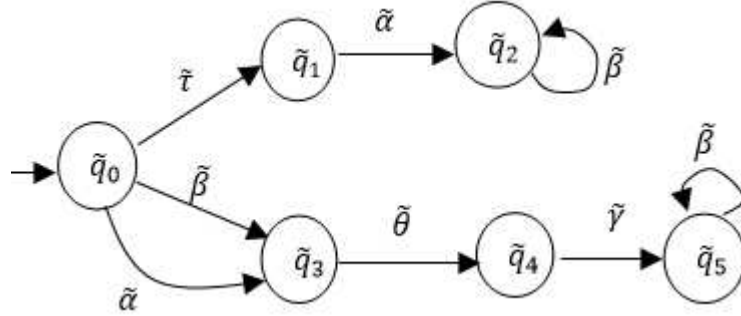


FIGURE 2.1 – Système à événements discrets flou $\tilde{G}$

— Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{\alpha}$. Nous avons :⁵

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) \\ L/\tilde{t} = \{(\tilde{\tau}\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}^*), (\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\tilde{\gamma}\tilde{\beta}^*)\} \end{cases}$$

En utilisant la définition 2.5, nous calculons le degré de prédictibilité $FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$ de $\tilde{t} = \tilde{\alpha}$ par :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t} \wedge \|\tilde{v}\| = n\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})}$$

5. Par souci de simplification, nous abusons de la notation et nous écrivons $L/\tilde{t} = \{(\tilde{\tau}\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}^*), (\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\tilde{\gamma}\tilde{\beta}^*)\}$ pour indiquer l'ensemble de tous les couples de la forme $(\tilde{\tau}\tilde{\alpha}, w)$ ou de la forme $(\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\tilde{\gamma}w)$ où w est n'importe quel mot du langage $\tilde{\beta}^*$.

Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\tilde{\tau}\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}), (\tilde{\alpha}, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})}$$

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{0.7, 0.2, 0.7\}}{0.7} \simeq 0.28$$

Nous pouvons vérifier cela pour tous $n \geq 1$, $FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) \simeq 0.28$.

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\theta}$ que : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) \simeq 0.28$.

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\theta}$ est 0.28.

- Pour $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{\beta}$. De la même manière, nous utilisons définition 2.5 pour calculer le degré de prédictibilité de $\tilde{t} = \tilde{\beta}$. Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\tilde{\beta}, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} = \frac{\min\{0.7, 0.7\}}{0.7} = 1$$

Nous pouvons vérifier cela pour tous $n \geq 1$, $FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$.

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\theta}$ que : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$.

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\theta}$ est 1.

Maintenant, à partir de définition 2.7, la prédictibilité de l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}$ est calculé par : $FP_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}, n) = \min\{FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f)\}$. Il s'ensuit que : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}, n) = \min\{FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = \min\{0.28, 1\} = 0.28$

En conclusion, on peut dire que l'événement flou $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible dans SEDF $\tilde{G}$ avec un degré 0.28. En fait, le degré de prédictibilité floue de 0,28 signifie que nous ne pouvons pas prédire exactement la faute qui se produit, mais nous pouvons dire que la possibilité de prédire l'événement fautif θ dans toutes les séquences du système est de 0,28.

Cela signifie aussi que θ n'appartient qu'à un degré 0.28 à l'ensemble flou des événements prédictibles. Notez que dans l'exemple 1.4.1.1 nous avons utilisé exactement le même SED mais dans un cadre non-flou. Nous avons montré que l'événement θ est (complètement) non prédictible. Dans le cas présent où le SED utilisé est flou, la décision n'est plus binaire mais progressive. Il dit que θ a un degré de prédictibilité relativement faible, ce qui signifie qu'il n'est ni complètement prédictible ni complètement non prédictible, mais qu'il est plus proche aux événements non prédictibles.

2.3.3 Prédicibilité de SED conventionnel comme un cas particulier de prédicibilité de SED flou

Le but de cette section est de montrer que la prédicibilité du SED flou comme défini dans cette thèse est une généralisation correcte de la prédicibilité classique définie pour le SED conventionnel (voir [62]).

Dans un SED conventionnel (non flou), l'ensemble d'événements observable et l'ensemble d'événements de fautes sont booléens au lieu de flous, c'est-à-dire pour chaque $\tilde{a} \in \tilde{E}$, $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) \in \{0, 1\}$. Plus précisément, pour chaque $\tilde{a} \in \tilde{E}$, $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) = 1$ si $\tilde{a} \in \tilde{E}_o$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) = 0$ sinon. De même, $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) = 1$ si $\tilde{a} \in \tilde{E}_o$ et $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) = 0$ sinon. Par conséquent, pour un SED classique donné $\tilde{G}$ et une faute σ , le degré de prédicibilité de $\tilde{G}$ par rapport à σ est soit 1 si σ est prédictible dans $\tilde{G}$ ou 0 sinon.

Soit $\tilde{G}$ un SED conventionnel et $\tilde{u} \in L$ une trace de $\tilde{G}$. Alors, $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ (respectivement $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$) est simplement remplacé par $\sigma \notin \tilde{u}$ (respectivement $\sigma \in \tilde{u}$). La proposition 2.4 est ensuite réécrite comme suit :

$\tilde{G}$ est 1-*predictable* si et seulement si : $(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$

$$[\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } (\sigma \notin \tilde{u}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow (\sigma \in \tilde{u}\tilde{v})$$

Ou équivalent :

$\tilde{G}$ est 1-*predictable* si et seulement si : $(\exists n \in \mathbb{N})(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$
 $[\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } (\sigma \notin \tilde{u}) \text{ and } \|\tilde{v}\| \geq n] \Rightarrow (\sigma \in \tilde{v})$ ⁶

Ceci est équivalent à la caractérisation classique de la prédicibilité pour les SEDs conventionnels donnés dans [62].⁷

2.4 Prédicibilité vs diagnosticabilité dans le SEDF

Dans cette section, nous montrons que la prédicibilité floue est une propriété plus forte que la diagnosticabilité floue. Cette idée est capturée par le fait que le degré de prédicibilité de tout SEDF $\tilde{G}$ par rapport à un événement flou $\tilde{\sigma}$ est au plus égal au degré de diagnosticabilité par rapport au même événement flou. Nous paraphrasons la définition de la fonction de diagnosticabilité floue utilisée dans [14] pour l'adapter à une forme similaire à nos fonctions de prédicibilité.

Définition 2.8. Soit $\tilde{H}$ un ensemble de SEDF et $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$. La fonction de diagnosticabilité floue est définie comme une fonction partielle $FD_{\tilde{\sigma}} : \tilde{H} \times \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$ où :

6. Nous avons remplacé : “ $(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) \dots \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \dots$ ” par la forme équivalente : “ $(\exists n \in \mathbb{N}) \dots \|\tilde{v}\| \geq n] \Rightarrow \dots$ ”. Nous avons également remplacé $(\sigma \in \tilde{u}\tilde{v})$ par $(\sigma \in \tilde{v})$. En effet, puisque $\sigma \notin \tilde{u}$, $(\sigma \in \tilde{u}\tilde{v})$ si et seulement si $(\sigma \in \tilde{v})$.

7. Notez que nous utilisons ici le préfixe maximal non-fautifs de $\tilde{s}$ alors que dans [62] n'importe préfixe non-fautif de $\tilde{s}$ peut être utilisé. Il est facile de montrer par une idée similaire à celle utilisée dans la preuve de la proposition 2.3 que les deux formes sont équivalentes.

$$FD_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in \tilde{\Pi}^{-1}(\Pi(\tilde{s}, \tilde{s}')), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{s}'\| = n\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})} \quad (2.20)$$

$\tilde{G}$ est diagnosticable par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$ avec un degré γ si et seulement si :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FD_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \gamma \quad (2.21)$$

Le degré de diagnosticabilité γ d'une faute $\tilde{\sigma}$ dans un SEDF $\tilde{G}$ correspond à $FD_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n)$ pour n suffisamment grand. Ainsi, il est vrai que : $\gamma = FD_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty)$. Cependant, γ est atteint pour un rang fini $n > 0$ après quoi il est conservé pour tous les rangs supérieurs à n .

les degrés de la prédictibilité et de la diagnosticabilité sont liés comme suit :

Proposition 2.6. *Soit $\tilde{G}$ un SEDF et $\tilde{\sigma}$ un événement flou dans $\tilde{G}$. Le degré de prédictibilité de $\tilde{G}$ par rapport à $\tilde{\sigma}$ est au plus égal à son degré de diagnosticabilité par rapport à $\tilde{\sigma}$, c'est-à-dire, $FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty) \leq FD_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty)$.*

Cette proposition est importante car elle indique que le degré de prédictibilité d'un SEDF par rapport à un événement flou fautif est toujours au plus égal à son degré de diagnosticabilité par rapport au même événement. Cela capture, dans le contexte flou, le fait que la prédictibilité est plus forte que la diagnosticabilité.

Example 5.1 (Cont)

Reprenons l'exemple du SEDF représenté sur la figure 2.1 et comparons les degrés de diagnosticabilité et de prédictibilité de l'événement flou $\tilde{\theta}$. Nous avons montré dans la section 2.3, Exemple 5.1 que l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans SEDF $\tilde{G}$ est partiellement prévisible avec un degré 0.28.

Pour l'événement flou $\tilde{\theta}$, nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}\tilde{\theta}, \tilde{\beta}\tilde{\theta}\}$.

Pour $n = 1$:

$$FD_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(w) : w \in \tilde{\Pi}^{-1}(\Pi(\tilde{s}\tilde{t})) \text{ where } \tilde{s}\tilde{t} \in \{\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\gamma}, \tilde{\beta}\tilde{\theta}\tilde{\gamma}\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})}$$

$$FD_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(w) : w \in \{\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\gamma}, \tilde{\beta}\tilde{\theta}\tilde{\gamma}\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} = \frac{\min\{0.7, 0.7, 0.7\}}{0.7} = 1$$

Il s'ensuit que pour $n \geq 1$, $FD_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}, 1) = 1$. En résumé, l'événement flou $\tilde{\theta}$ est complètement diagnosticable mais il n'est que partiellement prédictible avec le degré 0.28.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini les systèmes d'événements discrets flous et nous avons décrit le modèle utilisé dans cette thèse. Ensuite nous avons formalisé la notion de prédictibilité floue pour les SEDF en introduisant des fonctions de prédictibilité, pour caractériser le degré de prédictibilité (i) d'un préfixe (ii) une trace fautive et (iii) d'un événement fautif dans le SED flou. Ces fonctions prennent des valeurs de l'intervalle $[0, 1]$ plutôt que de l'ensemble $\{0, 1\}$. Les fonctions de prédictibilité floue indiquent qu'un événement flou significatif dans un système flou est prédictible dans une certaine mesure. En particulier, si la fonction de prédictibilité floue d'un événement fautif est égale à un, nous disons que l'événement flou est prédictible ou 1-prédictible ; si la fonction de prédictibilité floue est égale à zéro, alors nous disons que l'événement flou est 0-prédictible ou complètement non-prédictible ; enfin si la fonction de prédictibilité floue est égale à $\lambda \in]0, 1[$, alors nous disons que l'événement flou est λ -prédictible ou partiellement prédictible avec degré λ . L'intervalle $]0, 1[$ des valeurs de λ caractérise un spectre continu de degrés possibles de prédictibilité partielle. En fait, le degré de prédictibilité est une mesure utile qui peut être utilisée pour affiner la décision concernant la prédictibilité des fautes. Ce type de mesure est bénéfique dans la pratique : il peut être meilleur dans des contextes où les conséquences d'une faute ne sont pas très critiques, tolérer un système avec un degré de prédictibilité suffisamment important que d'ajouter les capteurs manquants qui peuvent être très coûteux. Enfin nous avons présenté une comparaison entre la diagnosticabilité floue et la prédictibilité floue et nous avons conclu que le degré de prédictibilité d'un SEDF par rapport à un événement flou fautif est toujours au plus égal à son degré de diagnosticabilité par rapport au même événement. Cela capture, dans le contexte flou, le fait que la prédictibilité est plus forte que la diagnosticabilité.

Chapitre 3

Prédictibilité des SEDF : Approche Diagnostiqueur

3.1 Introduction

L'approche diagnostiqueur pour la prédictibilité floue est basée sur une structure à événements discrets nommée le "diagnostiqueur" qui a été présentée pour la première fois dans [41] pour vérifier la diagnosticabilité dans les systèmes à événement discrets conventionnels. Le diagnostiqueur est une machine à états finis (FSM) construite pour le système par rapport à une projection Π sur l'ensemble des événements observables et à une faute donnée.

Dans ce chapitre, nous adaptons l'approche basée sur le diagnostiqueur pour vérifier la prédictibilité floue en construisant une version floue du diagnostiqueur (nous continuons à utiliser simplement le nom du diagnostiqueur pour cette version floue) à partir d'un SEDF donné et avec un seul type de faute.

3.2 Construction du diagnostiqueur

Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF. On note par $\tilde{G}_d$ le diagnostiqueur construit pour le SEDF $\tilde{G}$ et l'événement flou $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$.

Le diagnostiqueur est de la forme $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ où :

$\tilde{Q}_d$ est l'ensemble des états du diagnostiqueur. $\tilde{Q}_d$ est un sous-ensemble de $2^{\tilde{Q} \times \{F, N^\mu\}}$. Un état $\tilde{q}_d \in \tilde{Q}_d$ est de la forme $\tilde{q}_d = \{(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2), \dots, (\tilde{q}_n, l_n)\}$, où $\tilde{q}_i \in \tilde{Q}$ et $l_i \in \{F, N^\mu\}$ pour $i = 1, 2, \dots, n$. L'étiquette F doit être interprété comme suit : l'événement $\tilde{\sigma}$ a eu lieu et la possibilité que la faute se produise dépasse le degré spécifié $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Le système est alors en "état d'échec". Alors, étiquetez N^μ tel que $\mu \in \{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) : \tilde{a} \in \tilde{E}\}$ et $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ doit être interprété par le fait que la possibilité d'échec dans tous les événements survenant ne dépasse pas le degré spécifié. Ainsi, le système est toujours dans l'état "normal".

$\tilde{q}_{d0}$ est l'état initial. Il a la forme $\tilde{q}_{d0} = \{(\tilde{q}_0, N^0)\}$ ce qui signifie que $\tilde{G}_d$ commence par un état normal.

$\tilde{E}_d$ est l'ensemble des événements composés d'événements dont le degré d'observabilité est le plus grand ou plus grand que $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) : \tilde{E}_d = \tilde{E}_{mo} \cup \{\tilde{a} \in \tilde{E} : \tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) > \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})\}$.

$\tilde{\delta}_d : \tilde{Q}_d \times \tilde{E}_d \rightarrow \tilde{Q}_d$ est la fonction de transition.

Soit $\tilde{q}_d$ et $\tilde{q}'_d$ deux états du diagnostiqueur dans $\tilde{Q}_d$ tel que $\tilde{q}'_d$ est atteint à partir de $\tilde{q}_d$ par $\tilde{a} \in \tilde{E}_d$, i.e., $\tilde{q}'_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{q}_d, \tilde{a})$ est défini.

Soit $\tilde{q}_d = \{(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2), \dots, (\tilde{q}_m, l_m)\}$ et $\tilde{q}'_d = \{(\tilde{q}'_1, l'_1), (\tilde{q}'_2, l'_2), \dots, (\tilde{q}'_n, l'_n)\}$. Pour tout $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, il existe $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ tel que $\tilde{q}'_i = \tilde{\delta}(\tilde{q}_j, \tilde{s})$, où $\tilde{s} = \tilde{u}\tilde{a}$, $\tilde{a} \in \tilde{E}_d$ et $\tilde{u} \in \{\tilde{v} \in \tilde{E}^* : \tilde{\Sigma}_o(\tilde{v}) < \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})\}$ et la propagation de l'étiquette est définie

comme suit

$$l'_i = \begin{cases} F & \text{if } l_j = F \text{ or } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \\ N^{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{s})} & \text{if } l_j = N^\mu, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) > \mu \\ N^\mu & \text{if } l_j = N^\mu, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}) < \mu \end{cases} \quad (3.1)$$

Nous disons que l'état du diagnostiqueur $\tilde{q}_d = \{(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2), \dots, (\tilde{q}_m, l_m)\}$ est : *normal* si $l_j = N^\mu$ pour tout $j \in \{1, 2, \dots, m\}$; *certain* si $l_j = F$ pour tout $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ et *incertain* s'il existe $l_j = N^\mu$ et $l_i = F$.

On note par $\tilde{Q}_d^N$ l'ensemble des états de diagnostic qui sont normaux, par $\tilde{Q}_d^C$ l'ensemble des états qui sont certains, et par $\tilde{Q}_d^U$ l'ensemble des états qui sont incertains.

Exemple 5.1 (Cont) Le diagnostiqueur $\tilde{G}_d$ construit pour le SEDF $\tilde{G}$ représenté sur la figure. 2.1 par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$ est représenté sur la figure. 3.1. Nous remarquons que l'état du diagnostiqueur $\{(\tilde{q}_5, F)\}$ est un état certain alors que $\{(\tilde{q}_2, N^0), (\tilde{q}_3, N^0)\}$ est un état normal.

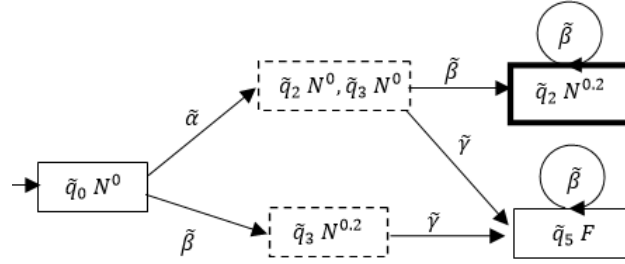


FIGURE 3.1 – Le diagnostiqueur $\tilde{G}_d$ par rapport à $\tilde{\theta}$ du SEDF $\tilde{G}$ exemple 2

3.3 Condition nécessaire et suffisante de prédictibilité pour les SEDF

Dans cette section, nous donnons quelques définitions liées au diagnostiqueur avant de donner la condition nécessaire et suffisante de prédictibilité floue dans les SEDF en utilisant l'approche diagnostiqueur.

Le concept de cycle dans le diagnostiqueur est défini comme suit :

Définition 3.1. Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF, on dit qu'un ensemble d'états $\{\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_n\} \subseteq \tilde{Q}$ et une chaîne $\{\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n\} \in \tilde{E}^*$ forme un cycle si $\tilde{q}_{i+1} = \tilde{\delta}(\tilde{q}_i, \tilde{a}_i)$, pour $i = 1, 2, \dots, n-1$ et $\tilde{q}_1 = \tilde{\delta}(\tilde{q}_n, \tilde{a}_n)$.

La partie accessible du diagnostiqueur à partir d'un état donné est définie comme suit :

Définition 3.2. [62] Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{q} \in \tilde{Q}$. La partie accessible de $\tilde{G}$ par rapport à $\tilde{q}$ est noté par $Ac(\tilde{G}, \tilde{q})$ tel que :

$$Ac(\tilde{G}, \tilde{q}) = (\tilde{Q}_{Ac}, \tilde{E}, \tilde{\delta}_{Ac}, \tilde{q}) \quad (3.2)$$

où $\tilde{Q}_{Ac} = \{\tilde{q}' \in \tilde{Q} : (\exists \tilde{s} \in \tilde{E}^*) \text{ s.t. } \tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{s}) = \tilde{q}' \text{ est défini} \}$ et $\tilde{\delta}_{Ac} = \tilde{\delta}|_{\tilde{Q}_{Ac} \times \tilde{E} \rightarrow \tilde{Q}_{Ac}}$.¹

Nous distinguons l'ensemble des états normaux immédiatement suivis de quelques états non normaux :

Définition 3.3. [62] Soit F_D l'ensemble des états normaux du diagnostiqueur qui possèdent un successeur immédiat qui n'est pas normal.

$$F_D = \{x_d \in \tilde{Q}_d^N : \exists y_d = \tilde{\delta}_d(x_d, \tilde{a}_o) \text{ est défini pour } \tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}_o) > \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) \text{ et } y_d \notin \tilde{Q}_d^N\} \quad (3.3)$$

Finalement, nous définissons les différents types de cycles dans le diagnostiqueur comme suit :

Définition 3.4. Soit $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ le diagnostiqueur de $\tilde{G}$ par rapport à $\tilde{\sigma}$. On dit que l'ensemble $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{d,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{d,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{d,1}\}$ forme :

- Un cycle μ – normal dans $\tilde{G}_d$ si $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{q}_{d,2}, \dots, \tilde{q}_{d,k}\}$ sont des états normaux, et l'ensemble $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{d,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{d,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{d,1}\}$ forme un cycle dans $\tilde{G}_d$ et $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$
- Un cycle certain dans $\tilde{G}_d$ si $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{q}_{d,2}, \dots, \tilde{q}_{d,k}\}$ sont des états certains, et l'ensemble $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{d,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{d,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{d,1}\}$ forme un cycle dans $\tilde{G}_d$
- Un cycle μ – incertain dans $\tilde{G}_d$ si $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{q}_{d,2}, \dots, \tilde{q}_{d,k}\}$ sont des états incertains, et l'ensemble $\{\tilde{q}_{d,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{d,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{d,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{d,1}\}$ forme un cycle dans $\tilde{G}_d$ et $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$

Les lemmes suivants sont utiles pour établir le résultat qui donne la condition nécessaire et suffisante pour la prédictabilité dans les SEDF. Lemme 3.1 (resp. 3.2, 3.3) est déjà utilisé dans [14] (resp. dans [62]) alors que Lemme 3.4 est introduit ici pour caractériser les états normaux et incertains dans un diagnostiqueur construit à partir d'un SEDF.

Lemme 3.1. [14] Soit $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ le diagnostiqueur de $\tilde{G}$ par rapport à $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$. Si l'ensemble des états forme un cycle dans $\tilde{G}_d$, alors tous les états du cycle ont le même libellé de faute.

Démonstration. . Il résulte de la propagation de l'étiquette de faute dans le diagnostiqueur. ■

1. Cela fait référence à la restriction de la fonction de transition au sous-ensemble $\tilde{Q}_{Ac}$ des états.

Lemme 3.2. [62]

S'il y a un cycle dans le diagnostiqueur $\tilde{G}_d$ qui est formé par des états incertains ou normaux, alors il existe un cycle correspondant dans le SEDF $\tilde{G}$ tel que tous les états dans le cycle ont des étiquettes normales dans le cycle dans $\tilde{G}_d$.

Démonstration. . La preuve est donnée dans [62]. ■

Lemme 3.3. [62]

Tout état certain ou incertain du diagnostiqueur est atteint à partir d'un état du diagnostiqueur dans F_D .

Démonstration. . La preuve est faite par induction sur la séquence des événements observables. ■

Lemme 3.4. *Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ sont diagnostiqueur. Soit $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{q}_d \in F_D$.*

Il existe un cycle C dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ qui est normal ou incertain tel que chaque état dans C contient un état de $\tilde{G}$ étiqueté par N^μ si et seulement si la condition Q est vérifié :

$$Q : (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$$

Démonstration. . La preuve est donnée dans l'annexe. ■

Maintenant, la condition nécessaire et suffisante pour la 1-prédictibilité est donnée comme suit :

Théorème 3.1. *Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ sont diagnostiqueur. l'événement flou $\tilde{\sigma}$ est 1-prédictible (complètement prédictible) dans $\tilde{G}$ si et seulement si P est vérifié où :*

P : pour tout $\tilde{q}_d \in F_D$, il existe seulement des cycles certains dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$.

Démonstration. . La preuve est donnée dans l'annexe. ■

Pour compléter l'image, le théorème suivant donne la condition nécessaire et suffisante pour λ -prédictibilité avec $0 \leq \lambda < 1$.

Théorème 3.2. *Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ sont diagnostiqueur. l'événement flou $\tilde{\sigma}$ est λ -prédictible (partiellement prédictible avec le degré λ) dans $\tilde{G}$ si et seulement si les conditions R1 et R2 sont vérifiées :*

R1 : il y a $\tilde{q}_d \in F_D$, il y a un cycle C dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ qui est normal ou incertain.

R2 : Le minimal μ -normal ou μ -incertain dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ pour tout $\tilde{q}_d \in F_D$ satisfait $\mu = \lambda \cdot \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.

Démonstration. . La preuve est donnée dans l'annexe. ■

La condition nécessaire et suffisante pour le cas particulier de la 0-prédictibilité peut être simplifiée comme suit :

Corollaire 3.1. *Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{G}_d = (\tilde{Q}_d, \tilde{E}_d, \tilde{\delta}_d, \tilde{q}_{d0})$ sont diagnostiqueur. l'événement flou $\tilde{\sigma}$ est 0-prédictible (complètement non prédictible) dans $\tilde{G}$ si et seulement si il y a $\tilde{q}_d \in F_D$ et il y a un cycle 0-normal ou 0-incertain dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$.*

Démonstration. suit immédiatement du théorème 3.2. ■

Exemple 5.1 (Cont) Reprenons l'exemple du SEDF représenté sur Figure. 2.1. En utilisant le théorème 3.2 nous calculons la prédictibilité de l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}$, où son diagnostiqueur est montré dans la figure. 3.1. (Dans la section 2.3.2, nous avons utilisé les définitions 2.5 et 2.7 pour prouver que $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible avec un degré $\lambda = 0.28$). Premièrement, nous déterminons à partir du diagnostiqueur l'ensemble F_D des états normaux ayant un état certain ou incertain de diagnostiqueur comme successeur : $F_D = \{(\tilde{q}_2, N^0), (\tilde{q}_3, N^0)\}, \{(\tilde{q}_3, N^{0.2})\}$. Les états de F_D sont présentés avec des rectangles en pointillés dans le diagnostiqueur. Nous avons $Ac(\tilde{G}_d, \{(\tilde{q}_2, N^0), (\tilde{q}_3, N^0)\})$ contient un seul cycle qui est un cycle minimal 0.2-normal et il est présenté dans le diagnostiqueur avec un rectangle en gras. Ainsi basé sur le théorème 3.2 l'événement flou $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible avec un degré $\lambda = \frac{\mu}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})} = 0.2/0.7 = 0.28$.

3.4 Exemples illustratifs

Dans cette section, nous donnons trois autres exemples pour illustrer la vérification de la prédictibilité floue. Chaque exemple est traité en utilisant la définition de la prédictibilité et l'approche diagnostiqueur.

3.4.1 Exemple 1 : SEDs non flous

Dans cet exemple, nous montrons que nous pouvons utiliser les approches présentées jusqu'à maintenant pour traiter des SEDs classiques (non flous). Un SED classique avec des états non flous n est vu comme un cas particulier de SEDF où : chaque état non flou est représenté comme un vecteur binaire de dimension n dans lequel un seul élément est égal à 1 ; et chaque événement est représenté comme une matrice binaire de dimensions $n \times n$. Par conséquent, les approches de prédictibilité floue présentées ci-dessus peuvent être utilisées pour traiter le problème de la prédictibilité pour les SED non flou.

Considérons le SED non flou G_1 représenté sur la Figure 3.2, dans lequel l'ensemble des événements observables est $E_o\{\alpha, \gamma\}$ et l'ensemble des événements de fautes est $E_f = \{\beta\}$. Dans cet exemple nous montrons que l'événement β est 0-prédictible (complètement non prédictible) dans G_1 .

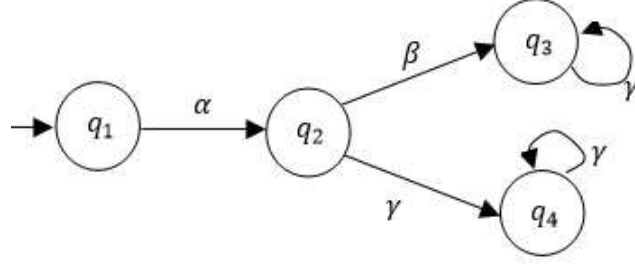


FIGURE 3.2 – Exemple 1 SED non flou G_1

Le SED non flou G_1 peut être vu comme un SEDF spécial avec les états flous : $q_1 = [1, 0, 0, 0]$, $q_2 = [0, 1, 0, 0]$, $q_3 = [0, 0, 1, 0]$, $q_4 = [0, 0, 0, 1]$ et l'événements flous :

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Puisque $\tilde{E}_o = \{\alpha, \gamma\}$, nous mettons : $\tilde{\Sigma}_o(\alpha) = \tilde{\Sigma}_o(\gamma) = 1$ et $\tilde{\Sigma}_o(\beta) = 0$. De manière analogue, puisque $\tilde{E}_f = \{\beta\}$, nous mettons : $\tilde{\Sigma}_f(\alpha) = \tilde{\Sigma}_f(\gamma) = 0$ et $\tilde{\Sigma}_f(\beta) = 1$.

3.4.1.1 En utilisant la définition de la prédictibilité floue

Il n'y a qu'un seul mot se termine par l'événement fautif β : $\tilde{\Psi}_\beta(\tilde{\Sigma}_f) = \{\alpha\beta\}$. Pour $\tilde{s} = \alpha\beta$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \alpha$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\beta) \\ L/\tilde{t} = \{(\alpha, \beta\gamma^*), (\alpha, \gamma\gamma^*)\} \end{cases}$$

En utilisant la Définition 2.5, nous calculons le degré de prédictibilité de $\tilde{t} = \alpha$ par :

$$FP_\beta^{(1)}(\tilde{t}, n) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\beta), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t} \wedge \|\tilde{v}\| = n\}}{\tilde{\Sigma}_f(\beta)}$$

Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_\beta^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\beta), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\alpha, \beta), (\alpha, \gamma)\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\beta)}$$

$$FP_\beta^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{1, 1, 0\}}{1} = 0$$

Nous pouvons vérifier cela pour tous $n \geq 1$ nous avons :

$$FP_{\beta}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\beta}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 0$$

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \alpha\beta$ que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\beta}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\beta}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 0$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \alpha\beta$ est 0.

Maintenant, à partir de Définition 2.7, la prédictibilité de l'événement de faute β dans le SED G_1 est calculée par :

$$FP_{\beta}(G_1, n) = \min\{FP_{\beta}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\beta}(\tilde{\Sigma}_f)\}$$

Il s'ensuit que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\beta}(G_1, n) = \min\{FP_{\beta}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\beta}(\tilde{\Sigma}_f)\} = 0$$

En conclusion, l'événement de faute β est 0-prédictible dans G_1 .

3.4.1.2 En utilisant l'approche diagnostiqueur

Nous vérifions maintenant le résultat ci-dessus à l'aide de l'approche diagnostiqueur présentée dans ce chapitre. Le diagnostiqueur G_d de G_1 par rapport à β est représenté sur la figure 3.3.

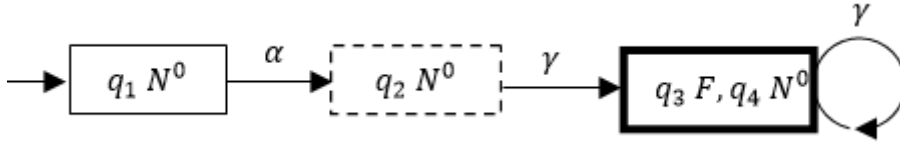


FIGURE 3.3 – Diagnostiqueur G_d par rapport à β de exemple 1 SED G_1

L'ensemble F_D des états normaux ayant un état certain ou incertain comme successeur immédiat est : $F_D = \{(q_2, N^0)\}$. Notez que les états de F_D sont présentés avec des rectangles en pointillés dans le diagnostiqueur (cette convention est conservée pour les exemples suivants). Alors, clairement $Ac(G_d, (q_2, N^0))$ contient un cycle unique qui est un cycle 0-incertain minimal (il est présenté dans le diagnostiqueur avec un rectangle en gras) . Ainsi, l'événement β est complètement non prédictible dans G_1 ce qui est en accord avec le résultat trouvé dans la section 3.4.1.1 en utilisant la définition de prédictabilité floue.

3.4.2 Exemple 2 : Un SEDF complètement prédictable

Dans cet exemple, nous considérons un SEDF $\tilde{G}_2 = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ basé sur le SED G_1 présenté dans la section 3.4.1. Nous décrivons à nouveau ce système dans Fig. 3.4. L'ensemble $\tilde{Q}$ des états flous de $\tilde{G}_2$ est : $\tilde{Q} = \{\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3, \tilde{q}_4\}$ tel que l'état initial est

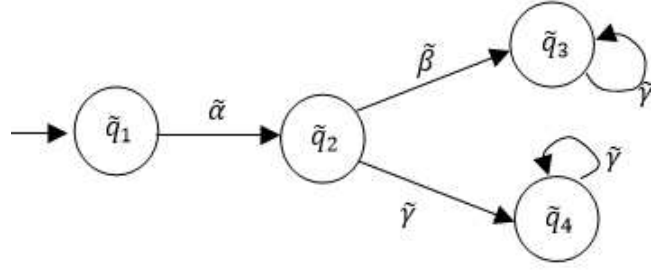


FIGURE 3.4 – Example 2 SEDF $\tilde{G}_2$

$\tilde{q}_1 = [0.3, 0.9, 0.4, 0.2]$ et les autres états sont calculés en utilisant l'opération max-min donnée dans Définition 2.1. L'ensemble d'événements flous est : $\tilde{E} = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}\}$. Ces événements flous sont donnés dans les matrices suivantes :

$$\tilde{\alpha} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.9 & 0.30 \\ 0 & 0.2 & 0.5 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{pmatrix} \quad \tilde{\beta} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.6 & 0.5 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.8 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.3 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Supposons que les degrés d'observabilité des événements et leurs possibilités d'échec soient donnés par :

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\alpha}) &= 0.5, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\beta}) = 0.4, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\gamma}) = 0.6 \\ \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) &= 0.1, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta}) = 0.3, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) = 0.4 \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des événements fautifs est : $\tilde{E}_f = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}\}$ et nous voulons vérifier la prédictabilité de tous les événements de $\tilde{E}_f$ dans $\tilde{G}_2$.

3.4.2.1 En utilisant la définition de la prédictibilité floue

1. Pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$, nous avons, $\tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}\}$,
Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) \\ L/\tilde{t} = \{(\epsilon, \tilde{\alpha}\tilde{\beta}\tilde{\gamma}^*), (\epsilon, \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}\tilde{\gamma}^*)\} \end{cases}$$

Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})}$$

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{0.1, 0.1\}}{0.1} = 1$$

Nous pouvons vérifier cela pour tous $n \geq 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$$

Il résulte de Proposition 2.3 que : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = 1$, et à partir de Définition 2.7, que : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}(\tilde{G}_2, n) = \min\{FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = 1$.

En conclusion, on peut en déduire que l'événement flou $\tilde{\alpha}$ est 1-prédictible dans $\tilde{G}_2$.

2. Pour l'événement flou $\tilde{\beta}$, nous avons, $\tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}\tilde{\beta}, \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}\}$. Notez que nous avons également considéré $\tilde{\gamma}$ dans $\tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f)$ par ce que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta})$. De la même manière que pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$ on obtient : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\beta}}^{(2)}(\tilde{\alpha}\tilde{\beta}, n) = FP_{\tilde{\beta}}^{(2)}(\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}, n) = 1$. Il s'ensuit que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\beta}}(\tilde{G}_2, n) = \min\{FP_{\tilde{\beta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = 1$$

Nous concluons que l'événement flou $\tilde{\beta}$ est 1-prédictible $\tilde{G}_2$.

3. En utilisant le même raisonnement que pour les événements $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$, on obtient :

$$\forall n \geq 2, FP_{\tilde{\gamma}}(\tilde{G}_2, n) = \min\{FP_{\tilde{\gamma}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \{\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}\}\} = 1$$

Ansi, $\tilde{\gamma}$ est aussi 1-prédictible in $\tilde{G}_2$.

Étant donné que tous les événements flous $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma} \in \tilde{E}_f$ sont complètement prédictibles, on peut dire que le SEDF $\tilde{G}_2$ est complètement prédictible.

3.4.2.2 En utilisant l'approche diagnostiqueur

Les diagnostiqueurs par rapport à chaque événement $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma} \in \tilde{E}_f$ dans $\tilde{G}_2$ sont montrés dans Fig. 3.5 et Fig. 3.6.

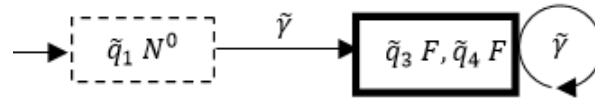


FIGURE 3.5 – Diagnostiqueur du SEDF $\tilde{G}_2$ par rapport à $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\gamma}$

Remarque 3.1. Notez que dans le diagnostiqueur par rapport à $\tilde{\gamma}$, nous avons utilisé l'ensemble des événements observables maximaux $\tilde{E}_{mo} = \{\tilde{\gamma}\}$, défini dans la section 2.3.1 afin d'éviter d'avoir un ensemble vide d'événements dans le diagnostiqueur.

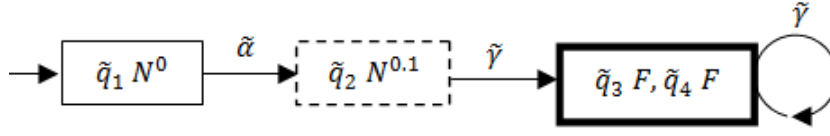


FIGURE 3.6 – Diagnostisueur du SEDF $\tilde{G}_2$ par rapport à $\tilde{\beta}$

D'après la 3.5 et Fig. 3.6, il est clair que tous les cycles dans les diagnostiqueurs sont des cycles certains. Par conséquent, par le théorème 3.1, tous les événements flous $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma} \in \tilde{E}_f$ dans le SEDF $\tilde{G}_2$ sont complètement prédictibles, donc on peut dire que le SEDF $\tilde{G}_2$ est complètement prédictible.

3.4.3 Exemple 3 : Processus de traitement sur un animal

Considérons le processus de traitement d'un animal, modélisé par le SED flou $\tilde{G}_3$ représenté sur la Fig. 3.7 (cet exemple est inspiré de [14]). Cet animal tombé malade avec une nouvelle maladie. Les médicaments théophylline, bromure d'ipratropium, éthylsuccinate d'érythromycine et dopamine sont dénotés par les événements flous $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}$ et $\tilde{\theta}$, respectivement. Le docteur croit que ces médicaments peuvent être utiles dans le traitement de la maladie. Un état dans ce SED flou est désigné par un vecteur $\tilde{q} = (a_1, a_2, a_3)$ ce qui signifie que l'état de l'animal peut simultanément appartenir à "bon", "passable" et "médiocre" avec les degrés d'appartenance respectifs a_1, a_2 et a_3 . L'état initial est $\tilde{q}_0 = [0.9, 0.1, 0]$ et les autres états calculés en utilisant l'opération max-min (voir Définition 2.1) sont : $\tilde{q}_1 = [0.4, 0.9, 0.4]$, $\tilde{q}_2 = [0.9, 0.4, 0.4]$, $\tilde{q}_3 = [0.4, 0.9, 0.4]$, $\tilde{q}_4 = [0.9, 0.9, 0.4]$, $\tilde{q}_5 = [0.5, 0.1, 0]$, $\tilde{q}_6 = [0.5, 0.4, 0.4]$ et $\tilde{q}_7 = [0.5, 0.4, 0.4]$.

Comme il est imprécis de déterminer le point exact auquel l'animal a évolué d'un état à un autre après un traitement médicamenteux, chaque événement flou est modélisé par une matrice 3×3 .

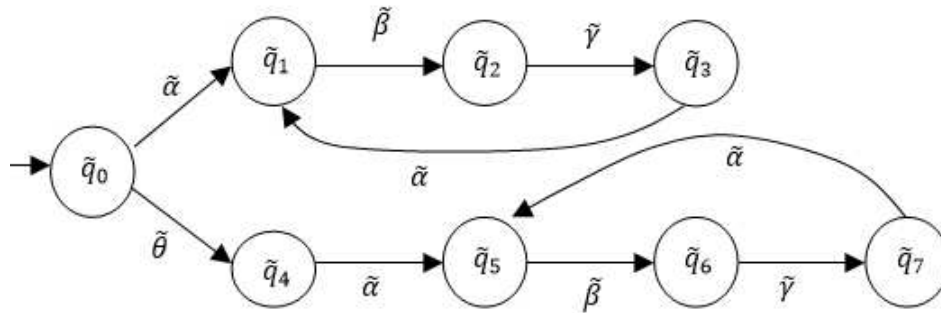


FIGURE 3.7 – Processus de traitement [14] modélisé par le SEDF $\tilde{G}_3$.

$$\tilde{\alpha} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.9 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \tilde{\beta} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.9 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \tilde{\theta} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Remarque 3.2. En effet, les ensembles flous sont définis empiriquement en fonction des connaissances acquises auprès de spécialistes et d'experts du système étudié. Pour générer ces possibilités/appartenances, des fonctions semi-gaussiennes sont utilisées pour produire les changements graduels des possibilités. (Pour plus de détails sur l'estimation des degrés d'appartenance, le lecteur est appelé par exemple à lire [22, 13]).

Supposons que les degrés d'observabilité et les possibilités d'échec des événements sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\alpha}) &= 0.5, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\beta}) = 0.4, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\gamma}) = 0.6, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\theta}) = 0.3 \\ \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) &= 0.1, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta}) = 0.2, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) = 0.3, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.4. \end{aligned}$$

3.4.3.1 En utilisant la définition de la prédictibilité floue

1. Pour l'événement de faute $\tilde{\alpha}$, nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\}$. Notez que $\tilde{\theta}$ est ajouté à $\tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f)$ parce que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})$.
 — Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) \\ L/\tilde{t} = \{(\epsilon, \tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*)\} \end{cases}$$

Pour $n = 1$ Nous avons :

$$\begin{aligned} FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) &= \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ &\quad \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}), (\epsilon, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})} \\ FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) &= \frac{\min\{0.1, 0.1, 0.4\}}{0.1} = 1 \end{aligned}$$

Nous pouvons vérifier que pour tout $n \geq 1$ nous avons : $FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$.

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$ tel que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$ est 1.

- Pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$.
 Pour $n = 1$ nous avons :

$$\begin{aligned} FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) &= \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ &\quad \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}), (\epsilon, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})} \end{aligned}$$

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{0.1, 0.1, 0.4\}}{0.1} = 1$$

Nous pouvons vérifier que pour tout $n \geq 1$ nous avons : $FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$.

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ tel que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ est 1.

Maintenant, à partir de Définition 2.7, la prédictibilité l'événement flou $\tilde{\alpha}$ dans le SEDF $\tilde{G}_3$ est calculée par :

$$FP_{\tilde{\alpha}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f)\}$$

Il s'ensuit que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \{\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\}\} = 1$$

Donc, l'événement flou $\tilde{\alpha}$ est complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$ ce qui signifie que la possibilité d'échec (c.-à-d. nombre élevé des globules blancs) est prédictible à chaque stratégie de traitement .

2. Pour l'événement de faute $\tilde{\beta}$, nous avons, $\tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}\tilde{\beta}, \tilde{\theta}\}$. nous avons ajoutée $\tilde{\theta}$ parce que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta})$. De la même manière que pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$ on obtient :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\beta}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\beta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = \min\{1, 1\} = 1$$

Il s'ensuit que l'événement flou $\tilde{\beta}$ est complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$.

3. Pour l'événement de faute $\tilde{\gamma}$, nous pouvons utiliser la même méthode que pour $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$, on obtient :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\gamma}}(\tilde{G}_3, n) = 1$$

Nous concluons que l'événement flou $\tilde{\gamma}$ est aussi complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$.

4. Pour l'événement de faute $\tilde{\theta}$, nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\theta}\}$.

Pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$. Nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) \\ L/\tilde{t} = \{(\epsilon, \tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*)\} \end{array} \right.$$

Pour $n = 1$ nous avons :

$$\begin{aligned}
FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) &= \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\
&\quad \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}), (\epsilon, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} \\
FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) &= \frac{\min\{0.4, 0.1, 0.4\}}{0.4} = 0.25
\end{aligned}$$

Pour $n = 2$ nous avons :

$$\begin{aligned}
FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 2) &= \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\
&\quad \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}\tilde{\beta}), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} \\
FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 2) &= \frac{\min\{0.4, 0.2, 0.4\}}{0.4} = 0.5
\end{aligned}$$

Pour $n = 3$ nous avons :

$$\begin{aligned}
FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) &= \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\
&\quad \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}\tilde{\beta}\tilde{\gamma}), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha}\tilde{\beta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} \\
FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) &= \frac{\min\{0.4, 0.3, 0.4\}}{0.4} = 0.75
\end{aligned}$$

Nous pouvons vérifier que pour tout $n \geq 3$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) = 0.75$$

Il s'ensuit que l'événement flou, for $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ que :

$$\forall n \geq 3, FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) = 0.75$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ est 0.75.

Maintenant, à partir de Définition 2.7, la prédictibilité l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}_3$ est calculée par :

$$FP_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f)\}$$

Il s'ensuit que :

$$\forall n \geq 3, FP_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = 0.75$$

En conclusion, nous pouvons dire que l'événement flou $\tilde{\theta}$ est 0.75-prédictible dans $\tilde{G}_3$, c'est-à-dire partiellement prédictible avec un degré $\lambda = 0.75$. Le résultat montre que nous ne pouvons pas prédire l'échec survenant sur la stratégie de traitement $\tilde{\omega}$ dont la possibilité d'échec n'est pas inférieure à $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})$, mais nous pouvons nous assurer que les possibilités d'échec survenant sur toutes les stratégies de traitement sont au moins 0.75 fois supérieures à celles de $\tilde{\theta}$.

3.4.3.2 En utilisant l'approche diagnostiqueur

Laissez-nous maintenant appliquer l'approche de diagnostiqueur. Tout d'abord, nous construisons les diagnostiqueurs pour chaque événement flou $\tilde{E}_f = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\theta}\}$ (voir Figures 3.8-3.10).

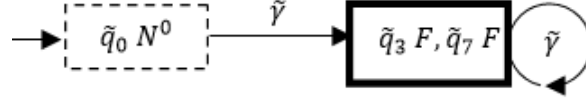


FIGURE 3.8 – Diagnostiqueur du SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\alpha}, \tilde{\gamma}$.

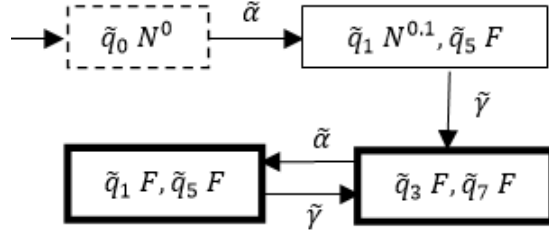


FIGURE 3.9 – Diagnostiqueur du SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\beta}$.

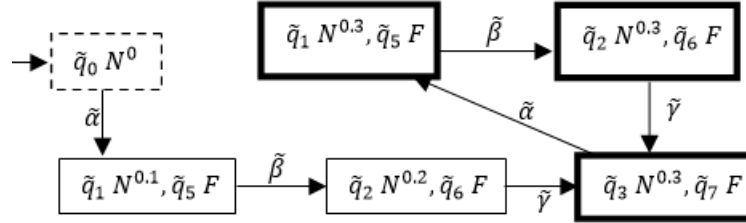


FIGURE 3.10 – Diagnostiqueur du SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\theta}$.

1. Le diagnostiqueur par rapport à $\tilde{\alpha}$ (Voir aussi $\tilde{\gamma}$) est représenté sur la figure 3.8. Son ensemble d'événements est : $\tilde{E}_d = \{\tilde{\gamma}\}$ et ses états sont : $\tilde{q}_{d0} = \{(\tilde{q}_0, N^0)\}$ et $\tilde{q}_{d,1} = \{(\tilde{q}_3, F), (\tilde{q}_7, F)\}$. Puisque tous les cycles dans le diagnostiqueur par rapport à α et γ sont certains, alors $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\gamma}$ sont complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$.
2. Le diagnostiqueur par rapport à $\tilde{\beta}$ est représenté sur la figure. 3.9. Son ensemble d'événements est : $\tilde{E}_d = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\gamma}\}$ et ses états sont : $\tilde{q}_{d0} = \{(\tilde{q}_0, N^0)\}$, $\tilde{q}_{d,1} = \{(\tilde{q}_1, N^{0.1}), (\tilde{q}_5, F)\}$, $\tilde{q}_{d,2} = \{(\tilde{q}_3, F), (\tilde{q}_7, F)\}$ and $\tilde{q}_{d,3} = \{(\tilde{q}_1, F), (\tilde{q}_5, F)\}$. Tous les cycles dans le diagnostiqueur par rapport à β sont certains, alors, $\tilde{\beta}$ est complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$.
3. Le diagnostiqueur par rapport à $\tilde{\theta}$ est représenté sur la figure. 3.10. Son ensemble d'événements est : $\tilde{E}_d = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}\}$ et ses états sont : $\tilde{q}_{d0} = \{(\tilde{q}_0, N^0)\}$,

$$\tilde{q}_{d,1} = \{(\tilde{q}_1, N^{0.1}), (\tilde{q}_5, F)\}, \tilde{q}_{d,2} = \{(\tilde{q}_2, N^{0.2}), (\tilde{q}_6, F)\}, \tilde{q}_{d,3} = \{(\tilde{q}_3, N^{0.3}), (\tilde{q}_7, F)\}, \\ \tilde{q}_{d,4} = \{(\tilde{q}_1, N^{0.3}), (\tilde{q}_5, F)\}, \tilde{q}_{d,5} = \{(\tilde{q}_2, N^{0.3}), (\tilde{q}_6, F)\}.$$

L'ensemble F_D des états normaux qui ont comme successeur immédiat un état de diagnostiqueur certain ou incertain est $F_D = \{(\tilde{q}_0, N^0)\}$. Alors $Ac(G_d, (\tilde{q}_0, N^0))$ contient un cycle minimal 0.3-incertain $\{\tilde{q}_{d,3}, \tilde{\alpha}, \tilde{q}_{d,4}, \tilde{\beta}, \tilde{q}_{d,5}, \tilde{\gamma}, \tilde{q}_{d,3}\}$ où $\tilde{q}_{d,3} = \{(\tilde{q}_3, N^{0.3}), (\tilde{q}_7, F)\}$, $\tilde{q}_{d,4} = \{(\tilde{q}_1, N^{0.3}), (\tilde{q}_5, F)\}$ et $\tilde{q}_{d,5} = \{(\tilde{q}_2, N^{0.3}), (\tilde{q}_6, F)\}$.

Nous avons : $\mu = \lambda \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})$. Alors, puisque $\mu = 0.3$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.4$, on obtient : $\lambda = 0.75$. Nous en déduisons que l'événement flou $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible dans $\tilde{G}_3$ avec un degré 0.75.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité le problème de la prédictibilité des événements fautifs dans les systèmes à événement discret flous. Nous avons présenté une approche basée sur le diagnostiqueur flou. Nous avons formalisé la construction des diagnostiqueurs qui sont utilisés pour effectuer un pronostique flou. En particulier, nous avons proposé une condition nécessaire et suffisante pour la prédictibilité des SEDF, et une méthode pour vérifier la condition de prédictibilité a été donnée. L'approche de prédictibilité nouvellement proposée nous permet de traiter le problème de pronostique des fautes pour les deux types de modèles : les SEDs non flous et les SEDF, qui peuvent mieux traiter les problèmes d'imprécision et de subjectivité dans la prédictibilité des fautes. Du point de vue de la complexité du calcul, le nombre d'états dans le diagnostiqueur est exponentiel par rapport au nombre d'états dans le système d'entrée. L'explosion combinatoire du nombre d'états du diagnostiqueur nous a motivé à proposer une autre approche de complexité polynomiale que vous trouverez dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Prédictibilité des SEDF : Approche Vérificateur

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous donnons une autre approche pour vérifier la prédictibilité dans les systèmes à événements discrets floue à l'aide d'une structure d'événement discrète nommée vérificateur. Contrairement à l'approche diagnostiqueur dont le nombre des états de diagnostiqueur est en général exponentiel par rapport au nombre d'états du système d'entrée. L'avantage principal de l'approche présentée dans ce chapitre est que le nombre d'états dans le vérificateur est polynomial. Cela rend cette approche plus efficace pour la vérification de la prédictibilité en utilisant le vérificateur.

4.2 Construction du Vérificateur

Le vérificateur est une machine à état finie non déterministe proposée dans [69]¹. Il a été utilisé pour vérifier la diagnosticabilité de SED par un algorithme à temps polynomial. Et il a été démontré que la complexité de calcul basée sur le vérificateur est à temps polynomiale. Dans ce chapitre nous utilisons une version floue du vérificateur avec une fonction de transition d'état modifiée inspirée de [35].

Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF. Nous désignons par $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ le vérificateur construit pour $\tilde{G}$ et l'événement flou $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}_f$: $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ où :

$\tilde{Q}_v$ est l'ensemble des états de vérificateur. $\tilde{Q}_v$ est un sous-ensemble de $\tilde{Q} \times \{F, N^\mu\} \times \tilde{Q} \times \{F, N^\mu\}$. Chaque état du vérificateur $\tilde{q}_v \in \tilde{Q}_v$ est sous la forme : $\tilde{q}_v = [(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2)]$ où $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2 \in \tilde{Q}$ et $l_1, l_2 \in \{F, N^\mu\}$. L'étiquette F signifie "Fautif" et il est utilisé lorsque la possibilité que l'échec survienne dépasse le degré spécifié $\tilde{\Sigma}_f(\sigma)$. L'étiquette N^μ signifie "Normal" avec le degré μ tel que $\mu \in \{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) : \tilde{a} \in \tilde{E}\}$ où $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.

$\tilde{q}_{v0} = [(\tilde{q}_0, N^0), (\tilde{q}_0, N^0)]$ est l'état initial du vérificateur et N^0 signifie que le vérificateur commence à partir d'un état normal avec un degré de faute 0.

La fonction de transition du vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ est une fonction partielle proposée dans [35] et définie comme suit :

Soit $\tilde{q}_v = [(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2)] \in \tilde{Q}_v$ et $\tilde{a} \in \tilde{E}$. La transition $\tilde{\delta}_v([(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2)], \tilde{a})$ est formalisée par les quatre cas suivants :

1. cas (1) : si $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) \geq \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ alors :

$$\tilde{\delta}_v([(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2)], \tilde{a}) = [(\tilde{\delta}(\tilde{q}_1, \tilde{a}), F), (\tilde{\delta}(\tilde{q}_2, \tilde{a}), F)]$$

2. cas (2) : si $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) \geq \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ alors :

$$\tilde{\delta}_v([(\tilde{q}_1, F), (\tilde{q}_2, F)], \tilde{a}) = [(\tilde{\delta}(\tilde{q}_1, \tilde{a}), F), (\tilde{\delta}(\tilde{q}_2, \tilde{a}), F)]$$

$$\tilde{\delta}_v([(\tilde{q}_1, N^{\mu_1}), (\tilde{q}_2, F)], \tilde{a}) = [(\tilde{\delta}(\tilde{q}_1, \tilde{a}), N^{\mu_1'}), (\tilde{\delta}(\tilde{q}_2, \tilde{a}), F)]$$

1. Une structure similaire appelée *twin plant* a été proposée de manière indépendante dans [63] pour la même raison. Dans la *twin plant*, seuls les observables sont conservés alors que le vérificateur utilisé dans ce chapitre, conserve à la fois des événements observables et non observables.

$$\tilde{\delta}_v([(q_1, F), (q_2, N^{\mu_2})], \tilde{a}) = [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), N^{\mu_2'})]$$

$$\tilde{\delta}_v([(q_1, N^{\mu_1}), (q_2, N^{\mu_2})], \tilde{a}) = [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), N^{\mu_1'}), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), N^{\mu_2'})]$$

$$\text{où } N^{\mu_1'} = \max\{\mu_1, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a})\} , N^{\mu_2'} = \max\{\mu_2, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a})\}.$$

3. cas (3) : si $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) < \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ alors :

$$\tilde{\delta}_v([(q_1, l_1), (q_2, l_2)], \tilde{a}) = \begin{cases} [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (q_2, l_2)] \\ [(q_1, l_1), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), F)] \\ [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), F)] \end{cases}$$

4. cas (4) : si $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{a}) < \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ alors :

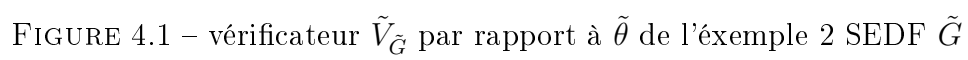
$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_v([(q_1, F), (q_2, F)], \tilde{a}) &= \begin{cases} [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (q_2, F)] \\ [(q_1, F), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), F)] \\ [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), F)] \end{cases} \\ \tilde{\delta}_v([(q_1, N^{\mu_1}), (q_2, F)], \tilde{a}) &= \begin{cases} [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), N^{\mu_1'}), (q_2, F)] \\ [(q_1, N^{\mu_1}), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), F)] \\ [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), N^{\mu_1'}), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), F)] \end{cases} \\ \tilde{\delta}_v([(q_1, F), (q_2, N^{\mu_2})], \tilde{a}) &= \begin{cases} [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (q_2, N^{\mu_2})] \\ [(q_1, F), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), N^{\mu_2'})] \\ [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), F), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), N^{\mu_2'})] \end{cases} \\ \tilde{\delta}_v([(q_1, N^{\mu_1}), (q_2, N^{\mu_2})], \tilde{a}) &= \begin{cases} [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), N^{\mu_1'}), (q_2, N^{\mu_2})] \\ [(q_1, N^{\mu_1}), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), N^{\mu_2'})] \\ [(\tilde{\delta}(q_1, \tilde{a}), N^{\mu_1'}), (\tilde{\delta}(q_2, \tilde{a}), N^{\mu_2'})] \end{cases} \\ \text{où } N^{\mu_1'} &= \max\{\mu_1, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a})\} , N^{\mu_2'} = \max\{\mu_2, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a})\}. \end{aligned}$$

Nous disons qu'un état du vérificateur $\tilde{q}_v = [(\tilde{q}_1, l_1), (\tilde{q}_2, l_2)]$ est : *normal* si $l_1 = l_2 = N^\mu$ ou $l_1 = N^{\mu_1}$ et $l_2 = N^{\mu_2}$; *certain* si $l_1 = l_2 = F$; et *incertain* si $l_1 = F$ et $l_2 = N^\mu$ ou *vice versa*.

Nous désignons par $\tilde{Q}_v^N$ l'ensemble des états du vérificateur qui sont normaux, par $\tilde{Q}_v^C$ l'ensemble des états qui sont certains, et par $\tilde{Q}_v^U$ l'ensemble des états de vérificateur qui sont incertains.

Exemple 5.1 (Cont) Nous continuons avec l'exemple 5.1. La figure. 4.1 montre le vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$ construit à partir du SEDF représenté sur la Fig. 2.1.

L'état du vérificateur $[(q_5, F), (q_5, F)]$ est certain alors que l'état $[(q_2, N^{0.2}), (q_2, N^{0.2})]$ est normal et l'état $[(q_2, N^0), (q_4, F)]$ est incertain.

FIGURE 4.1 – vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ par rapport à $\tilde{\theta}$ de l'exemple 2 SEDF $\tilde{G}$

4.2.1 Condition nécessaire et suffisante de prédictibilité pour les SEDF

Après avoir présenté la méthode de construction du vérificateur, nous donnons maintenant quelques définitions avant de donner les conditions nécessaires et suffisantes de la prédictibilité floue pour les SEDF en utilisant l'approche du vérificateur. D'une façon similaire à l'approche de vérification de la prédictibilité basée sur le vérificateur pour les SEDs non flous utilisé dans [62] nous avons besoin de définir l'ensemble F'_V des états de vérification qui sont normaux mais immédiatement suivis dans le vérificateur par des états non normaux ainsi que l'ensemble F_V des états de vérification qui partagent au moins un des deux composants d'un état de F'_V .

Définition 4.1. [62] *Un sous-ensemble d'états normaux de vérificateur F'_V est défini comme suit :*

$$F'_V = \{x_v \in \tilde{Q}_v^N : y_v = \tilde{\delta}_v(x_v, \tilde{t}_{uo}\tilde{\sigma}_p) \text{ est défini pour } \tilde{t}_{uo} \in \tilde{E}^* \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}_{uo}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \tilde{\Sigma}_o(\tilde{t}_{uo}) < \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma}) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } y_v \notin \tilde{Q}_v^N\}$$

Ensuite, l'ensemble F_V est construit en utilisant les états en F'_V comme suit :

$$F_V = \{\tilde{q}_v = [(x, l_x), (y, l_y)] \in \tilde{Q}_v^N : [(x, l_x), (., .)] \text{ or } [(., .), (y, l_y)] \in F'_V\} \quad (4.1)$$

où $(., .)$ désigne l'un des composants d'état dans un état du vérificateur.

Les différents types de cycles présents dans le vérificateur sont définis comme suit :

Définition 4.2. Soit $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ est le vérificateur de $\tilde{G}$ par rapport à $\tilde{\sigma}$. Un ensemble $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{v,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{v,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{v,1}\}$ se dit forme :

- Un cycle μ – normal dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ si $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{q}_{v,2}, \dots, \tilde{q}_{v,k}\}$ sont des états normaux, et l'ensemble $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{v,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{v,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{v,1}\}$ forme un cycle dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ et $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ est la valeur minimale apparaissant dans les étiquettes normales des états du cycle ;
- Un cycle certain dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ si $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{q}_{v,2}, \dots, \tilde{q}_{v,k}\}$ sont des états certains et l'ensemble $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{v,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{v,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{v,1}\}$ forme un cycle dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$;
- Un cycle μ – incertain dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ si $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{q}_{v,2}, \dots, \tilde{q}_{v,k}\}$ sont des états incertains et l'ensemble $\{\tilde{q}_{v,1}, \tilde{a}_1, \tilde{q}_{v,2}, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{q}_{v,k}, \tilde{a}_k, \tilde{q}_{v,1}\}$ forme un cycle dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ et $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ est la valeur minimale apparaissant dans les étiquettes normales des états du cycle.

La partie accessible du vérificateur à partir d'un état donné est définie comme suit :

Définition 4.3. [62] Soit $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ le vérificateur de $\tilde{G}$ par rapport à $\tilde{\sigma}$ et $\tilde{q}_v \in \tilde{Q}_v$. La partie accessible de $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ par rapport à $\tilde{q}_v$ est désignée par $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ tel que :

$$Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v) = (\tilde{Q}_{Ac}, \tilde{E}, \tilde{\delta}_{Ac}, \tilde{q}_v) \quad (4.2)$$

Où $\tilde{Q}_{Ac} = \{\tilde{q}'_v \in \tilde{Q}_v : (\exists \tilde{s} \in \tilde{E}^*) \text{ s.t. } \tilde{\delta}(\tilde{q}_v, \tilde{s}) = \tilde{q}'_v \text{ est défini } \}$ et $\tilde{\delta}_{Ac} = \tilde{\delta}|_{\tilde{Q}_{Ac} \times \tilde{E}}$.²

2. Cela se réfère à la restriction de la fonction de transition au sous-ensemble $\tilde{Q}_{Ac}$ des états.

Avant de présenter la condition nécessaire et suffisante de la prédictibilité floue, permettez-nous d'énoncer quelques lemmes utiles.

Lemme 4.1. [62] Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF qui génère $L_{\tilde{G}}$. Et soit $\tilde{s}_1, \tilde{s}_2 \in L_{\tilde{G}}$ tel que $\tilde{q}_{\tilde{s}_1} = \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}_1)$ et $\tilde{q}_{\tilde{s}_2} = \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}_2)$ sont définis, et soit $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ le vérificateur de $\tilde{G}$ et $\tilde{\sigma}$ alors :

$$\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}_1) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}_2) \Leftrightarrow \tilde{q}_v = [(\tilde{q}_{\tilde{s}_1}, l_{\tilde{s}_1}), (\tilde{q}_{\tilde{s}_2}, l_{\tilde{s}_2})] \in \tilde{Q}_v \text{ Où } l_{\tilde{s}_1}, l_{\tilde{s}_2} \in \{F, N^\mu\}$$

Lemme 4.2. [62]

Tout état certain ou incertain du vérificateur est atteint à partir d'un état de l'ensemble F_V .

Lemme 4.3. Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ son vérificateur. Soit $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Il y a un état $\tilde{q}_v \in F_V$ et un cycle C dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ qui est normal ou incertain de sorte que chaque état dans C contient un état de $\tilde{G}$ marqué par N^μ si et seulement si la condition H est vérifiée :

$$H : (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$$

$$\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$$

Maintenant, le 1-prédictibilité (prédictibilité complète) se caractérise dans le vérificateur exactement de la même manière que dans le SED classique (voir [62]) :

Théorème 4.1. Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ son vérificateur. L'événement flou $\tilde{\sigma}$ est 1-prédictible (complètement prédictible) dans $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ si et seulement si P_v est vérifiée où :

$$P_v : \text{pour tout } \tilde{q}_v \in F_V, \text{ il n'y a que des cycles certains dans } Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v).$$

Le cas de la prédictibilité partielle, c'est-à-dire la prédictibilité du degré $\lambda < 1$ se caractérise par le théorème suivant.

Théorème 4.2. Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ son vérificateur. L'événement flou $\tilde{\sigma}$ est λ -prédictible (partiellement prédictible avec le degré λ) dans $\tilde{G}$ si et seulement si les conditions R1 et R2 sont vérifiées où :

R1 : il y a $\tilde{q}_v \in F_V$, il y a un cycle C dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ qui est normal ou incertain.
R2 : le minimum μ -normal ou μ -incertain dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ pour tous $\tilde{q}_v \in F_V$ satisfait $\mu = \lambda \cdot \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$

La condition R1 indique que nous ne sommes pas dans une situation de prédictibilité complète. La condition R2 permet de quantifier le degré de prédictibilité en utilisant le cycle μ -normal (ayant la valeur minimale de μ dans ses étiquettes de la forme N^μ) accessible à partir d'un état de F_V . Le cas particulier de 0-prédictibilité est alors donné comme suit :

Corollaire 4.1. Soit $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ un SEDF et $\tilde{V}_{\tilde{G}} = (\tilde{Q}_v, \tilde{E}, \tilde{\delta}_v, \tilde{q}_{v0}, \tilde{\sigma})$ son vérificateur. L'événement flou $\tilde{\sigma}$ est 0-prédictible (complètement non-prédictible) dans $\tilde{G}$ si et seulement si il y a $\tilde{q}_v \in F_V$ et il y a un cycle 0-normal ou 0-incertain dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$.

Exemple 4.1. *runex* Nous reprenons l'exemple 5.1 donné plus haut. En utilisant le théorème 4.2 pour calculer le degré de prédictibilité de L'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF représenté sur la Fig. 2.1, où son vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ est montré dans la Fig. 4.1. (Dans la section 2.3.2, nous avons utilisé les Définitions 2.5 et 2.7 pour prouver que $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible avec un degré $\lambda = 0.28$). Premièrement, nous déterminons à partir du vérificateur que l'ensemble F'_V contenant les états normaux ayant un vérificateur certain ou incertain comme successeur immédiat : $F'_V = \{[(\tilde{q}_3, N^0), (\tilde{q}_3, N^0)], [(\tilde{q}_3, N^{0.2}), (\tilde{q}_3, N^{0.2})], [(\tilde{q}_3, N^0), (\tilde{q}_2, N^0)], [(\tilde{q}_2, N^0), (\tilde{q}_3, N^0)]\}$. Et à partir de F'_V nous construisons l'ensemble $F_V = F'_V \cup \{[(\tilde{q}_2, N^{0.2}), (\tilde{q}_2, N^{0.2})], [(\tilde{q}_3, N^0), (\tilde{q}_4, F)], [(\tilde{q}_4, F), (\tilde{q}_3, N^0)], [(\tilde{q}_3, N^{0.2}), (\tilde{q}_4, F)], [(\tilde{q}_4, F), (\tilde{q}_3, N^{0.2})], [(\tilde{q}_4, F), (\tilde{q}_2, N^0)], [(\tilde{q}_2, N^0), (\tilde{q}_4, F)]\}$. Les états de l'ensemble F_V sont présentés avec des rectangles en pointillés.

Clairement, $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, [(\tilde{q}_2, N^{0.2}), (\tilde{q}_2, N^{0.2})])$ contient un seul cycle qui est un cycle 0.2-minimal et il est présenté dans le vérificateur avec un rectangle en gras. Ainsi, basé sur Théorème 4.2 L'événement flou $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible avec un degré $\lambda = \frac{\mu}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})} = 0.2/0.7 = 0.28$.

4.3 Exemple illustratif : Processus de traitement sur un animal

Considérons le processus de traitement d'un animal, modélisé par le SED flou $\tilde{G}_3$ représenté sur la Fig. 5.10 (cet exemple est inspiré de [14]). Cet animal tombé malade avec une nouvelle maladie. Les médicaments théophylline, bromure d'ipratropium, éthylsuccinate d'érythromycine et dopamine sont dénotés par les événements flous $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}$ et $\tilde{\theta}$, respectivement. Le docteur croit que ces médicaments peuvent être utiles dans le traitement de la maladie. Un état dans ce SED flou est désigné par un vecteur $\tilde{q} = (a_1, a_2, a_3)$ ce qui signifie que l'état de l'animal peut simultanément appartenir à "bon", "passable" et "médiocre" avec les degrés d'appartenance respectifs a_1, a_2 et a_3 . L'état initial est $\tilde{q}_0 = [0.9, 0.1, 0]$ et les autres états calculés en utilisant l'opération max-min (voir Définition 2.1) sont : $\tilde{q}_1 = [0.4, 0.9, 0.4]$, $\tilde{q}_2 = [0.9, 0.4, 0.4]$, $\tilde{q}_3 = [0.4, 0.9, 0.4]$, $\tilde{q}_4 = [0.9, 0.9, 0.4]$, $\tilde{q}_5 = [0.5, 0.1, 0]$, $\tilde{q}_6 = [0.5, 0.4, 0.4]$ et $\tilde{q}_7 = [0.5, 0.4, 0.4]$.

Comme il est imprécis de déterminer le point exact auquel l'animal a évolué d'un état à un autre après un traitement médicamenteux, chaque événement flou est modélisé par une matrice 3×3 .

$$\tilde{\alpha} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.9 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \tilde{\beta} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$$

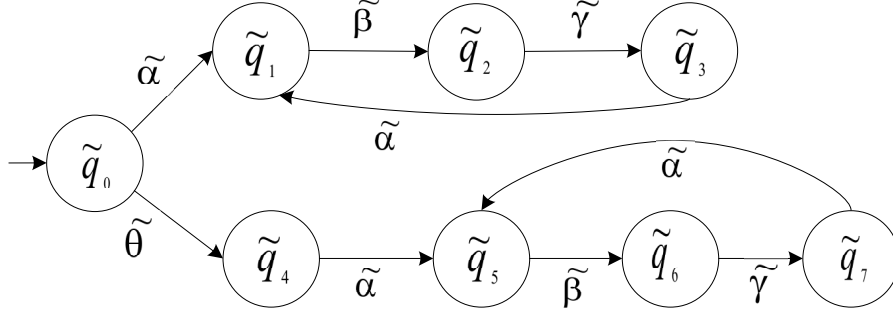


FIGURE 4.2 – Processus de traitement [14] modélisé par le SEDF $\tilde{G}_3$.

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.9 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \tilde{\theta} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Supposons que les degrés d'observabilité et les possibilités d'échec des événements sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\alpha}) &= 0.5, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\beta}) = 0.4, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\gamma}) = 0.6, \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\theta}) = 0.3 \\ \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) &= 0.1, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta}) = 0.2, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) = 0.3, \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.4. \end{aligned}$$

Maintenant, nous allons vérifier la prédictibilité de l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}_3$ (1) en utilisant la définition de la prédictibilité (2) en utilisant le vérificateur.

4.3.1 En utilisant la définition de la prédictibilité floue

1. Pour l'événement fautif $\tilde{\alpha}$, nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\}$. Notez que $\tilde{\theta}$ est ajouté à $\tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f)$ parce que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})$.
— Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) \\ L/\tilde{t} = \{(\epsilon, \tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*)\} \end{cases}$$

Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}), (\epsilon, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})} = 1$$

Nous pouvons vérifier que pour tout $n \geq 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1.$$

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{t} = \tilde{\alpha}$ que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$ est 1.

- Pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$.
Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}), (\epsilon, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha})} = 1$$

Nous pouvons vérifier que pour tout $n \geq 1$ nous avons : $FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$.

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ que :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\alpha}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = 1$$

Ensuite, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ est 1.

Maintenant, à partir de Définition 2.7, la prédictibilité de L'événement flou $\tilde{\alpha}$ dans le SEDF $\tilde{G}_3$ est calculée par :

$$FP_{\tilde{\alpha}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}}(\tilde{\Sigma}_f)\}.$$

Il s'ensuit que : $\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\alpha}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\alpha}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \{\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}\}\} = 1$.

Donc, l'événement flou $\tilde{\alpha}$ est complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$ ce qui signifie que la possibilité d'échec (c-à-d. le nombre élevé des globules blancs) est prédictible dans chaque stratégie de traitement.

2. Pour l'événement fautif $\tilde{\beta}$, nous avons, $\tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\alpha}\tilde{\beta}, \tilde{\theta}\}$. Nous avons ajouté $\tilde{\theta}$ parce que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\beta})$.

D'une manière similaire que pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$ on obtient :

$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\beta}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\beta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\beta}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = \min\{1, 1\} = 1$ Il s'ensuit que l'événement flou $\tilde{\beta}$ est complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$.

3. Pour l'événement fautif $\tilde{\gamma}$, nous pouvons utiliser la même méthode que pour $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$, on obtient :

$$\forall n \geq 1, FP_{\tilde{\gamma}}(\tilde{G}_3, n) = 1$$

Nous concluons que l'événement flou $\tilde{\gamma}$ est aussi complètement prédictible dans $\tilde{G}_3$.

4. Pour l'événement fautif $\tilde{\theta}$, nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f) = \{\tilde{\theta}\}$.

Pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$. nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) \\ L/\tilde{t} = \{(\epsilon, \tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha}(\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\alpha})^*)\} \end{array} \right.$$

Pour $n = 1$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 1) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}), (\epsilon, \tilde{\theta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} = 0.25$$

Pour $n = 2$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 2) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}\tilde{\beta}), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} = 0.5$$

Pour $n = 3$ nous avons :

$$FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\ \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in \{(\epsilon, \tilde{\alpha}\tilde{\beta}\tilde{\gamma}), (\epsilon, \tilde{\theta}\tilde{\alpha}\tilde{\beta})\}\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})} = 0.75$$

Nous pouvons vérifier que pour tout $n \geq 3$ nous avons : $FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) = 0.75$.

Il résulte de la proposition 2.3, pour $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ que :

$$\forall n \geq 3, FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) = FP_{\tilde{\theta}}^{(1)}(\tilde{t}, 3) = 0.75$$

Alors, le degré de prédictibilité de la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\theta}$ est 0.75.

Maintenant, à partir de Définition 2.7, la prédictibilité de l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}_3$ est calculée par :

$$FP_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f)\}.$$

Il s'ensuit que : $\forall n \geq 3, FP_{\tilde{\theta}}(\tilde{G}_3, n) = \min\{FP_{\tilde{\theta}}^{(2)}(\tilde{s}, n) : \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\Sigma}_f)\} = 0.75$.

En conclusion, nous pouvons dire que l'événement flou $\tilde{\theta}$ est 0.75-prédictable dans $\tilde{G}_3$, c'est-à-dire partiellement prédictible avec un degré $\lambda = 0.75$. Le résultat montre que nous ne pouvons pas prédire l'échec sur la stratégie de traitement $\tilde{\omega}$ contenant le médicament Dopamine, mais nous pouvons nous assurer que les possibilités de défaillance survenant sur toutes les séquences du système sont au moins 0.75 fois $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})$. Ainsi, nous pouvons dire que le SEDF flou $\tilde{G}$ représentée sur la figure 5.10 est prédictible à 75%.

4.3.2 En utilisant l'approche vérificateur

Maintenant, nous utilisons l'approche vérificateur pour vérifier la prédictibilité des l'événements flous dans le SEDF $\tilde{G}_3$.

1. Le vérificateur par rapport à $\tilde{\beta}$ est représenté sur la figure 4.3. L'ensemble F'_V des états normaux du vérificateur qui ont un état de vérificateur incertain ou certain comme successeur immédiat, est $F'_V = \{[(\tilde{q}_0, N^0), (\tilde{q}_0, N^0)], [(\tilde{q}_1, N^{0.1}), (\tilde{q}_1, N^{0.1})]\}$. Nous pouvons vérifier que $F_V = F'_V \cup \{[(\tilde{q}_2, F), (\tilde{q}_1, N^{0.1})], [(\tilde{q}_1, N^{0.1}), (\tilde{q}_2, F)], [(\tilde{q}_4, F), (\tilde{q}_0, N^0)], [(\tilde{q}_5, F), (\tilde{q}_1, N^{0.1})], [(\tilde{q}_6, F), (\tilde{q}_1, N^{0.1})], [(\tilde{q}_0, N^0),$

$(\tilde{q}_4, F)], [(\tilde{q}_1, N^{0.1}), (\tilde{q}_5, F)], [(\tilde{q}_1, N^{0.1}), (\tilde{q}_6, F)]\}$. Tous les états dans les cycles de la partie accessible pour chaque $\tilde{q}_v \in F_V$, $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}_3}, \tilde{q}_v)$ sont des états certains. Ainsi, à partir du théorème 4.1, les occurrences de l'événement flou $\tilde{\beta}$ sont complètement prédictibles dans $\tilde{G}_3$. De la même manière, nous pouvons vérifier que $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\gamma}$ sont aussi complètement prédictibles dans $\tilde{G}_3$.

2. Le vérificateur par rapport à $\tilde{\theta}$ est représenté sur la figure 4.4. L'ensemble F'_V des états normaux du vérificateur qui ont un état de vérificateur incertain ou certain comme successeur immédiat, est $F'_V = \{[(\tilde{q}_0, N^0), (\tilde{q}_0, N^0)]\}$. Alors, $F_V = F'_V \cup \{[(\tilde{q}_4, F), (\tilde{q}_0, N^0)], [(\tilde{q}_0, N^0), (\tilde{q}_4, F)]\}$. Il y a un cycle minimal μ -normal et deux cycles minimaux μ -incertain dans la partie accessible $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}_3}, \tilde{q}_v)$ tel que $\tilde{q}_v \in F_V$. Il est facile de voir ça sur la figure. 4.4 tel que $\mu = 0.3 < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.4$. Puisque $\mu = \lambda \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta})$, il s'ensuit que : $\lambda = 0.75$. Par conséquent, d'après le théorème 4.2, l'événement flou $\tilde{\theta}$ est partiellement prédictible avec un degré 0.75 dans le SEDF $\tilde{G}_3$. Ceci est conforme avec le résultat trouvé dans la section 4.3.1 en utilisant la définition de la prédictibilité.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité le problème de la prédictibilité des fautes dans le cadre des systèmes à événements discrets flous. Nous avons proposé une approche pour la vérification de la prédictibilité des fautes dans les SED flous basé sur une structure d'événements discrets couramment utilisée dans la littérature. Du point de vue de la complexité du calcul, le nombre d'états dans le vérificateur est polynomial par rapport au nombre d'états dans le système d'entrée.

Notre proposition peut être utilisée au stade de la conception des futurs systèmes caractérisés par une imprécision dans leurs états, leurs événements, leur observabilité ainsi que dans leurs états de fautes. L'importance de notre proposition vient du fait que ces types d'imperfections sont communs dans des contextes d'applications réelles où il est rare d'avoir une quantité précise et complète d'informations sur le fonctionnement du système étudié. L'évaluation des degrés de prédictibilité des différents événements de défaillance survenant dans le système fournit au concepteur du modèle des indications précieuses sur les changements possibles à effectuer sur le modèle, en fonction de la criticité de l'application et de la gravité des défaillances. L'objectif étant de rendre le degré de prédictibilité d'une défaillance critique aussi élevé que possible dans la limite des ressources disponibles. En effet, augmenter le degré d'une panne revient souvent à utiliser des capteurs supplémentaires (ce qui peut être coûteux) afin d'augmenter son degré d'observabilité ou le degré d'observabilité d'autres événements. Ainsi, les indications fournies par les degrés de prédictibilité aident le concepteur à trouver un compromis raisonnable entre la prédictibilité globale du système et le coût nécessaire pour l'assurer.

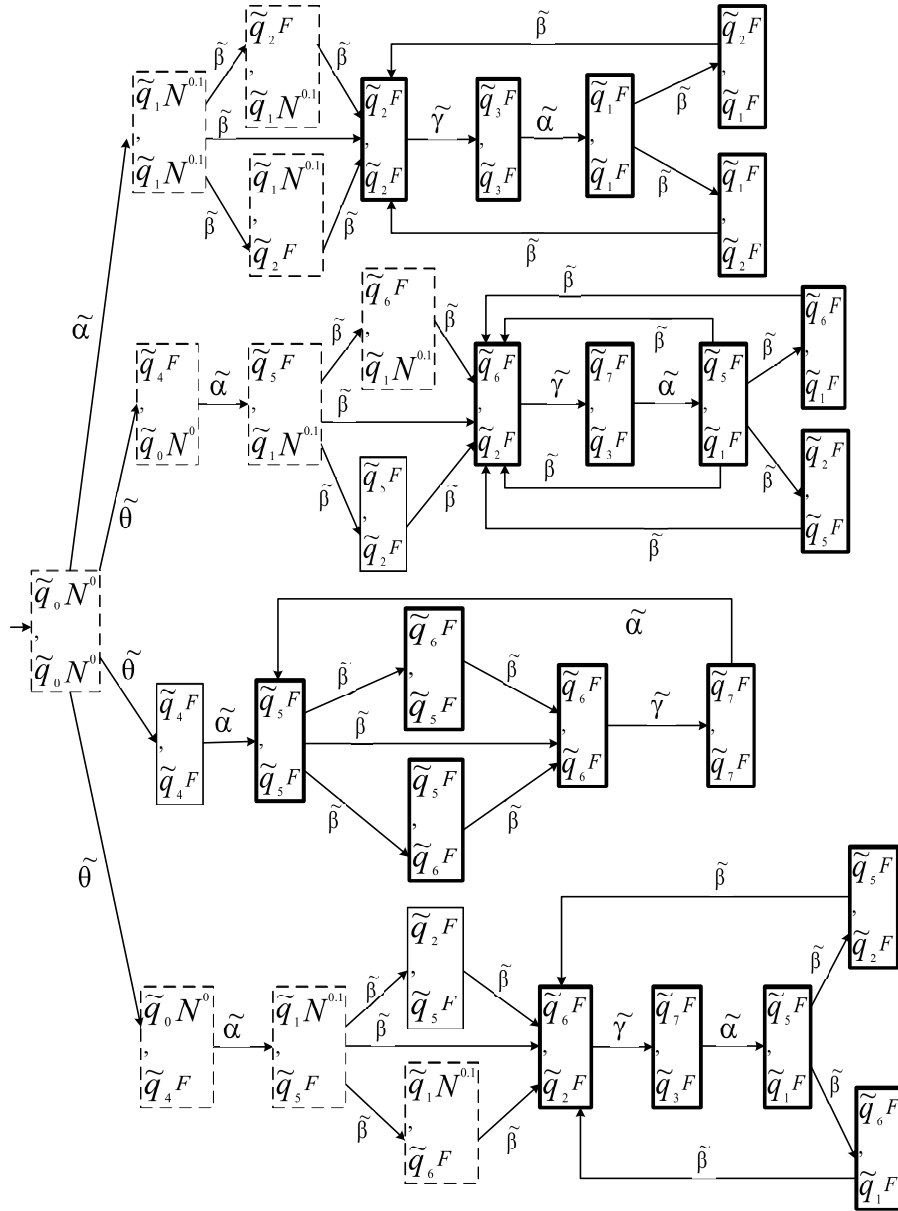


FIGURE 4.3 – Le vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}_3}$ de SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\beta}$.

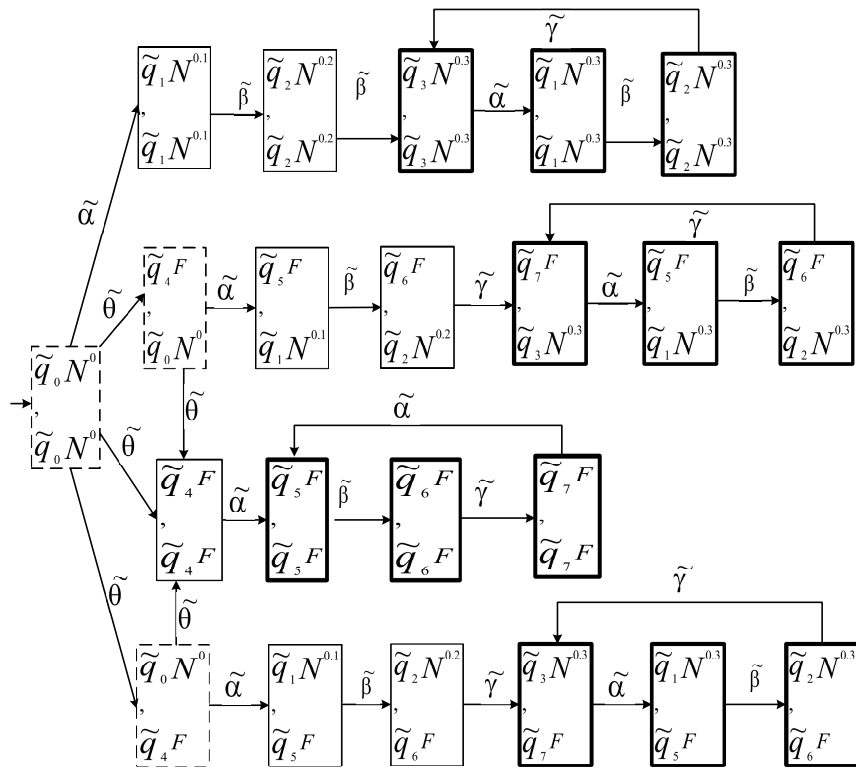


FIGURE 4.4 – Le vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}_3}$ de SEDF $\tilde{G}_3$ par rapport à $\tilde{\theta}$.

Chapitre 5

Prédictibilité des SEDF : Approche Décentralisée

5.1 Introduction

En réalité, la plupart des systèmes réels tels que les systèmes de transport, les réseaux informatiques et les protocoles de communication, entre autres, sont des systèmes à grande échelle. Ils sont constitués d'éléments interconnectés et décentralisés en termes d'information et de localisation géographique. Par conséquent, les méthodes de pronostic centralisé ne sont pas bien adaptées pour ce type de systèmes. Une approche décentralisée de prédictibilité est donc plus appropriée et plus efficace pour la prédictibilité des systèmes réels. En fait, les approches de la prédictibilité décentralisée sont divisées en deux catégories principales : (1) les approches considérant une faute comme la violation des spécifications et (2) les approches considérant une faute comme l'exécution d'un événement. Le problème de prédictibilité décentralisé pour les SED a d'abord été étudié par R. Kumar et al. [59] où les auteurs présentent un cadre de pronostic décentralisé sans communication entre les pronostiqueurs locaux, dans lequel la notion de co-pronostic (Co-prédictibilité) a été introduite pour capturer l'exigence d'un SED décentralisé. Dans l'approche proposée par R. Kumar et al., La faute est considérée comme une violation des spécifications mais dans notre approche une faute est considérée comme l'exécution d'un événement.

L'approche de prédictibilité décentralisé proposée dans le présent chapitre est différente de celles présentées dans la littérature [15], [59, 71, 64], [50, 70]. Dans ce travail, le cadre de prédictibilité est flou et a une structure décentralisée. De plus, l'observabilité des événements est définie comme floue, de sorte que chaque événement peut être observable avec un certain degré d'appartenance et l'échec se produit sur chaque événement avec un certain degré de possibilité. Ceci représente une généralisation de l'observabilité conventionnelle [59] où tous les événements sont absolument observables ou absolument inobservables, et l'échec ne se produit que sur certains événements. Dans cette approche, un SEDF étant co-prédictible signifie que l'occurrence de tout événement de faute qui a une possibilité de faute supérieure à une limite supérieure spécifié peut être pronostiquée par au moins un agent de pronostic local dans un temps fini.

Ce travail est différent de [30, 16], et [38, 24]. Les approches proposées dans, [30, 16], et [38, 24] traitent la prédictibilité des SEDs probabilistes, où le problème du pronostic est modélisé par des automates probabilistes. Aussi, le modèle de SEDF utilisé dans ce chapitre est différent du modèle utilisé dans l'approche proposée par Kilic et al pour le problème du diagnostic dans [12, 26]. Le modèle de SEDF dans l'approche de Kilic et al est considéré comme un système expert flou avec des règles Si-Alors. En revanche, ce travail étudie le pronostic des systèmes d'événements discrets flous représentés par les systèmes max-min avec des événements et des états flous [52, 53].

Dans ce chapitre, nous étudions la prédictibilité décentralisé des systèmes d'événements discrets flous. Nous introduisons la notion de co-prédictibilité pour le pronostic décentralisé des SEDF, dans lequel l'observabilité des événements est définie comme étant floue plutôt que binaire. Un SEDF est dit co-prédictible si chaque faute peut être pronostiquée par au moins un agent de pronostic local dans un délai limité. Nous construisons un co-vérificateur à partir d'un SEDF donné pour effectuer le pronostic décentralisé. En particulier, le co-vérificateur est utilisé pour déduire

une condition nécessaire et suffisante pour la co-prédictibilité des SEDF.

5.2 Prédictibilité décentralisée des SEDF :

Dans cette section, nous définissons la notion de prédictibilité et de co-prédictibilité pour les SEDF.

5.2.1 Notion de prédictibilité floue

Nous redéfinissons la notion de prédictibilité floue pour caractériser la prédictibilité des systèmes d'événements discrets flous en fonction du degré d'observabilité des événements.

Définition 5.1. Soit $\tilde{G}$ un SEDF. $L_{\tilde{G}}$ est le langage généré par $\tilde{G}$. L'événement flou $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$ est dit *prédictible* dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au masque de projections $M_{\tilde{\sigma}}$ Si

$$\begin{aligned} & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{t} \in Pref(\tilde{s}))(\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})) \\ & (\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in L_{\tilde{G}} \wedge \tilde{w} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge M_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = M_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \\ & \wedge \|\tilde{v}\| = n\} \end{aligned} \tag{5.1}$$

La définition 5.1 indique que pour toute trace $\tilde{s}$ qui se termine avec un événement de faute, il existe un préfixe non-fautif $\tilde{t}$ i.e. la possibilité d'échec sur ce préfixe est inférieure à $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ tel que pour toute trace indiscernable avec le même préfixe observable comme $\tilde{t}$ (c'est-à-dire, l'observabilité du préfixe de ces traces est la même que l'observabilité de $\tilde{t}$) a une possibilité de faute égale ou supérieur à la possibilité de faute de l'événement flou $\tilde{\sigma}$. Seulement dans ce cas, le pronostiqueur peut prédire la faute après l'exécution du préfixe non-fautif $\tilde{t}$ d'une trace de faute $\tilde{s}$.

5.2.2 Notion de co-prédictibilité floue

La notion de co-prédictibilité floue permet de vérifier si un ensemble de fautes prédéfinies peut être prédit de manière décentralisée en utilisant un ensemble de pronostiqueur flous. Chaque faute doit être prédit par au moins un pronostiqueur local en utilisant son observation locale correcte du système. La propriété de co-prédictibilité est plus forte que la propriété de prédictibilité. Si un système est co-prédictible, alors il est prédictible. Cependant, un système prédictible n'est pas nécessairement co-prédictible. La notion de co-prédictibilité a d'abord été étudiée par R. Kumar et al. [59] où les auteurs présentent un cadre de pronostic décentralisé pour les SEDs conventionnels sans utiliser une communication entre les pronostiqueurs locaux, dans lequel la notion de co-prédictibilité a été introduite pour capturer l'exigence d'un SED décentralisé prédictible. Dans la suite, nous donnons la définition de la co-prédictibilité floue dans le cadre des systèmes à événements discrets flous.

Définition 5.2. Soit $\tilde{t} \in L_{\tilde{G}}$ et $n \in \mathbb{N}$ tel que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$, Nous définissons $\Phi_{\tilde{\sigma},i}$ comme suit :

$$\Phi_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{t}, n) = \{\tilde{w} \in L_{\tilde{G}} : \tilde{w} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge M_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{u}) = M_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}\| = n\} \quad (5.2)$$

Dans la définition 5.2, l'ensemble $\Phi_{\tilde{\sigma},i}$ qui contient toutes les traces dans $L_{\tilde{G}}$ avec un préfixe $\tilde{u}$ est défini. Le préfixe $\tilde{u}$ a les mêmes observables que $\tilde{t}$ par rapport au masque de projection $M_{\tilde{\sigma},i}$ et son degré de faute est inférieur au degré de faute $\tilde{\sigma}$ et la longueur de continuation de ce préfixe est égale ou supérieure à n . En fait, l'ensemble $\Phi_{\tilde{\sigma},i}$ est utilisé pour collecter toutes les traces dans $L_{\tilde{G}}$ avec les mêmes observables que $\tilde{t}$.

Définition 5.3. Soit $\tilde{G}$ un SEDF avec des masques de projections locales $M_1, M_2, \dots, M_m$. $L_{\tilde{G}}$ est le langage généré. L'événement flou $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$. $\tilde{G}$ est co-prédictible par rapport aux masques d'observation $\{M_i : i = 1, 2, \dots, m\}$ Si

$$\begin{aligned} &(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{t} \in Pref(\tilde{s}))(\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})) \\ &(\exists i \in \{1, 2, \dots, m\})(\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{t}, n)\}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

La définition ci-dessus 5.3 indique que pour toute trace $\tilde{s}$ qui se termine par un événement de faute, il existe un préfixe non fautif $\tilde{t}$ c'est-à-dire la possibilité de faute sur ce préfixe est inférieure à $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ tel que pour un pronostiqueur local, toute trace localement indistinguishable avec le même préfixe observable que $\tilde{t}$ (c'est-à-dire, l'observabilité du préfixe de telles traces est la même que l'observabilité de $\tilde{t}$) a une possibilité de faute qui est égale ou supérieure à la possibilité de faute de l'événement flou $\tilde{\sigma}$ à être prédit. Dans ce cas, le pronostiqueur peut prédire l'inévitabilité d'une faute suite à l'exécution du préfixe non-fautif $\tilde{t}$ d'une trace de faute $\tilde{s}$.

Considérons un exemple de FDES $\tilde{G}$ avec deux pronostiqueurs P_1 et P_2 .

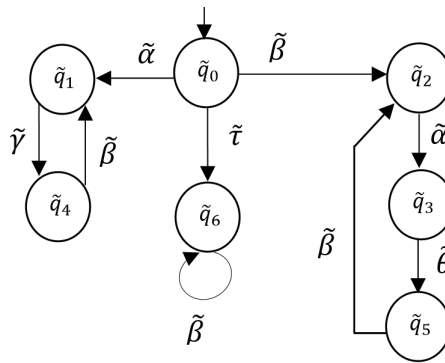


FIGURE 5.1 – Système à événements discrets flou $\tilde{G}$

Exemple 5.1. Le SEDF $\tilde{G}$ présenté dans la figure 5.1 n'est pas prédictible par rapport à P_1 , et $\tilde{G}$ n'est pas prédictible par rapport à P_2 , mais $\tilde{G}$ est co-prédictible par rapport à $\{P_1, P_2\}$.

(1) Premièrement, nous démontrons que $\tilde{G}$ n'est pas prédictible par rapport à P_1 . Considérons l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. Nous avons : $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}} = \{\tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\}$.

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\tau}$	$\tilde{\gamma}$	$\tilde{\theta}$
Observabilité	0.6	0.2	0.7	0.5	0.3
Degré de faute	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4

TABLE 5.1 – pronostiqueur P1

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\tau}$	$\tilde{\gamma}$	$\tilde{\theta}$
Observabilité	0.2	0.8	0.4	0.5	0.3
Degré de faute	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4

TABLE 5.2 – pronostiqueur P2

— Pour $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) \\ \Phi_{\tilde{\theta},1}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\beta})^*, \tilde{\alpha}(\tilde{\gamma}\tilde{\beta})^*\} \end{cases}$$

En utilisant la Définition 2.4, l'événement flou $\tilde{\theta}$ est prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_1 si l'ineq.(10) est vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\theta},1}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.4$ et $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\theta},1}(\tilde{t}, \infty)\} = \min\{0.3, 0.4\}$
Alors $(\forall n > 0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) > \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\theta},1}(\tilde{t}, n)\}$. Donc, à partir du résultat ci-dessus l'ineq.(10) n'est pas vérifiée. Ainsi, l'événement flou $\tilde{\theta}$ n'est pas prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_1 .

(2) Deuxièmement, nous prouvons que $\tilde{G}$ n'est pas prédictible par rapport à P_2 . Considérons l'événement flou $\tilde{\gamma}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. L'ensemble des traces fautives est $\tilde{\Psi}_{\tilde{\gamma}} = \{\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}, \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\}$.

— Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{\alpha}$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \\ \Phi_{\tilde{\gamma},2}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{\alpha}(\tilde{\gamma}\tilde{\beta})^*, \tilde{\beta}(\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\beta})^*, \tilde{\tau}\tilde{\beta}^*\} \end{cases}$$

En utilisant la Définition 2.4, l'événement flou $\tilde{\gamma}$ est prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_2 si l'ineq.(10) est vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\gamma},2}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) = 0.3$ et $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\gamma},2}(\tilde{t}, n)\} = \min\{0.3, 0.2, 0.4\}$
Alors $(\forall n > 0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) > \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\gamma},2}(\tilde{t}, n)\}$
Ainsi, la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}$ n'est pas prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_2 . Donc, parce qu'il existe une chaîne qui n'est pas prédictible dans $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_2 , l'événement flou $\tilde{\gamma}$ n'est pas prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_2 .

(3) Troisièmement, nous démontrons que $\tilde{G}$ est pas co-prédictible par rapport à P_1 et P_2 .

- Considérons l'événement flou $\tilde{\alpha}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. L'ensemble des traces fautives par rapport au pronostiqueur P_1 est $\tilde{\Psi}_{\tilde{\alpha}} = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\tau}\}$.
- Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \epsilon$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) \\ \Phi_{\tilde{\alpha},1}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{\alpha}(\tilde{\gamma}\tilde{\beta})^*, \tilde{\beta}(\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\beta})^*, \tilde{\tau}\tilde{\beta}^*\} \end{cases}$$

En utilisant la Définition 2.4, l'événement flou $\tilde{\alpha}$ est prédictible dans SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_1 si l'ineq.(10) est vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\alpha},1}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) = 0.1$ et

$\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\alpha},1}(\tilde{t}, 1)\} = \min\{0.1, 0.2, 0.2\}$ Alors

$(\exists n_0 = 1)(\forall n > n_0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\alpha}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\alpha},1}(\tilde{t}, 1)\}$. Ainsi, la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{\alpha}$ est prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_1 .

Pour $\tilde{s} = \tilde{\beta}$ et $\tilde{s} = \tilde{\tau}$ une méthode similaire est utilisée comme pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$. Nous obtenons que les l'événements fautifs $\tilde{\beta}$ et $\tilde{\tau}$ dans le SEDF $\tilde{G}$ sont prédictibles par rapport au pronostiqueur P_1 .

- Considérons les événement flous $\tilde{\beta}$ et $\tilde{\tau}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. On fait la même chose que pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$, on obtient que l'événement flou $\tilde{\beta}$ et $\tilde{\tau}$ dans SEDF $\tilde{G}$ sont prédictibles par rapport au pronostiqueur P_1 .
- Considérons l'événement flou $\tilde{\gamma}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. L'ensemble des traces fautives par rapport au pronostiqueur P_1 est $\tilde{\Psi}_{\tilde{\gamma}} = \{\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}, \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\}$.
- Pour $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{\alpha}$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \\ \Phi_{\tilde{\gamma},1}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{\alpha}(\tilde{\gamma}\tilde{\beta})^*, \tilde{\beta}(\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\beta})^*\} \end{cases}$$

En utilisant la Définition 2.4, l'événement flou $\tilde{\gamma}$ est prédictible dans SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_1 si l'ineq.(10) est vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\gamma},1}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) = 0.3$ et $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\gamma},1}(\tilde{t}, 3)\} = \min\{0.3, 0.4\}$ alors $(\exists n_0 = 3)(\forall n > n_0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\gamma},1}(\tilde{t}, 3)\}$. Ainsi, la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}$ est prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_1 .

- Pour $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}$ une méthode similaire est utilisée pour la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}$ et nous obtenons que la chaîne fautive $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}$ est prédictible par rapport à l'événement flou $\tilde{\gamma}$ et le pronostiqueur P_1 .

Parce que toutes les traces fautives dans $\tilde{\Psi}_{\tilde{\gamma}} = \{\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}, \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\}$ sont prédictibles par rapport au pronostiqueur P_1 alors l'événement flou $\tilde{\gamma}$ dans le SEDF $\tilde{G}$ est prédictible par rapport au pronostiqueur P_1 .

- Considérons l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans le SEDF $\tilde{G}$. L'ensemble des traces fautives par rapport au pronostiqueur P_2 est $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}} = \{\tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\}$.

— Pour $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}$. nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) \\ \Phi_{\tilde{\theta},2}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\tilde{\beta})^*\} \end{cases}$$

En utilisant la Définition 2.4, l'événement flou $\tilde{\theta}$ est prédictible dans SEDF $\tilde{G}$ par rapport au pronostiqueur P_2 si l'ineq.(10) est vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\theta},2}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\theta}) = 0.4$ et $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\theta},2}(\tilde{t}, 2)\} = \min\{0.4\}$ alors $(\exists n_0 = 2)(\forall n > n_0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\gamma}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\theta},2}(\tilde{t}, 2)\}$. Ainsi, la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}$ est prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$ wpar rapport au pronostiqueur P_2 .

Parce que toutes les traces fautives dans $\tilde{\Psi}_{\tilde{\theta}} = \{\tilde{\beta}\tilde{\alpha}\tilde{\theta}\}$ sont prédictibles par rapport au pronostiqueur P_2 alors l'événement flou $\tilde{\theta}$ dans SEDF $\tilde{G}$ est prédictible par rapport au pronostiqueur P_2 .

Maintenant, pour conclure, nous avons constaté que :

1. les événements flous $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$ et $\tilde{\tau}$ sont prédictibles par rapport au pronostiqueur P_1 .
2. $\tilde{\gamma}$ est prédictible par rapport au pronostiqueur P_1 mais n'est pas prédictible par rapport au pronostiqueur P_2 .
3. $\tilde{\theta}$ est prédictible par rapport au pronostiqueur P_2 mais n'est pas prédictible par rapport au pronostiqueur P_1 .

Parce que pour chaque événement discret flou local dans le SEDF $\tilde{G}$ il'y a un pronostiqueur P_1 ou P_2 qui peut le prédire, le SEDF $\tilde{G}$ est co-prédictible par rapport au P_1 and P_2 .

5.3 Vérification de la co-prédictibilité des SEDF

Dans cette section, le co-vérificateur flou sera conçu pour effectuer la prédictibilité décentralisé des SEDF. En particulier, nous présentons une condition nécessaire et suffisante pour la co-prédictibilité des SEDF.

5.3.1 Approche de vérification

Les étapes à suivre pour vérifier la co-prédictibilité des SEDF sont résumées comme suit.

Étape 1 : Construire la partie accessible non-fautif (NFAP) $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$.

On notera par $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$ la partie accessible non-fautif du SEDF $\tilde{G} = (\tilde{Q}, \tilde{E}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0)$ après avoir enlevé tous les événements flous où la possibilité que la faute se produise soit

supérieure ou égale à la possibilité de la faute se produisant sur l'événement flou $\tilde{\sigma}$ i.e. $(\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) : \tilde{a} \in \tilde{E}_f)$. En fait $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$ modélise le comportement "non fautif" du SEDF $\tilde{G}$ par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$.

Le SEDF flou $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$ est construit comme un automate $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}} = (\tilde{Q}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{E}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{\delta}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},0})$ où :

- $\tilde{q}_{\tilde{\sigma},0} = \tilde{q}_0$
- $\tilde{E}_{\tilde{\sigma}} = \{\tilde{a} \in \tilde{E} : \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})\}$
- $\tilde{\delta}_{\tilde{\sigma}} = \tilde{\delta}$
- $\tilde{Q}_{\tilde{\sigma}} = \{\tilde{q}_0 \cup \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}\tilde{a}) \text{ est défini, et } \tilde{s} \in \tilde{E}_f^* \text{ et } \tilde{a} \in \tilde{E}_{\tilde{\sigma}}\}$

Étape 2 : Construction du co-vérificateur flou "F-co-vérificateur"

Nous construisons le co-vérificateur $\tilde{G}_V = (\tilde{Q}_V, \tilde{E}_V, \tilde{\delta}_V, \tilde{q}_{V,0})$ automate avec n pronostiqueurs locaux comme suit :

- $\Delta = \{\mu, F\}$ est l'ensemble des étiquettes de faute : F signifie que la possibilité que la faute survienne est supérieure au degré spécifié $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et le système est dans un état fautif, alors que μ signifie que la probabilité que la panne se produise est inférieure à la limite spécifiée et que le système est toujours dans un état normal.
- $\tilde{Q}_V = \tilde{Q} \times \Delta \times \underbrace{\tilde{Q}_{\tilde{\sigma}} \times \Delta \times \tilde{Q}_{\tilde{\sigma}} \times \Delta \times \cdots \times \tilde{Q}_{\tilde{\sigma}} \times \Delta}_{n \text{ fois}}$
- $\tilde{q}_{V,0} = (\tilde{q}_0, 0, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},0}, 0, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},0}, 0, \cdots, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},0}, 0)$
- $\tilde{E}_V = \underbrace{(\tilde{E} \cup \{\epsilon\}) \times (\tilde{E} \cup \{\epsilon\}) \times \cdots \times (\tilde{E} \cup \{\epsilon\})}_{n+1 \text{ fois}} - \{(\epsilon, \epsilon, \cdots, \epsilon)\}$
- $\tilde{\delta}_V : \tilde{Q}_V \times \tilde{E}_V \rightarrow \tilde{Q}_V$ est la fonction de transition du co-vérificateur et est définie comme suit : pour chaque $\tilde{q}_V = (\tilde{q}, l, \tilde{q}_{\sigma,1}, l_1, \tilde{q}_{\sigma,2}, l_2, \cdots, \tilde{q}_{\sigma,n}, l_n) \in \tilde{Q}_V$ et $\tilde{a}_V = (\tilde{a}, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \cdots, \tilde{a}_n) \in \tilde{E}_V$, $\tilde{\delta}_V(\tilde{q}_V, \tilde{a}_V)$ est défini si et seulement si : :

$$\begin{cases} \text{Si } \tilde{a} \neq \epsilon \text{ alors } \tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{a}) \text{ est défini;} \\ \text{Pour chaque } i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad M_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{a}) = M_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{a}_i); \\ \text{Pour chaque } i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad \text{si } \tilde{a}_i \neq \epsilon \\ \text{alors } \tilde{\delta}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{q}_{\sigma,i}, \tilde{a}_i) \text{ est défini.} \end{cases}$$

Si $\tilde{\delta}_V(\tilde{q}_V, \tilde{a}_V)$ est défini, alors $\tilde{\delta}_V(\tilde{q}_V, \tilde{a}_V) = (\tilde{q}', l', \tilde{q}'_{\sigma,1}, l'_1, \tilde{q}'_{\sigma,2}, l'_2, \cdots, \tilde{q}'_{\sigma,n}, l'_n)$ où

$$(\tilde{q}', l') = \begin{cases} (\tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{a}), l) & \text{si } \tilde{a}_V \neq \epsilon \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) \leq l \\ (\tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{a}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a})) & \text{si } \tilde{a} \neq \epsilon \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) > l \\ (\tilde{\delta}(\tilde{q}, \tilde{a}), F) & \text{si } \tilde{a} \neq \epsilon \text{ et } (l = F) \\ & \text{ou } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \\ (\tilde{q}, l) & \text{si } \tilde{a} = \epsilon \end{cases}$$

$$(\tilde{q}'_{\sigma,i}, l'_i) = \begin{cases} (\tilde{\delta}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{q}_{\sigma,i}, \tilde{a}_i), l) & \text{si } \tilde{a}_i \neq \epsilon \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}_i) \leq l \\ (\tilde{\delta}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{q}_{\sigma,i}, \tilde{a}_i), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}_i)) & \text{si } \tilde{a}_i \neq \epsilon \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}_i) > l \\ (\tilde{\delta}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{q}_{\sigma,i}, \tilde{a}_i), F) & \text{si } \tilde{a}_i \neq \epsilon \text{ et } (l = F) \\ & \text{ou } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}_i) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \\ (\tilde{q}_{\sigma,0}, l) & \text{si } \tilde{a}_i = \epsilon \end{cases}$$

Remarque 5.1. *La construction du co-vérificateur flou est inspirée par la conception de la machine M introduite par Rudie et Willems [60] pour le contrôle de supervision décentralisé et l'automate T introduit par R. Kumar et al. [59] pour la prédictibilité de SEDs non flou.*

Une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\gamma}$ construit pour le SEDF $\tilde{G}$ de l'exemple 2 est montré dans la figure 5.2 (b). Puisque le co-vérificateur correspondant est trop grand pour l'afficher complètement, nous présentons seulement des états où le premier composant est un état frontière.

5.3.2 Condition nécessaire et suffisante de co-prédictibilité pour les SEDFs

Dans cette section, nous donnons la condition nécessaire et suffisante pour la prédictibilité des systèmes d'événements discrets flous décentralisés.

Définition 5.4. *Étant donné un $\tilde{G}$ et $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$ le NFAP du SEDF $\tilde{G}$, l'ensemble des*

- *États non-indicateurs sont des états de $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$ à partir desquels un cycle dans $\tilde{G}_{\tilde{\sigma}}$ peut être atteint ;*
- *États frontières sont des états de $\tilde{G}$ à partir desquels un événement flou fautif $\tilde{a}$ est activé tel que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{a}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.*
- *États imprédictible sont les états du co-vérificateur flou du SEDF $\tilde{G}$ où le premier composant est un état frontière et les autres composants sont des états non-indicateurs.*

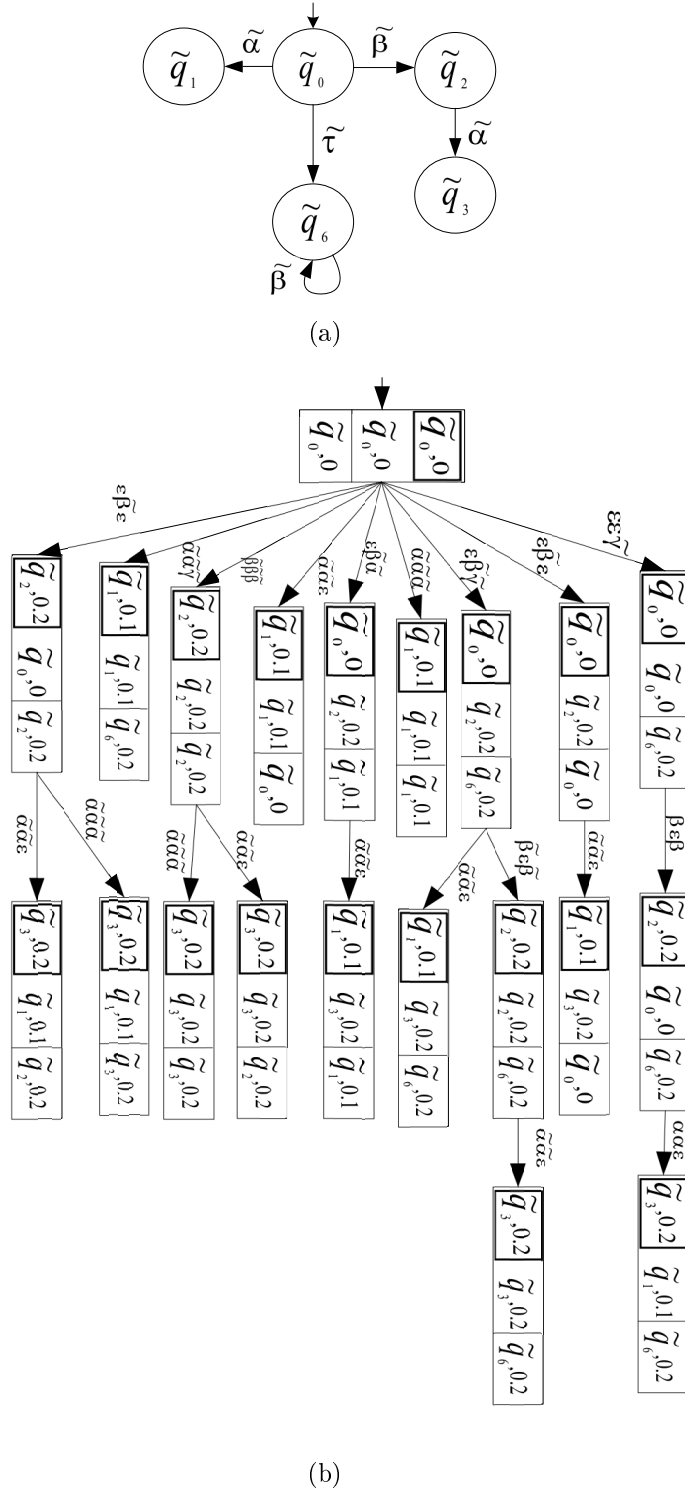


FIGURE 5.2 – (a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}$. (b) une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\gamma}$.

Théorème 5.1. Soit $\tilde{G}$ un SEDF avec m pronostiqueur local $P_1, P_2, \dots, P_m$ et $\tilde{G}_V$ son co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma} \in \tilde{E}$. Alors le SEDF $\tilde{G}$ est co-prédictible par rapport à $\tilde{\sigma}$, si et seulement si, dans le co-vérificateur flou par

rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$ il n'existe pas d'état imprédictible accessible dans le co-vérificateur flou.

Démonstration. Pour simplifier, nous prouvons le théorème dans le cas d'un système avec deux pronostiqueurs locaux, c'est-à-dire $m = 2$. En fait, nous pouvons étendre la preuve au cas où m est supérieur à deux.

Nécessité :

Nous prouvons le théorème par contradiction. Supposons qu'il existe un état imprédictible accessible $\tilde{q}_v$ dans le co-vérificateur flou $\tilde{q}_v = \{\tilde{q}, \mu_1, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},1}, \mu_2, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},2}, \mu_3\}$

Supposons que $\tilde{a}_v = (\tilde{t}, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$ et $\tilde{\delta}_V(\tilde{q}_{V,0}, \tilde{a}_v) = \tilde{q}_v = \{\tilde{q}, \mu_1, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},1}, \mu_2, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},2}, \mu_3\}$. À partir de la définition du co-vérificateur flou, nous avons :

$$\begin{cases} M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}) = M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{u}_1) \\ M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}) = M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{u}_2) \end{cases}$$

À partir de la définition de l'état imprédictible, le premier composant est un état frontière et tous les autres composants sont des états non-indicateurs.

parce que $\tilde{q}_{\tilde{\sigma},1}$ et $\tilde{q}_{\tilde{\sigma},2}$ sont des états non-indicateurs et sont des états du NFAP de la SEDF $\tilde{G}$, alors pour toute continuation de $\tilde{u}_1$ et $\tilde{u}_2$, nous avons :

$$— \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_1\tilde{v}_1) \text{ où } \|\tilde{v}_1\| > n \ (\forall n \in \mathbb{N}). \dots\dots\dots(1)$$

$$— \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_2\tilde{v}_2) \text{ où } \|\tilde{v}_2\| > n \ (\forall n \in \mathbb{N}). \dots\dots\dots(2)$$

Maintenant supposons que $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}} : \tilde{s} = \tilde{t}\tilde{\sigma}_p : \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{w}_1 \in L_{\tilde{G}} : \tilde{w}_1 = \tilde{u}_1\tilde{v}_1$ et $\tilde{w}_2 \in L_{\tilde{G}} : \tilde{w}_2 = \tilde{u}_2\tilde{v}_2$, nous avons :

$$— M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{u}_1) = M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_1) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}\| = n \text{ alors } \tilde{w}_1 \in \Phi_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}, n)$$

$$— M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{u}_2) = M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_2) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}\| = n \text{ alors } \tilde{w}_2 \in \Phi_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}, n)$$

Maintenant, parce que $\tilde{w}_1 \in \Phi_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}, n)$ et $\tilde{w}_2 \in \Phi_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}, n)$ et à partir de (1) et (2) nous trouvons que $\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}} : \tilde{s} = \tilde{t}\tilde{\sigma}_p$ et $\forall i \in \{1, 2\}$ où $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) > \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{\sigma},i}(\tilde{t}, n)\}$, Par conséquent, par définition 2.4, l'événement flou $\tilde{\sigma}$ n'est pas co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$.

Suffisance :

Supposons que l'événement flou $\tilde{\sigma}$ n'est pas co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$. à partir de la définition 2.4 il y a $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et $\tilde{w}_1 \in \Phi_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}, n)$ et $\tilde{w}_2 \in \Phi_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}, n)$ où $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}_1)$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) > \tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}_2)$.

Supposons que $\tilde{s} = \tilde{t}\tilde{\sigma}_p : \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$

$$— \tilde{w}_1 \in \Phi_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}, n) \text{ signifie que } \tilde{w}_1 = \tilde{u}_1\tilde{v}_1 \wedge M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{u}_1) = M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_1) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}_1\| = n$$

$$— \tilde{w}_2 \in \Phi_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}, n) \text{ signifie que } \tilde{w}_2 = \tilde{u}_2\tilde{v}_2 \wedge M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{u}_2) = M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_2) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}_2\| = n$$

Nous avons :

$$\begin{cases} M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}) = M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{u}_1) \\ M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}) = M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{u}_2) \end{cases}$$

Supposons que $\tilde{a}_v = (\tilde{t}, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$ alors $\tilde{\delta}_V(\tilde{q}_{V,0}, \tilde{a}_v) = \tilde{q}_v = \{\tilde{q}, \mu_1, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},1}, \mu_2, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},2}, \mu_3\}$.

Parce que

- $\tilde{w}_1 \in \Phi_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}, n)$ signifie que $\tilde{w}_1 = \tilde{u}_1 \tilde{v}_1 \wedge M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{u}_1) = M_{\tilde{\sigma},1}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_1) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}_1\| > n (\forall n \in \mathbb{N})$ alors $\tilde{q}_{\tilde{\sigma},1}$ sont des états non-indicateurs.
- $\tilde{w}_2 \in \Phi_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}, n)$ signifie que $\tilde{w}_2 = \tilde{u}_2 \tilde{v}_2 \wedge M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{u}_2) = M_{\tilde{\sigma},2}(\tilde{t}) \wedge \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_2) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \wedge \|\tilde{v}_2\| > n (\forall n \in \mathbb{N})$ alors $\tilde{q}_{\tilde{\sigma},2}$ sont aussi des états non-indicateurs.
- $\tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{t}) = \tilde{q}$ et nous avons $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ tel que $\tilde{s} = \tilde{t} \tilde{\sigma}_p : \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ alors l'état $\tilde{q}$ est un état frontière car il existe un événement flou fautif $\tilde{\sigma}_p$ qui est activé depuis l'état $\tilde{q}$.

Maintenant, dans le co-vérificateur, il existe au moins un état imprédictible accessible $\tilde{q}_v = \{\tilde{q}, \mu_1, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},1}, \mu_2, \tilde{q}_{\tilde{\sigma},2}, \mu_3\}$ où le premier composant est un état frontière et tous les autres composants sont des états non-indicateurs dans le co-vérificateur flou du SEDF $\tilde{G}$ par rapport à l'événement flou $\tilde{\sigma}$. Cela signifie que l'événement flou $\tilde{\sigma}$ n'est pas co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$. ■

Remarque 5.2. : La complexité principale de la vérification ci-dessus de la co-prédictibilité pour les SEDF est dans la construction du co-vérificateur flou. Puisque nous pouvons résumer la construction du co-vérificateur flou par la composition synchrone $\tilde{G} \parallel \underbrace{NFAP_{\tilde{G}} \parallel NFAP_{\tilde{G}} \parallel \dots \parallel NFAP_{\tilde{G}}}_{n \text{ times}}$ du modèle du système $\tilde{G}$ avec $n + 1$

copies de la partie accessible non-fautif (NFAP) de $\tilde{G}$, alors la complexité globale de la construction du co-vérificateur flou est $O(\text{co-verifier}) = O(|\tilde{G} \parallel NFAP_{\tilde{G}}|^{n+1})$, qui est polynomiale par rapport à la taille de SEDF à prédire, et est exponentielle par rapport au nombre d'agents de pronostic local n .

Pour l'événement flou $\tilde{\gamma}$ du SEDF $\tilde{G}$ de l'exemple 2. Selon l'étape 1 et l'étape 2 de la section 4, le NFAP du SEDF $\tilde{G}$ et le flou co-vérificateur sont représentés sur la figure. 5.2(a). et la figure. 5.2(b), respectivement.

Notez que dans le NFAP il y a deux "États non-indicateurs" $\tilde{q}_0$ et $\tilde{q}_6$ et deux "états frontières" $\tilde{q}_1$ et $\tilde{q}_3$. Et à partir du co-vérificateur, il n'existe pas d'état accessible imprédictible. Donc, d'après le théorème 5.1 l'événement fautif $\tilde{\gamma}$ est co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}$.

5.4 Exemples illustratifs

Dans cette section, quelques exemples sont donnés pour illustrer l'approche proposée. En particulier, nous montrons qu'il fonctionne à la fois pour les SEDs conventionnels et les SEDs flous.

5.4.1 Exemple 1 :

Dans cet exemple nous étudions la prédictibilité décentralisé de la SEDF montré dans la figure 5.5 avec trois cas. Dans le premier cas, nous considérons que le système est modélisé comme un SED non flou. Dans les deuxième et troisième cas, le système est modélisé comme SED flou avec différents degrés d'observabilité.

5.4.1.1 Cas 1 : SED conventionnel (non flou)

Un SED conventionnel peut être considéré comme un cas particulier de SEDF, si les états et les événements sont complètement observables ou complètement inobservables, alors ils prennent deux valeurs 0 ou 1. Par conséquent, l'approche proposée peut être utilisée pour traiter le problème de la prédictibilité décentralisé pour SEDs non flou. Les cas suivants de cet exemple vérifient cette vue.

Considérons le G_1 décrit dans la figure 5.3, où θ est censé être l'événement fautif. Supposons que le SED G_1 soit observé avec deux pronostiqueurs P1 et P2 donnés dans le tableau 5.3 et le tableau 5.4 respectivement.

Maintenant, montrons que l'événement fautif θ dans G_1 est co-prédictible en utilisant l'approche de la prédictibilité décentralisé pour les SEDF présentés à la section 3 et Section 4.

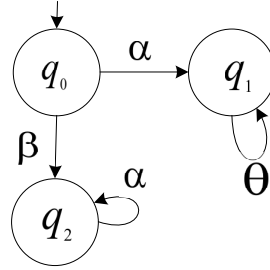


FIGURE 5.3 – Système à événements Discrets G_1

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\theta}$	ϵ
Observabilité	1	0	0	0
Degré de faute	0	0	1	0

TABLE 5.3 – pronostiqueur P1

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\theta}$	ϵ
Observabilité	1	1	0	0
Degré de faute	0	0	1	0

TABLE 5.4 – pronostiqueur P2

Comme nous l'avons déjà dit, le SED G_1 peut être considéré comme un cas particulier de SEDF avec les états flous $q_0 = [1, 0, 0]$, $q_1 = [0, 1, 0]$, $q_2 = [0, 0, 1]$, et les événements flou

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

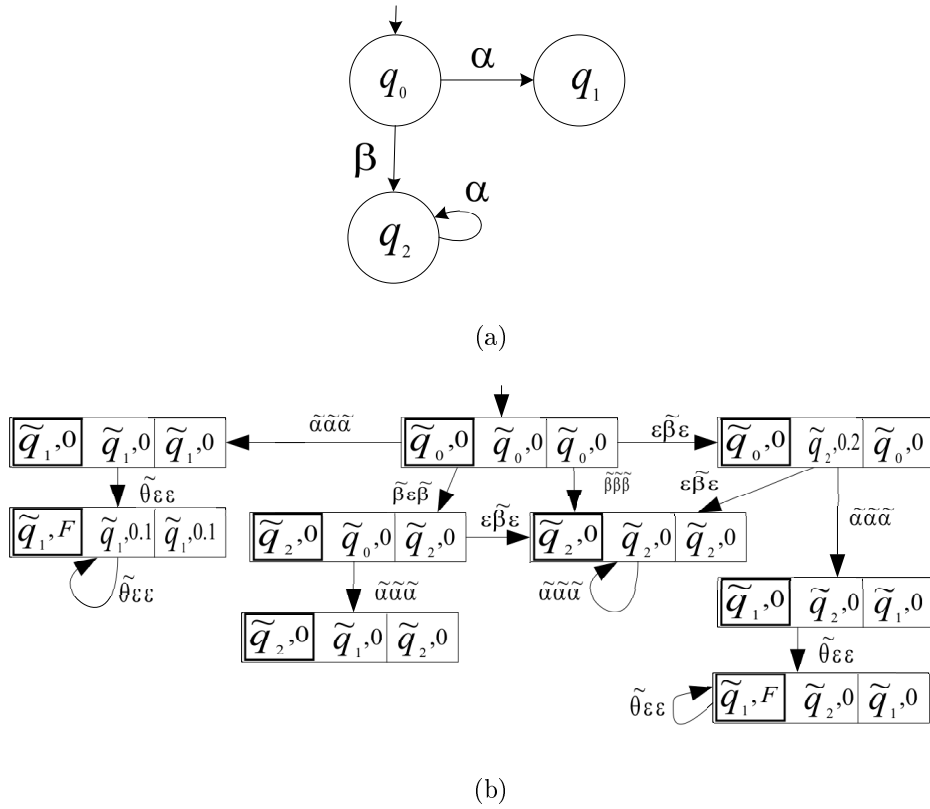


FIGURE 5.4 – (a) Le NFAP du SED G_1 . (b) Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou θ .

Selon les deux étapes de la section 4, le NFAP du SED G_1 et le co-vérificateur flou par rapport à l'événement θ dans le SED G_1 sont montrés dans la figure 5.4(a). et figure 5.4(b), respectivement.

Notez que dans le NFAP de l'événement flou θ il y a deux "états non-indicateurs" q_0 et q_2 et un "état frontière" q_1 . À partir du co-vérificateur basé sur θ il n'existe pas d'état accessible imprédictible. Donc, d'après le théorème 5.1, l'événement de fautive $\tilde{\theta}$ est co-prédictible dans le SEDF G_1 .

5.4.1.2 Cas 2 : Un SEDF co-prédictible

Considérons maintenant le SEDF $\tilde{G}2$ montré dans la figure 5.5. Soit P_1 et P_2 les pronostiqueurs locaux associés au SEDF $\tilde{G}2$, présentés dans les tables 5.5 et 5.6, respectivement.

- Pour l'événement flou $\tilde{\alpha}$, le NFAP est représenté dans la figure 5.6(a). Le co-vérificateur flou est représenté sur la figure 5.6(b). A partir du NFAP de l'événement flou $\tilde{\alpha}$ il n'y a pas d'"états non-indicateurs". et à partir du co-vérificateur flou il n'y a pas un état imprédictible accessible. Donc, à partir du théorème 5.1 l'événement flou $\tilde{\alpha}$ est co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}2$.
- Pour l'événement flou $\tilde{\beta}$ le NFAP est représenté dans la figure 5.7 (a) et Le co-vérificateur flou est représenté sur la figure 5.7 (b). Nous utilisons un raisonnement similaire à celui de l'événement flou $\tilde{\alpha}$ nous trouvons que l'événement flou $\tilde{\beta}$ est aussi co-prédictible.

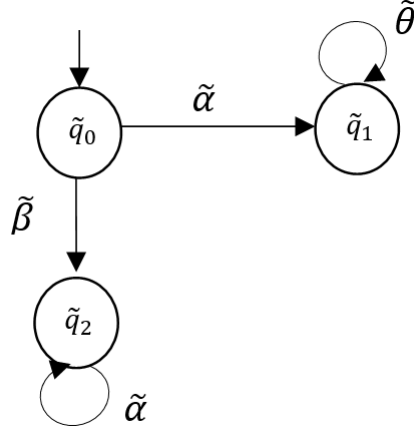


FIGURE 5.5 – Système à événements Discrets flou $\tilde{G}2$

événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\theta}$	ϵ
Observabilité	0.8	0.6	0.1	0
Degré de Faute	0.1	0.2	0.3	0

TABLE 5.5 – pronostiqueur P1

événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\theta}$	ϵ
Observabilité	0.2	0.6	0.3	0
Degré de Faute	0.1	0.2	0.3	0

TABLE 5.6 – pronostiqueur P2

- Pour l'événement flou $\tilde{\theta}$ le NFAP est représenté dans la figure 5.8 (a) et Le co-vérificateur flou est représenté sur la figure 5.8(b). et à partir du NFAP de l'événement flou $\tilde{\theta}$ il y a deux "états non-indicateurs" $\tilde{q}_0$ et $\tilde{q}_2$. et à partir du co-vérificateur flou basé sur $\tilde{\theta}$ il n'existe pas d'état accessible imprédictible. Donc, à partir du théorème 5.1 l'événement flou $\tilde{\theta}$ est co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}2$.

5.4.1.3 Cas 3 : Un SEDF non co-prédictible

Dans ce cas, le même $\tilde{G}2$ montrée dans la figure 5.5 est utilisé mais avec une observabilité différente pour prouver que l'événement flou $\tilde{\theta}$ n'est pas co-prédictible. Soit P_1 et P_2 les pronostiqueurs locaux associés au SEDF $\tilde{G}2$, présentés dans les tables 5.7 et 5.8, respectivement.

- Pour l'événement flou $\tilde{\theta}$ le NFAP est représenté dans la figure 5.9 (a). une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$ est représenté dans la figure 5.9(b). Dans le SEDF $\tilde{G}2$ il y a un état frontière $\tilde{q}_1$ et à partir du NFAP il y a deux "états non-indicateurs" $\tilde{q}_0$ et $\tilde{q}_2$. à partir du co-vérificateur flou il y a un état accessible imprédictible $[\tilde{q}_1, 0.1, \tilde{q}_2, 0.2, \tilde{q}_0, 0]$. Il résulte du théorème 5.1 que l'événement flou $\tilde{\theta}$ n'est pas co-prédictible dans le SEDF $\tilde{G}2$.

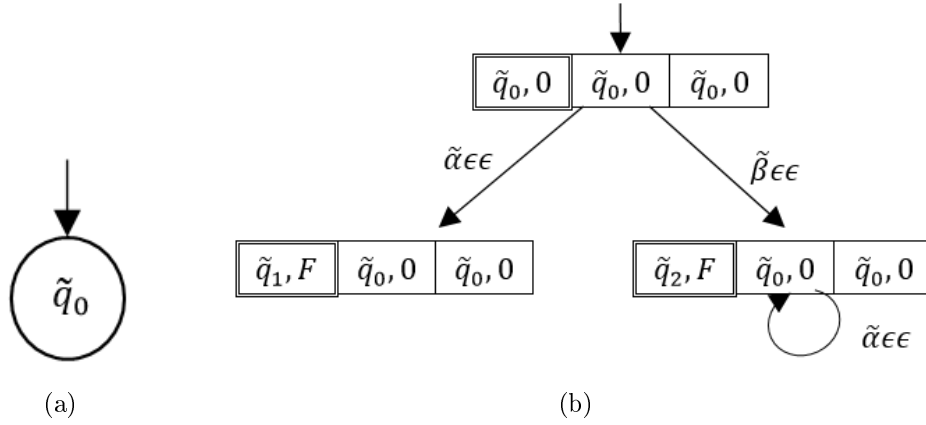


FIGURE 5.6 – (a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}_2$. (b) Le co-vérificateur flu par rapport à l'événement flu $\tilde{\alpha}$.

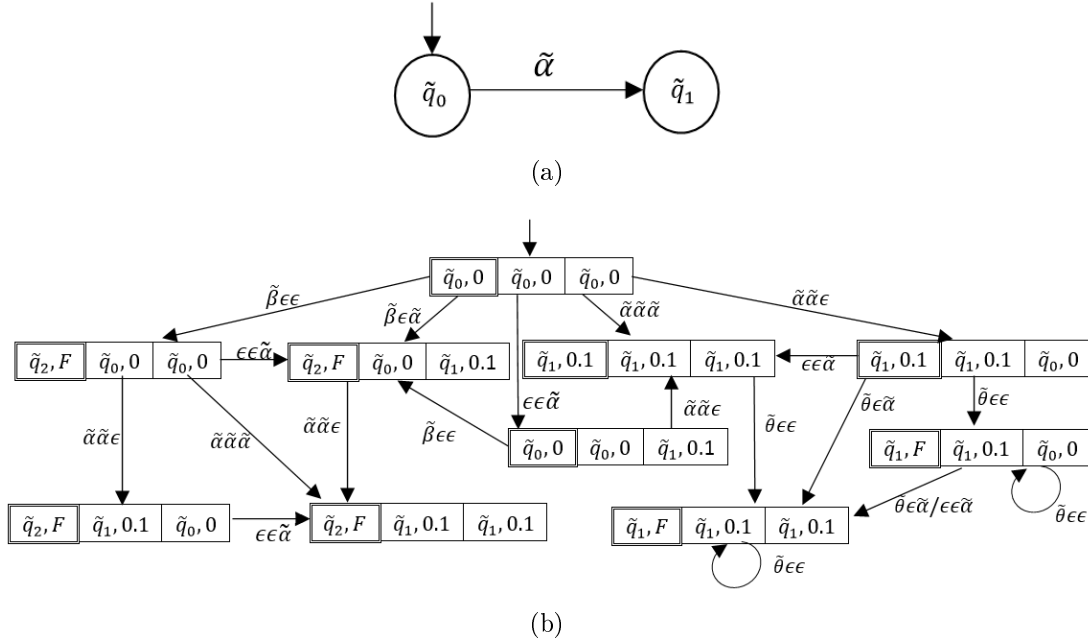


FIGURE 5.7 – (a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}_2$. (b) Le co-vérificateur flu par rapport à l'événement flu $\tilde{\beta}$.

5.4.2 Exemple 2 : Processus de traitement sur un animal

Nous reprenons le même exemple donné dans le chapitre 3, On suppose que lors du processus de traitement, certains effets secondaires potentiels du traitement de la maladie, tels qu'un nombre élevé de globules blancs (WBC), ne sont pas souhaités. Supposons aussi que le nombre élevé de globules blancs représente une défaillance non souhaitée dans ce modèle. Le problème du prédictibilité dans le SEDF $\tilde{G}_3$ est comment prédire cet échec dans le temps. Nous considérons que les événements médicamenteux sont donnés par l'expérience des médecins comme suit

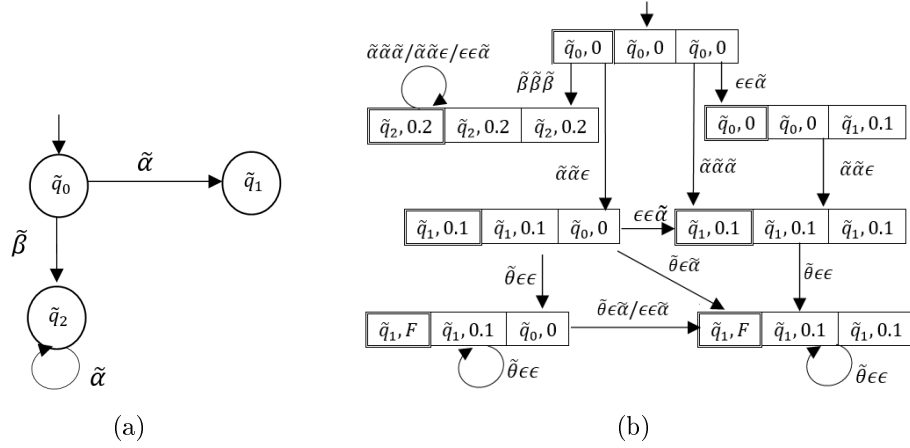


FIGURE 5.8 – (a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}2$. (b) Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$.

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\theta}$	ϵ
Observabilité	0.8	0.1	0.1	0
Degré de Faute	0.1	0.2	0.3	0

TABLE 5.7 – pronostiqueur P1

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\theta}$	ϵ
Observabilité	0.2	0.6	0.3	0
Degré de Faute	0.1	0.2	0.3	0

TABLE 5.8 – pronostiqueur P2

$$\tilde{\alpha} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.9 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \tilde{\beta} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.9 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \tilde{\theta} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Supposons maintenant qu'il existe deux approches thérapeutiques pour le traitement, chaque approche possède un degré d'observabilité et une possibilité d'échec se produisant pour chaque événement médicamenteux de l'approche. Supposons que les degrés d'observabilité et les possibilités d'échec des événements sont définis comme suit :

- Pour l'événement flou $\tilde{\theta}$ le NFAP est représenté dans la figure 5.11 (a). une partie du co-vérificateur flou par rapport à $\tilde{\theta}$ est représenté dans la figure 5.9(b). À partir du SEDF $\tilde{G}3$ il existe un seul état frontière $\tilde{q}_0$ et à partir du NFAP il y a quatre "états non-indicateurs" $\{\tilde{q}_0, \tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3\}$. À partir du

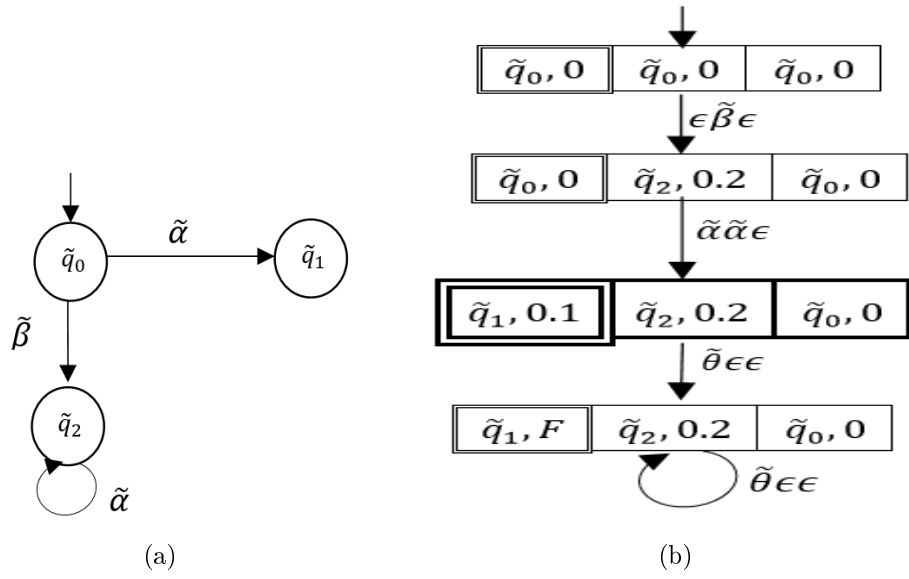


FIGURE 5.9 – (a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}_2$. (b) une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$ (case 3).

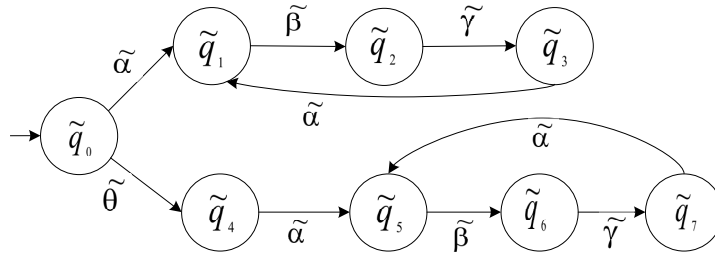


FIGURE 5.10 – Processus de traitement sur un animal [14] représenté par le SEDF $\tilde{G}_3$.

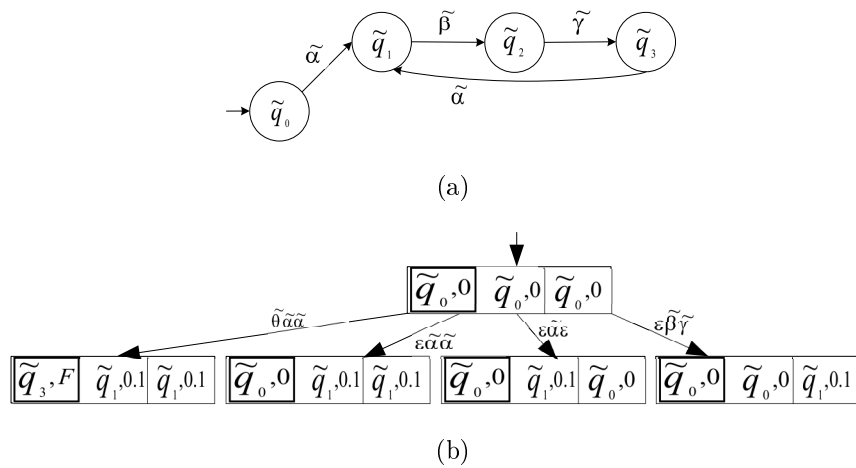


FIGURE 5.11 – (a) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}_3$. (b) une partie du co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{\theta}$.

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	γ	$\tilde{\theta}$
Observabilité	0.2	0.4	0.3	0.3
Degré de faute	0.1	0.2	0.3	0.4

TABLE 5.9 – groupe thérapeutique 1

Événement	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\beta}$	γ	$\tilde{\theta}$
Observabilité	0.3	0.4	0.2	0.6
Degré de faute	0.1	0.2	0.3	0.4

TABLE 5.10 – groupe thérapeutique 2

co-vérificateur flou par rapport à $\tilde{\theta}$ il y a plusieurs états imprédictible accessible $\{[\tilde{q}_0, 0, \tilde{q}_0, 0, \tilde{q}_0, 0], [\tilde{q}_0, 0, \tilde{q}_1, 0.1, \tilde{q}_0, 0], \dots\}$. Ainsi, l'événement d'échec (nombre élevé de globules blancs (WBC)) dans cet exemple n'est pas co-prédictible en utilisant les deux groupes thérapeutiques.

5.4.3 Exemple 3 :

Considérons un système modélisée par le système d'événements discrets flous $\tilde{G}4$ représenté sur la figure. 5.12 (a) (cet exemple est inspiré de [39]). Supposons que le système $\tilde{G}4$ est observé avec deux pronostiqueurs P_1 et P_2 donnés dans les tables 5.11 et 5.12, respectivement.

Événement	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$	$\tilde{h}$	ϵ
Observabilité	0.8	0.6	0.1	0.2	0
Degré de faute	0.5	0.2	0.3	0.6	0

TABLE 5.11 – pronostiqueur P1

Événement	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$	$\tilde{h}$	ϵ
Observabilité	0.4	0.7	0.2	0.3	0
Degré de faute	0.5	0.2	0.3	0.6	0

TABLE 5.12 – pronostiqueur P2

Maintenant, nous montrons que l'événement flou h dans $\tilde{G}4$ est prédictible en utilisant la définition de prédictibilité décentralisée floue et le co-vérificateur.

5.4.3.1 En utilisant la définition de la co-prédictibilité floue

- L'ensemble des traces fautives par rapport au pronostiqueur P_1 est $\tilde{\Psi}_{\tilde{h}} = \{\tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}\tilde{h}, \tilde{b}\tilde{a}\tilde{b}\tilde{a}\tilde{h}\}$.
- Pour $\tilde{s} = \tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}\tilde{h}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) \\ \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}\tilde{h}(\tilde{c}\tilde{h}\tilde{b})^*\} \end{cases}$$

Par définition 2.4, l'événement flou $\tilde{h}$ est prédictible dans SEDF $\tilde{G}4$ par rapport au pronostiqueur P_1 si l'ineq.(10) soit vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) = 0.6$ et $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, 4)\} = \min\{0.6\}$

Alors $(\exists n_0 = 4)(\forall n > n_0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, 4)\}$. Ainsi, la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}\tilde{h}$ est prédictible dans SEDF $\tilde{G}4$ par rapport au pronostiqueur P_1 .

— Pour $\tilde{s} = \tilde{b}\tilde{a}\tilde{b}\tilde{a}\tilde{h}$, $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}) = \tilde{b}\tilde{a}\tilde{b}\tilde{a}$. Nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) \\ \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, \infty) = \{\tilde{b}\tilde{a}\tilde{b}\tilde{a}\tilde{h}\tilde{c}(\tilde{c})^*, \tilde{b}\tilde{c}\tilde{a}\tilde{c}(\tilde{c})^*\} \end{cases}$$

En utilisant définition 2.4, l'événement flou $\tilde{h}$ est prédictible dans SEDF $\tilde{G}4$ par rapport au pronostiqueur P_1 si l'ineq.(10) soit vérifiée :

$$\tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, n)\}$$

Notez que : $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) = 0.6$ et $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, 5)\} = \min\{0.6, 0.5\}$, alors $(\forall n > n_0) \tilde{\Sigma}_f(\tilde{h}) \leq \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{w}) : \tilde{w} \in \Phi_{\tilde{h},1}(\tilde{t}, n)\}$. Ainsi, la chaîne floue $\tilde{s} = \tilde{b}\tilde{a}\tilde{b}\tilde{a}\tilde{h}$ n'est pas prédictible dans le SEDF $\tilde{G}4$ par rapport au pronostiqueur P_1 . Donc parce qu'il existe une chaîne qui n'est pas prédictible dans le SEDF $\tilde{G}4$ par rapport au pronostiqueur P_1 , l'événement flou $\tilde{h}$ n'est pas prédictible.

— Une méthode similaire à celle utilisée pour le pronostiqueur P_1 est utilisée pour les chaînes fautives par rapport au pronostiqueur P_2 . Nous obtenons que toutes les traces fautives sont prédictibles par rapport au pronostiqueur P_2 , ce qui signifie que l'événement flou $\tilde{h}$ dans le SEDF $\tilde{G}4$ est prédictible par rapport au pronostiqueur P_2 .

Maintenant, nous avons trouvé que : l'événement flou $\tilde{h}$ n'est pas prédictible par rapport au pronostiqueur P_1 mais il est prédictible par rapport au pronostiqueur P_2 . Donc, parce que pour toute trace fautive dans le SEDF $\tilde{G}4$ il y a un pronostiqueur (P_1 ou P_2) qui peut prédire l'événement flou $\tilde{h}$, alors $\tilde{h}$ est co-prédictible dans SEDF $\tilde{G}4$.

5.4.3.2 En utilisant le co-vérificateur :

Selon l'étape 1 et l'étape 2 présentées dans la Section V, le NFAP du SEDF $\tilde{G}4$ le co-vérificateur flou par rapport à respect l'événement flou $\tilde{h}$ sont montrés dans la Figure. 5.12 (b), et Figure.5.13, respectivement. Notez que dans le NFAP il y a quatre "états non-indicateurs" $\tilde{q}_0, \tilde{q}_5, \tilde{q}_{10}$ et $\tilde{q}_{11}$ et deux "états frontières" $\tilde{q}_3$ et $\tilde{q}_8$. À partir co-vérificateur de la figure 5.13, il n'existe pas d'état accessible imprédictible. Donc, d'après le Théorème 5.1 l'événement flou $\tilde{h}$ est co-prédictible dans SEDF $\tilde{G}4$.

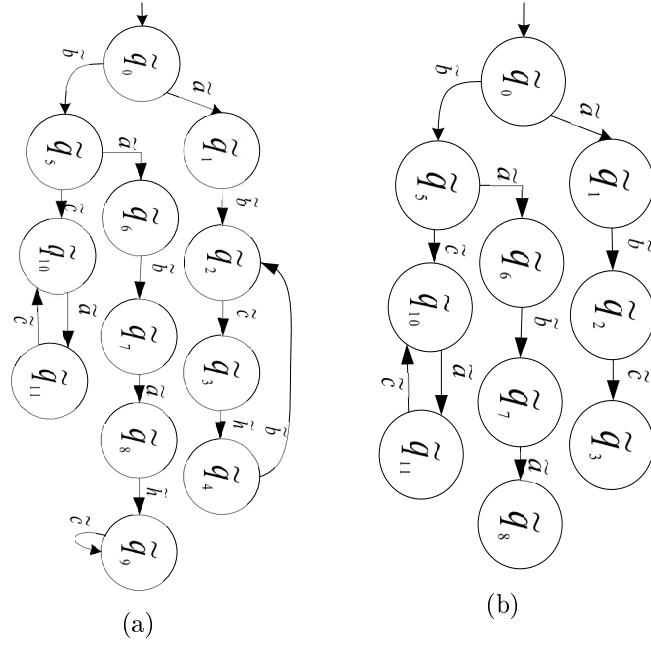


FIGURE 5.12 – (a) Le SEDF $\tilde{G}4$.(b) Le NFAP du SEDF $\tilde{G}4$ par rapport à l'événement flou $\tilde{h}$.

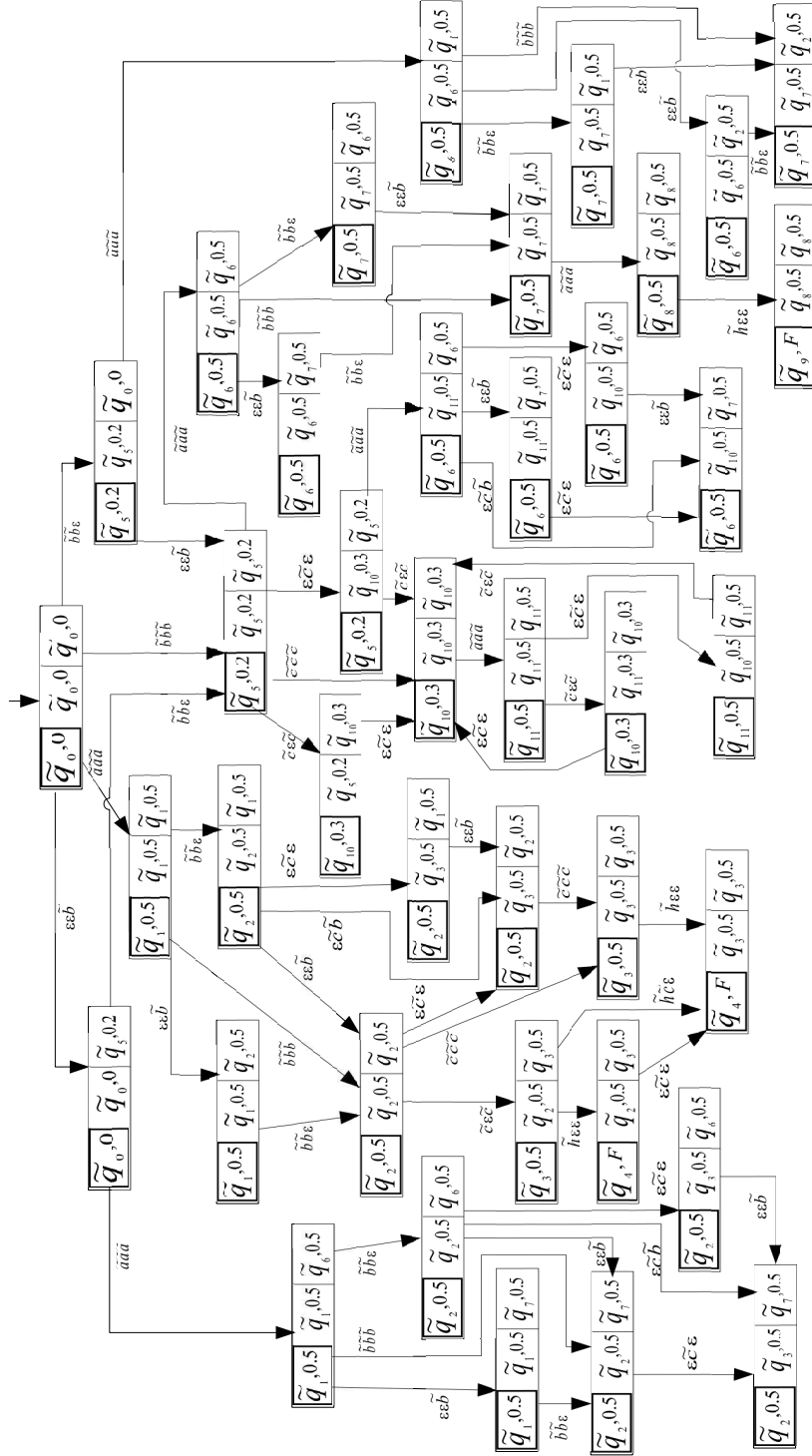


FIGURE 5.13 – Le co-vérificateur flou par rapport à l'événement flou $\tilde{h}$ dans $\tilde{G}_4$.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étendu le travail existant sur le problème de la prédictibilité décentralisée des fautes au cas des systèmes d'événements discrets flous. La notion de co-prédictibilité a été introduite dans le cadre des SEDF, et la vérification de la prédictibilité décentralisée des fautes est réalisée en construisant un co-vérificateur flou à partir d'un système flou donné. En particulier, une condition nécessaire et suffisante pour la co-prédictibilité des SEDF a été fournie. En outre, pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée, quelques exemples sont donnés, et ils ont montré que l'approche proposée peut être utilisée pour traiter le problème de prédictibilité décentralisée pour des SED non flous ainsi que des SEDF. En tant que travail futur, une autre question naturelle digne de considération est de généraliser notre approche de prédictibilité au cadre des SEDs flous distribués. Enfin, un autre problème intéressant que nous envisageons d'étudier est la prédictibilité des modèles de faute dans les SED flous où une faute n'est plus un événement unique mais plutôt un modèle, c'est-à-dire un ensemble de séquences d'événements considérés comme "anormaux".

Conclusion

5.6 Conclusion

5.6.1 Aperçu de la thèse

Dans cette thèse, nous avons traité le problème de la prédictibilité des fautes dans le cadre des systèmes à événements discrets flous. Premièrement, Nous avons présenté un état de l'art des méthodes de la diagnosticabilité et aussi de la prédictibilité, en particulier les méthodes qui sont relatives aux systèmes à événements discrets. Puis, nous avons formalisé le concept de prédictibilité floue dans les SED flous au moyen de fonctions de prédictibilité floue, qui prennent leurs valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$ plutôt que dans l'ensemble binaire $\{0, 1\}$. Ces fonctions quantifient le degré de prédictibilité d'un événement de faute sur plusieurs niveaux incluant (i) le degré de prédictibilité d'un préfixe non fautif d'un mot se terminant par un événement fautif (ii) le degré de prédictibilité d'un mot se terminant par un événement fautif; (iii) le degré de prédictibilité d'un événement fautif dans un SED flou. Le degré de prédictibilité donne une mesure précieuse pour affiner la décision sur la prédictibilité des fautes. Nous avons également montré que notre approche généralise l'approche classique de la prédictibilité dans les SED non flou. En effet, la prédictibilité des SED non flou devienne un cas particulier de notre approche.

Ensuite, nous avons montré que la propriété de prédictibilité est plus forte que la propriété de diagnosticabilité. Ce résultat est exprimé dans le cadre flou par le fait que pour un SED flou, le degré de prédictibilité de tout événement de faute est au plus égal à son degré de diagnosticabilité. Après cela, nous avons proposé une première approche pour la vérification de la prédictibilité des fautes dans les SED flous basés sur une structure d'événements discrets couramment utilisés dans la littérature. Notre proposition peut être utilisée dans la phase de conception du contexte général de pronostic des SEDs où il y a une imprécision dans leurs états, événements, et aussi observabilité.

L'importance de notre proposition vient du fait que ces types d'imperfections sont communs dans des contextes d'applications réelles où il est rare d'avoir une quantité précise et complète d'informations sur le fonctionnement du système étudié. L'évaluation des degrés de prédictibilité des différents événements de faute survenant dans le système fournit au concepteur du système des indications précieuses sur les changements possibles à effectuer sur le futur système, en fonction de la criticité de l'application et de la gravité des fautes. L'objectif étant de rendre le degré de prédictibilité d'une défaillance critique aussi élevé que possible dans la li-

mite des ressources disponibles. En effet, augmenter le degré de prédictibilité d'une panne revient souvent à utiliser des capteurs supplémentaires (ce qui peut être coûteux) afin d'augmenter son degré d'observabilité ou le degré d'observabilité d'autres événements. Ainsi, les indications fournies par les degrés de prédictibilité aident le concepteur à trouver un compromis raisonnable entre la prédictibilité globale du système et le coût nécessaire pour l'assurer.

L'inconvénient majeur de notre première approche est sa complexité exponentielle, cela nous a motivé à proposer une deuxième approche de complexité polynomiale toujours pour la vérification de la prédictibilité des SEDF appelée "approche vérificateur". Du point de vue de la complexité du calcul, le nombre d'états dans le vérificateur est polynomial par rapport au nombre d'états dans le système d'entrée. Finalement, nous avons étendu l'analyse de la prédictibilité du cadre centralisé au cadre décentralisé, pour cela nous avons proposé une approche décentralisée pour traiter les cas des systèmes de grande taille.

5.6.2 Perspectives

En tant que travail futur, un autre problème naturel digne de considération est de généraliser notre approche de prédictibilité au cadre des SEDs flous distribués. Aussi un autre travail que nous prévoyons faire est d'étudier la prédictibilité des modèles dans SEDs floue où une faute n'est plus un événement unique, mais plutôt un modèle ou motif de faute, c'est-à-dire un ensemble de séquences d'événements qui sont considérés comme "anormaux". Enfin, une autre question intéressante à considérer est l'étude de la prédictibilité dans SED représentés par des réseaux de Petri flous, aussi l'implémentation toutes ces approches sous forme des outils.

Annexe : Preuves

.1 Preuves du chapitre 3 :

Preuve de lemme 4

Démonstration. .

($\Rightarrow$) Supposons que $\tilde{q}_d \in F_D$ et C est un cycle dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ tel que C est normal ou incertain et chaque état dans C contient un état de $\tilde{G}$ étiqueté par N^μ .

Supposons aussi que C est formé par les états $\tilde{x}_{d,1}, \tilde{x}_{d,2}, \dots, \tilde{x}_{d,m}$ et les événements observables $\tilde{\sigma}_{o,1}, \tilde{\sigma}_{o,2}, \dots, \tilde{\sigma}_{o,m}$ i.e. $\tilde{\delta}_d(\tilde{x}_{d,i}, \tilde{\sigma}_{o,i}) = \tilde{x}_{d,i+1}$ pour $1 \leq i \leq m$ et $\tilde{\delta}_d(\tilde{x}_{d,m}, \tilde{\sigma}_{o,m}) = \tilde{x}_{d,1}$. Chaque état $\tilde{x}_{d,i}$ contient un état de $\tilde{G}$ (disons $\tilde{x}_i$) étiqueté par N^μ in $\tilde{G}_d$ i.e. $(\tilde{x}_i, N^\mu) \in \tilde{x}_{d,i}$. Selon le lemme 3.2, il y a un cycle dans $\tilde{G}$ impliquant les états $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m$ et $\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_m \in \tilde{E}^*$ avec $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_i) = \tilde{\sigma}_{o,i}$ pour $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, $\tilde{\delta}(\tilde{x}_i, \tilde{w}_i) = \tilde{x}_{i+1}$ pour $1 \leq i \leq m$ et $\tilde{\delta}(\tilde{x}_m, \tilde{w}_m) = \tilde{x}_1$.

Supposons que $\tilde{q}_d$ est atteint à partir $\tilde{q}_{d0}$ par $\tilde{s}_o \in \tilde{E}_d^*$. Donc il y a $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}) = \tilde{s}_o$. Prenons un état de C . Sans perdre de généralité, prenez l'état $\tilde{x}_{d,1}$. Soit $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s})$. Nous avons $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}) = \tilde{s}_o$.

Supposons que $\tilde{x}_{d,1}$ est atteint à partir $\tilde{q}_d$ par $\tilde{s}'_o \in \tilde{E}_d^*$: $\tilde{x}_{d,1} = \tilde{\delta}_d(\tilde{q}_{d0}, \tilde{s}_o \tilde{s}'_o)$. Tant que $(\tilde{x}_i, N^\mu) \in \tilde{x}_{d,i}$ pour $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ il y a $\tilde{u} \in L_{\tilde{G}}$ et $\tilde{u}' \in L_{\tilde{G}}/\tilde{u}$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}) = \tilde{s}_o$, $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}') = \tilde{s}'_o$ et $\tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{u}\tilde{u}') = \tilde{x}_1$. De plus nous avons : $\forall k \geq 1$, $\tilde{x}_1 = \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{u}\tilde{u}'(\tilde{w}_1 \dots \tilde{w}_m)^k)$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{u}'(\tilde{w}_1 \dots \tilde{w}_m)^k) = \mu$. Prenez $n_0 = \|\tilde{u}'\| + k$ et $\tilde{v} = \tilde{u}'(\tilde{w}_1 \dots \tilde{w}_m)^k$ alors :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\text{MaxPref}(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$$

($\Leftarrow$) Supposons que :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\text{MaxPref}(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$$

Prenons $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)$ et soit $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s})$. Nous avons $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Prenez $\tilde{u} \in L_{\tilde{G}}$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}) = \tilde{s}_o$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Soit $\tilde{t}_{uo}\sigma_o \in L/\tilde{t}$ avec $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{t}_{uo}) < \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_o(\sigma_o) \geq \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$ (σ_o est le premier événement observable atteinte après $\tilde{t}$). Mettez $\tilde{x}_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{q}_{d0}, \tilde{s}_o)$ si $\tilde{s}_o \neq \epsilon$ et $\tilde{x}_d = \tilde{q}_{d0}$ si $\tilde{s}_o = \epsilon$. Soit $\tilde{y}_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{x}_d, \sigma_o)$. il est clair que $\tilde{y}_d$ contient un état (y, l_y) où $l_y = F$ i.e. $\tilde{y}_d \in \tilde{Q}_d^u \cup \tilde{Q}_d^c$. Nous distinguons deux cas pour $\tilde{x}_d$:

cas i : $\tilde{x}_d \in \tilde{Q}_d^N$ (c'est le seul cas possible si $\tilde{x}_d = \tilde{q}_{d0}$) alors $\tilde{x}_d \in F_D$.

cas ii : $\tilde{x}_d \notin \tilde{Q}_d^N$ mais dans ce cas, par Lemme 3.3, il y a un état $\tilde{w}_d \in F_D$ accessible depuis $\tilde{q}_{d0}$ tel que $\tilde{x}_d$ est accessible depuis $\tilde{w}_d$.

Donc, dans tous les cas (i.e cas i ou ii) il y a un état $\tilde{q}_d \in F_D$ ($\tilde{q}_d = \tilde{x}_d$ ou $\tilde{q}_d = \tilde{w}_d$) d'où $\tilde{y}_d$ est atteint depuis $\tilde{q}_d$ par σ_o : $\tilde{y}_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{q}_d, \sigma_o)$. D'un autre côté $\tilde{v}$ peut être choisi arbitrairement long et a alors la forme : $\tilde{v} = \tilde{u}'(\tilde{w}_1...\tilde{w}_m)^k$ pour $k \geq 1$ avec $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$. Soit $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}') = \tilde{s}'_o$ et $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_1...\tilde{w}_m) = \tilde{s}''_o = \tilde{o}_1...\tilde{o}_l$, ($l \leq m$). Nous avons deux cas :

cas 1 : $\tilde{s}'_o \neq \epsilon$, alors soit $\tilde{x}'_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{x}_d, \tilde{s}'_o)$. Nous avons $\tilde{x}'_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{x}'_d, \tilde{o}_1...\tilde{o}_l)$.

cas 2 : $\tilde{s}'_o = \epsilon$, alors soit $\tilde{x}'_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{x}_d, \tilde{o}_1)$. Nous avons $\tilde{x}'_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{x}'_d, \tilde{o}_2...\tilde{o}_l\tilde{o}_1)$. Dans les deux cas : $\tilde{x}'_d = \tilde{\delta}_d(\tilde{q}_{d0}, \tilde{s}_o\tilde{s}'_o(\tilde{o}_1...\tilde{o}_l)^k)$, $k \geq 1$.

Puisque $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$, il est clair qu'il y a $(\tilde{x}_i, N^\mu) \in \tilde{x}'_d$ et $\tilde{x}'_d$ est impliqué dans le cycle C est atteint depuis $\tilde{q}_d$. selon le lemme 3.1, chaque état de C contient un état étiqueté par N^μ . ■

Preuve du théorème 1.

Démonstration. .

($\Rightarrow$) Si $\tilde{\sigma}$ est 1-prédicible alors nous avons :

$$\begin{aligned} & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ & [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) and \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) and \|\tilde{v}\| = n] \\ & \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \end{aligned} \quad (\star)$$

Par souci de contradiction, supposons que P ne soit pas valide. Donc, il y a $\tilde{q}_d \in F_D$ et il y a un cycle $C \in Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ tel que C est incertain ou normal. Cela signifie qu'il y a un état $\tilde{x}_{d,i} \in C$ contenant $(\tilde{x}_i, N^\mu)$ pour quelques $\tilde{x}_i \in \tilde{Q}$ et $\mu < 1$. Ensuite, à partir de 3.4 il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ & \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) and \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) and \|\tilde{v}\| = n \\ & and \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \end{aligned}$$

Mais cela contredit $(\star)$

($\Leftarrow$) Supposons P est valide, alors : pour tout $\tilde{q}_d \in F_D$, il n'y a que des cycles certains dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$.

Par souci de contradiction, supposons que $\tilde{G}$ n'est pas 1-prédicible i.e. $\tilde{G}$ est λ -prédicible pour quelques $0 \leq \lambda < 1$. À partir de la proposition 2.4 il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} & (\forall n_0 \in \mathbb{N})(\exists n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ & \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) et \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) et \|\tilde{v}\| = n \\ & et \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \end{aligned}$$

Mettons $\mu = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. nous $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. À partir 3.4 il s'ensuit qu'il y a $\tilde{q}_d \in F_D$ et il y a un cycle C in $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ qui est normal ou incertain (donc pas certain). Cela contredit P . ■

Preuve du théorème 2.

Démonstration. .

($\Rightarrow$) Si $\tilde{\sigma}$ est λ -prédicible dans $\tilde{G}$ alors à partir de la proposition 2.5 nous avons :

$$(i) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \\ \text{et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}))$$

$$(ii) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \\ \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}))$$

Mettez $\lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) = \mu$. Alors, $R1$ vient de (i) et lemme 3.4.

Pour montrer $R2$, supposons que μ ne soit pas minimal, i.e. $\mu' < \mu$, il y a $\tilde{q}_d \in F_D$ est un cyle C dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ tel que C est μ' -normal ou μ' -incertain. selon le lemme 3.4 il s'ensuit que :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \\ \text{et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu' < \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}))$$

Ceci contredit la condition (ii) du λ -prédicibilité.

($\Leftarrow$) Supposons que les deux conditions $R1$ et $R2$ tiennent :

$R1$: il y a $\tilde{q}_d \in F_D$, il y a un cycle C dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ qui est normal ou incertain.

$R2$: μ -normal minimal ou μ -uncertain minimal dans $Ac(\tilde{G}_d, \tilde{q}_d)$ pour tout $\tilde{q}_d \in F_D$ satisfait $\mu = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$

à partir $R1$ et lemme 3.4 nous avons :

$$(i) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \\ \text{et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}))$$

à partir $R2$ nous avons :

$$(ii) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{\Sigma}_f)(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \\ \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}))$$

à partir de (i), (ii) et la proposition 2.5 nous déduisons que $\tilde{\sigma}$ est λ -prédicible dans $\tilde{G}$. ■

.2 Preuves du chapitre 4 :

Preuve de la proposition 2.1. La preuve suit immédiatement Définition 2.5 et la définition du degré de faute d'une trace dans un langage. ■

Preuve de la proposition 2.2. La preuve suit immédiatement Définition 2.6 et les propositions 2.1, 2.3. ■

Preuve de la proposition 2.3. Soit $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s})$. D'abord on va montrer que

$(\forall \tilde{t}_1 \in \text{Pref}(\tilde{t}))(\forall n > 0)(\exists n' > n) E(\tilde{t}, n) \subseteq E(\tilde{t}_1, n')$ où $E(\tilde{t}, n) = \{\tilde{\omega} \in L_{\tilde{G}} : \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{r}, \|\tilde{v}\| = n\}$.

Soit $\tilde{t}_1 \in \text{Pref}(\tilde{t})$ et supposant que $\tilde{t} = \tilde{t}_1\tilde{s}_1$. Si $\tilde{\omega} \in E(\tilde{t}, n)$, alors :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega} &= \tilde{u}\tilde{v} \text{ où } \tilde{u} \in L_{\tilde{G}}, \tilde{v} \in L/\tilde{u}, \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n, \text{ i.e.,} \\ \tilde{\omega} &= \tilde{u}\tilde{v} \text{ où } \tilde{u} \in L_{\tilde{G}}, \tilde{v} \in L/(\tilde{u}), \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}_1)\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}_1), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \end{aligned}$$

Laissez-nous mettre $\tilde{u} = \tilde{u}_1\tilde{u}_2$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}_1) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}_1)$ et $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}_2) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}_1)$. Soit $\tilde{v}' = \tilde{u}_2\tilde{v}$ et $n' = \|\tilde{v}'\| + \|\tilde{u}_2\|$, alors nous avons :

$$\tilde{\omega} = \tilde{u}_1\tilde{v}' \text{ où } \tilde{u}_1 \in L_{\tilde{G}}, \tilde{v}' \in L/\tilde{u}_1, \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}_1) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}_1), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}_1) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}'\| = n'$$

Cela signifie que $\tilde{\omega} \in E(\tilde{t}_1, n')$ et donc, $E(\tilde{t}, n) \subseteq E(\tilde{t}_1, n')$. Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} &(\forall \tilde{t}_1 \in \text{Pref}(\tilde{t}))(\forall n > 0)(\exists n' > n) : \\ &\min \{ \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L_{\tilde{G}} \text{ et } \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t}_1, \|\tilde{v}\| = n' \} \leq \\ &\min \{ \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L_{\tilde{G}} \text{ et } \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t}, \|\tilde{v}\| = n \}, \text{ i.e.,} \end{aligned}$$

$$(\forall \tilde{t}_1 \in \text{Pref}(\tilde{t}))(\forall n > 0)(\exists n' > n), FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}_1, n') \leq FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$$

Mais à partir de la proposition 2.1 et du fait que $n < n'$, il est vrai que : $FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}_1, n) \leq FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}_1, n')$. Nous déduisons enfin que : $(\forall \tilde{t}_1 \in \text{Pref}(\tilde{t}))(\forall n > 0), FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}_1, n) \leq FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n)$.

La proposition découle alors directement de la définition 2.6. ■

Preuve de corollaire 2.1. La preuve suit immédiatement de la définition 2.7, définition 2.5 et la proposition 2.3. ■

Preuve de la proposition 2.4. $\tilde{G}$ est 1-predictable $\Leftrightarrow (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = 1$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) \min\{FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) : \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}\} = 1$$

$$(1) \Leftrightarrow (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\text{MaxPref}(\tilde{s}), n) = 1$$

$$\begin{aligned}
& \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \\
& \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L//MaxPref(\tilde{s}) \wedge \|\tilde{v}\| = n\} \\
(1) \Leftrightarrow & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) \frac{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})} = 1 \\
(1) \Leftrightarrow & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) \\
& \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L//MaxPref(\tilde{s}) \wedge \|\tilde{v}\| = n\} = \\
& \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \\
(1) & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\
& [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \\
& \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Preuve de la proposition 2.5. Soit $\tilde{G}$ un FDES. $\tilde{G}$ et $\lambda \in [0, 1[$.

$$\tilde{G} \text{ est } \lambda\text{-predictable} \Leftrightarrow (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) \quad FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, n) = \lambda \dots\dots\dots (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0) \min\{FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(\tilde{t}, n) : \tilde{t} = MaxPref(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}\} = \lambda$$

$$\begin{aligned}
(1) \Leftrightarrow & (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(H_1 \wedge H_2) \text{ où : } H_1 : (\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(MaxPref(\tilde{s}), n) = \lambda \\
& \text{and } H_2 : (\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) FP_{\tilde{\sigma}}^{(1)}(MaxPref(\tilde{s}), n) \geq \lambda
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_1 \Leftrightarrow & (\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) \\
& \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L//MaxPref(\tilde{s}) \wedge \|\tilde{v}\| = n\} = \\
& \lambda. \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_1 \Leftrightarrow & (\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(H'_1 \wedge H'_2) \text{ où :} \\
& H'_1 : (\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) \\
& [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n] \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \\
& \lambda. \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H'_2 : & (\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) \\
& [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \\
& \lambda. \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2 \Leftrightarrow & (\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) \\
& \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in L(\tilde{G}) \wedge \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v} \wedge (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L//MaxPref(\tilde{s}) \wedge \|\tilde{v}\| = n\} \geq \\
& \lambda. \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2 \Leftrightarrow & (\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) \\
& [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \\
& \lambda. \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \Leftrightarrow D_2
\end{aligned}$$

Il est facile de vérifier que :

$$\begin{aligned}
(H_1 \wedge H_2) & \Leftrightarrow (((\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(H'_1 \wedge H'_2)) \wedge D_2) \\
& \Leftrightarrow (((\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}) H'_1) \wedge D_2) \\
& \Leftrightarrow (D_1 \wedge D_2). \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Preuve de corollaire 2.2. Suit immédiatement de la proposition 2.4 et la Proposition 2.5. ■

Preuve de la proposition 2.6. Supposons que le degré de prédictabilité (ou de diagnosticabilité) de $\tilde{\sigma}$ dans $\tilde{G}$ est $\lambda = FP_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty)$ (resp. $\gamma = FG_{\tilde{\sigma}}(\tilde{G}, \infty)$), alors :

$$\gamma = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})}$$

où : $E = \{\tilde{\omega} : \tilde{\omega} \in \tilde{\Pi}^{-1}(\Pi(\tilde{s}, \tilde{s}')), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{s}'\| = \infty\}$ et

$$\lambda = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E'\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})}$$

où : $E' = \{\tilde{\omega} : \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t}, \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \|\tilde{v}\| = \infty\}$

nous avons : $E = \{\tilde{\omega} : \Pi(\tilde{\omega}) = \Pi(\tilde{s}\tilde{s}'), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{s}'\| = \infty\}$

pour tout $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$, nous mettons $\tilde{s} = \tilde{t}\tilde{t}'$ où $\tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s})$. Alors :

$E = \{\tilde{\omega} : \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, \Pi(\tilde{u}) = \Pi(\tilde{t}), \Pi(\tilde{v}) = \Pi(\tilde{t}'\tilde{s}'), \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{s}'\| = \infty\}$

puisque $\tilde{u}$ peut ou peut ne pas être fautif, E peut être écrit $E = E_1 \cup E_2$ où :

$E_1 = \{\tilde{\omega} : \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, \Pi(\tilde{u}) = \Pi(\tilde{t}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \Pi(\tilde{v}) = \Pi(\tilde{t}'\tilde{s}'), \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{s}'\| = \infty\}$. i.e., $E_1 = \{\tilde{\omega} : \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, (\tilde{u}, \tilde{v}) \in L/\tilde{t}, \Pi(\tilde{v}) = \Pi(\tilde{t}'\tilde{s}'), \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s} = \tilde{t}\tilde{t}', \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{v}'\| = \infty\}$ et $E_2 = \{\tilde{\omega} : \tilde{\omega} = \tilde{u}\tilde{v}, \Pi(\tilde{u}) = \Pi(\tilde{t}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \Pi(\tilde{v}) = \Pi(\tilde{t}'\tilde{s}'), \tilde{t} = \text{MaxPref}(\tilde{s}), \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}, \tilde{s}' \in L/\tilde{s}, \|\tilde{s}'\| = \infty\}$

Notez que, pour chaque $\tilde{\omega} \in E_2$, il est vrai que $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ puisque chaque $\tilde{\omega} \in E_2$ est de la forme $\tilde{u}\tilde{v}$ où $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Il s'ensuit que : $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E_2\} \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et donc :

$$\gamma = \frac{\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E_1\}}{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})}$$

Il est clair que $E_1 \subseteq E'$. En effet, parmi toutes les traces $\tilde{u}\tilde{v} \in E'$, E_1 contient seulement les traces où v_1 partage les mêmes observables que $\tilde{t}'\tilde{s}'$. Il s'ensuit que :

$\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E'\} < \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E_1\}$, i.e., $\min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E'\} < \min\{\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}), \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\omega}) : \tilde{\omega} \in E_1\}$ et donc : $\lambda \leq \gamma$ ■

Preuve de lemme 4.1. La preuve est faite par induction sur la séquence des événements observables. ■

Preuve de lemme 4.2. La preuve est faite par induction sur la séquence des événements observables. ■

Preuve de lemme 4.3.

($\Rightarrow$) Supposant que $\tilde{q}_v \in F_V$ et C est un cycle dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ tel que C est normal ou incertain et chaque état dans C contient un état de $\tilde{G}$ étiqueté par N^μ . Supposant que C est formé par les états $\tilde{x}_{v,1}, \tilde{x}_{v,2}, \dots, \tilde{x}_{v,m}$ et l'événement $\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2, \dots, \tilde{\sigma}_m \in \tilde{E}^*$ i.e. $\tilde{\delta}_d(\tilde{x}_{v,i}, \tilde{\sigma}_i) = \tilde{x}_{v,i+1}$ pour $1 \leq i \leq m$ et $\tilde{\delta}_v(\tilde{x}_{v,m}, \tilde{\sigma}_m) = \tilde{x}_{v,1}$. Chaque $\tilde{x}_{v,i}$ contient un état $\tilde{G}$ (disons $\tilde{x}_i$) étiqueté par N^μ in $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ i.e. $(\tilde{x}_i, N^\mu) \in \tilde{x}_{v,i}$.

Soit $\tilde{q}_v = [(\tilde{q}_1, N^{\mu_1}), (\tilde{q}_2, N^{\mu_2})] \in \tilde{\delta}(\tilde{q}_{v0}, \tilde{w}_1)$ où $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2 \in \tilde{Q}$ et $\tilde{w}_1 \in \tilde{E}^*$. Si $\tilde{q}_v \in F_V$ alors il existe $\tilde{y}_v$ et $\tilde{z}_v$, tel que $\tilde{y}_v = \tilde{\delta}(\tilde{q}'_v, \tilde{t}_{uo})$ et $\tilde{z}_v = \tilde{\delta}(\tilde{y}_v, \tilde{\sigma}_p)$ où : $\tilde{t}_{uo} \in \tilde{E}^*$, $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}_{uo}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$, $\tilde{\Sigma}_o(\tilde{t}_{uo}) < \tilde{\Sigma}_o(\tilde{\sigma})$, $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{q}'_v = [(\tilde{q}_1, N^{\mu_1}), (., .)]$ or $\tilde{q}'_v = [(\tilde{q}_1, N^{\mu_1}), (\tilde{q}_2, N^{\mu_2})]$. L'existence de $\tilde{y}_v$ et $\tilde{z}_v$ résulte de Lemme 4.1 et l'existence de $\tilde{q}'_v$ résulte de la définition de F_V .

il y a $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_1 \tilde{t}_{uo} \tilde{\sigma}_p)$. Soit $\tilde{s} = \tilde{s}_1 \tilde{\sigma}_p$ où $\tilde{s}_1 \in \tilde{E}^*$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Prendre un état du cycle C . Sans perte de généralité, prenez l'état $\tilde{x}_{v,1}$. Soit $\tilde{t} = \tilde{s}_1 = \text{MaxPref}(\tilde{s})$. let $\tilde{x}_{v,1} = [(\tilde{x}_1, N^\mu), (\tilde{x}_2, l_{x2})]$ où $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \tilde{Q}$ et $l_{x2} \in \{N^\mu, N^{\mu'}, F\}$ et supposant que $\tilde{x}_{v,1}$ est atteint à partir de $\tilde{q}_v$ par $\tilde{w}_2 \in \tilde{E}^*$: $\tilde{x}_{v,1} = \tilde{\delta}(\tilde{q}_v, \tilde{w}_2)$.

il y a $\tilde{u} \in L_{\tilde{G}}$ et $\tilde{u}' \in L_{\tilde{G}}/\tilde{u}$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_1) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{u}\tilde{u}') = \tilde{x}_1$, puisque $(\tilde{x}_1, N^\mu) \in \tilde{x}_{v,1}$ et puisque $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_1) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_1 \tilde{t}_{uo}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}_1) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t})$ alors $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t})$. Parce que il y a un cycle C dans le vérificateur $\tilde{V}_{\tilde{G}}$ formé par $\tilde{x}_{v,1}, \tilde{x}_{v,2}, \dots, \tilde{x}_{v,m}$ et événements

$\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2, \dots, \tilde{\sigma}_m \in \tilde{E}^*$, donc il existe un cycle correspondant dans $\tilde{G}$ formé par les états normaux dans $\tilde{x}_{v,i}$ pour $i = 1, \dots, m$ et une sous-séquence $\tilde{w}'_1, \dots, \tilde{w}'_{m'} \in \tilde{E}^*$ où $m' \leq m$ est un entier positif.

De plus nous avons :

$$\forall k \geq 1, \tilde{x}_1 = \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{u}\tilde{u}'(\tilde{w}'_1, \dots, \tilde{w}'_{m'})^k) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{u}'(\tilde{w}'_1, \dots, \tilde{w}'_{m'})^k) = \mu.$$

Prenez $n_0 = \|\tilde{u}'\| + k$ et $\tilde{v} = \tilde{u}'(\tilde{w}'_1, \dots, \tilde{w}'_{m'})^k$ alors :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$$

$$\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\text{MaxPref}(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$$

($\Leftarrow$) Supposant que :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) :$$

$$\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\text{MaxPref}(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$$

Laissez-nous prendre $\tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}}$ et soit $\tilde{s} = \tilde{s}_1 \tilde{\sigma}_p$ où $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{s}_1) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}_p) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. $\tilde{t} = \tilde{s}_1 = \text{MaxPref}(\tilde{s})$. nous avons $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{t}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. Prenez $\tilde{u} \in L_{\tilde{G}}$ tel que $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{s}_1)$ et $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.

Soit $\tilde{x} = \tilde{\delta}(\tilde{q}_0, \tilde{s}_1)$ et $\tilde{y} = \tilde{\delta}(\tilde{x}, \tilde{\sigma}_p)$. Il existe $\tilde{x}_v = [(\tilde{x}, N^{\mu_1}), (\tilde{x}', l'_x)]$ et $\tilde{y}_v = [(\tilde{x}, F), (\tilde{y}', l'_y)] \in \tilde{Q}_v$ tel que $\tilde{y}_v \in \tilde{\delta}_v(\tilde{x}_v, \tilde{\sigma}_p)$ où $\tilde{x}', \tilde{y}' \in \tilde{Q}$ et $l'_x, l'_y \in \{N^{\mu_3}, F\}$ alors $\tilde{x}_v \in \tilde{Q}_v^N \cup \tilde{Q}_v^U$ et $\tilde{y}_v \in \tilde{Q}_v^u \cup \tilde{Q}_v^c$. Nous distinguons deux cas pour $\tilde{x}_v$:

cas (i) : $\tilde{x}_v \in \tilde{Q}_v^N$ et $\tilde{y}_v \notin \tilde{Q}_v^N$ alors $\tilde{x}_v \in F_V$.

cas (ii) : $\tilde{x}_v \notin \tilde{Q}_v^N$ mais dans ce cas, par Lemme 4.2, il y a un état $\tilde{w}_v \in F_V$ atteignable depuis $\tilde{q}_{v0}$ tel que $\tilde{x}_v$ est accessible depuis $\tilde{w}_v$.

Donc, dans les deux cas, il y a un état $\tilde{q}_v \in F_V$ ($\tilde{q}_v = \tilde{x}_v$ ou $\tilde{q}_v = \tilde{w}_v$) à partir de laquelle $\tilde{y}_v$ est atteint à partir de $\tilde{q}_v$ par $\sigma_p : \tilde{y}_v = \tilde{\delta}_v(\tilde{q}_v, \sigma_p)$. D'un autre côté $\tilde{v}$ peut être choisi arbitrairement long et a alors le : $\tilde{v} = \tilde{u}'(\tilde{w}_1 \dots \tilde{w}_m)^k$ pour $k \geq 1$ avec $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$.

Soit $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}') = \tilde{s}'_1$ et $\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{w}_1 \dots \tilde{w}_m) = \tilde{s}''_1 = \tilde{\sigma}_1 \dots \tilde{\sigma}_l$, ($l \leq m$). Nous avons deux cas :

cas A : $\tilde{s}'_1 \neq \epsilon$ alors soit $\tilde{x}'_v = \tilde{\delta}_v(\tilde{x}_v, \tilde{s}'_1)$ nous avons : $\tilde{x}'_v = \tilde{\delta}_v(\tilde{x}'_v, \tilde{\sigma}_1 \dots \tilde{\sigma}_l)$.

cas B : $\tilde{s}'_1 = \epsilon$ alors soit $\tilde{x}'_v = \tilde{\delta}_v(\tilde{x}_v, \tilde{\sigma}_1)$ nous avons : $\tilde{x}'_v = \tilde{\delta}_v(\tilde{x}'_v, \tilde{\sigma}_2 \dots \tilde{\sigma}_l \tilde{\sigma}_1)$

Dans les deux cas : $\tilde{x}'_v = \tilde{\delta}_v(\tilde{q}_{v0}, \tilde{s}_1 \tilde{s}'_1 (\tilde{\sigma}_1 \dots \tilde{\sigma}_l)^k)$, $k \geq 1$. Depuis $\tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu$, il est clair qu'il y a $(\tilde{x}_i, N^\mu) \in \tilde{x}'_v$ et $\tilde{x}'_v$ est impliqué dans le cycle C accessible depuis $\tilde{q}_v$. à partir de la propagation de la faute dans le vérificateur, chaque état de C contient un état étiqueté par N^μ . ■

Preuve du théorème 4.1.

($\Rightarrow$) Supposant que $\tilde{\sigma}$ est 1-prédictible. Alors nous avons :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \quad (\star)$$

Par souci de contradiction, supposons que P_v ne soit pas valide. Donc, il y a $\tilde{q}_v \in F_V$ et il y a un cycle $C \in Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ tel que C est incertain ou normal. Cela signifie qu'il y a un état $\tilde{x}_{v,i} \in C$ contenant $(\tilde{x}_i, N^\mu)$ pour $\tilde{x}_i \in \tilde{Q}$ et $\mu < 1$. Puis, à partir de Lemme 4.3 nous obtenons :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

Cela contredit ($\star$)

($\Leftarrow$) Supposons que P_v est vérifié : pour tout $\tilde{q}_v \in F_V$, il n'y a que certains cycles dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$. Par souci de contradiction, supposons que $\tilde{G}$ n'est pas 1-prédictible i.e. $\tilde{G}$ est λ -prédictible pour $0 \leq \lambda < 1$. à partir de la proposition 2.4 il s'ensuit que :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda \cdot \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

Mettons $\mu = \lambda \cdot \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. nous avons $\mu < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$. à partir du lemme 4.3 il s'ensuit qu'il y a $\tilde{q}_v \in F_V$ et il y a un cycle C dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ qui est normal ou incertain (donc pas certain). Cela contredit P_v . ■

Preuve du théorème 4.2.

($\Rightarrow$) $\tilde{\sigma}$ est λ -prédictible dans $\tilde{G}$. à partir de la proposition 2.5 nous avons :

$$(i) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

$$(ii) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

Mettons $\lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) = \mu$. Alors $R1$ vient de (i) et lemme 4.3.

Pour montrer $R2$, supposons que μ n'est pas minimal, i.e il y a $\mu' < \mu$, il y a $\tilde{q}_v \in F_V$ et un cycle C dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ tel que C est μ' -normal ou μ' -incertain. Selon le Lemme 4.3 il s'ensuit que :

$$(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \mu' < \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

Ceci contredit la condition (ii) de λ -prédictabilité.

($\Leftarrow$) Supposons que les deux conditions $R1$ et $R2$ sont vérifiées :

$R1$: il y a $\tilde{q}_v \in F_V$, il y a cycle C dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ qui est normal ou incertain.

$R2$: le minimum μ -normal ou μ -incertain dans $Ac(\tilde{V}_{\tilde{G}}, \tilde{q}_v)$ pour tout $\tilde{q}_v \in F_V$ satisfait $\mu = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$.

à partir de $R1$ et lemme 4.3 nous avons :

$$(i) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\exists \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\exists \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\exists \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ et } \|\tilde{v}\| = n \text{ et } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) = \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

à partir de $R2$ nous avons :

$$(ii) \quad (\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)(\forall \tilde{s} \in \tilde{\Psi}_{\tilde{\sigma}})(\forall \tilde{u} \in L_{\tilde{G}})(\forall \tilde{v} \in L/\tilde{u}) : \\ [\tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(\tilde{u}) = \tilde{\Pi}_{\tilde{\sigma}}(MaxPref(\tilde{s})) \text{ and } \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}) < \tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma}) \text{ and } \|\tilde{v}\| = n] \Rightarrow \tilde{\Sigma}_f(\tilde{u}\tilde{v}) \geq \lambda.\tilde{\Sigma}_f(\tilde{\sigma})$$

à partir de (i), (ii) et de la proposition 2.5 nous déduisons que $\tilde{\sigma}$ est λ -prédictible dans $\tilde{G}$. ■

Preuve de corollaire 4.1. Suit immédiatement à partir du théorème 4.2. ■

Bibliographie

- [1] S. H. A. Benveniste, E. Fabre and C. Jard. Diagnosis of asynchronous discrete event systems, a net unfolding approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 48(5) :714– 727, 2003.
- [2] C. P. A. Cimatti and R. Cavada. Pformal verification of diagnosability via symbolic model checking. In *Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-03)*, pages 363–369, 2003.
- [3] G. M. A. Jayasiri and R. Gosine. Behavior coordination of mobile robotics using supervisory control of fuzzy discrete event systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern B*, 41, pages 1224–1238, 2011.
- [4] A. R. A.Aghasaryan, E.Fabre and C.Jard. Fault detection and dignosis in distributed systems : An approach by partially stochastic petri nets. *Journal of Discrete Event Dynamical Systems : Theory and Applications*, pages 203–231, 1998.
- [5] S. Bavishi and E. Chong. Automated fault diagnosis using a discrete event systems framework. In *proceedings of the 9th IEEE International Symposium on Intelligent Control*, pages 213–218, 1994.
- [6] L. B. Briones and A. Madalinski. Bounded predictability for faulty discrete event systems. In *30th International Conference of the Chilean Computer Science Society (SCCC-11)*, pages 142–146, 2011.
- [7] L. B. Briones and A. Madalinski. Distributed bounded predictability. *Jornadas Chilenas de Computacion, the 32nd International Conference of the Chilean Computer Society (SCCC), Temuco, Chile*, 2013.
- [8] Y. Cao and M. Ying. Supervisory control of fuzzy discrete event systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern B*, 35, pages 366–371, 2005.
- [9] C. G. Cassandras and S. Lafortune. *Introduction to Discrete Event Systems*. MA : Kluwer, Boston, 1999.
- [10] F. Cassez and A. Grastien. Predictability of event occurrences in timed systems. *Formal Modeling and Analysis of Timed Systems, Volume 8053 of the series Lecture Notes in Computer Science*, pages 62–76, 2013.
- [11] B. DUBUISSON. *Diagnostic et reconnaissance des formes*. Traité des Nouvelles Technologies, série Diagnostic et Maintenance, HermÃ’s Sciences, 1990.
- [12] K. L. E. Kilic. From classic observability to a simple fuzzy observability for fuzzy discrete-event systems. *Information sciences*, 187, pages 224–232, 2012.

- [13] X. L. R. M. J. C.-D. B. L. C. F. Lin, H. Ying. Fuzzy discrete event systems and its applications to clinical treatment planning. *Proco of IEEE Conf on Decision Contr*, pages 197–202, 2004.
- [14] D. Q. F. Liu. Diagnosability of fuzzy discrete-event systems : a fuzzy approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(2), pages 372–384, 2009.
- [15] Z. D. F. Liu. Decentralized diagnosis of fuzzy discrete-event systems. *European Journal of Control*, 3, pages 304–315, 2012.
- [16] L. Y. F. Nouioua, P. Dague. Probabilistic analysis of predictability in discrete event systems. In *25th Int, Workshop on Principals of Diagnosis DX 2014, graz Austria*, pages 185–194, Sep 2014.
- [17] P. D. F. Nouioua and L. Ye. Predictability in probabilistic discrete event systems. *8th International Conference on Soft Methods in Probability and Statistics (SMPS-2016). Advances in Intelligent Systems and Computing Vol. 456*, pages 381–389, 2016.
- [18] S. GENTIL. *Supervision des procÃ©s complexes*. TraitÃ© IC2, SÃ©rie systÃ©mes automatisÃ©s, 2007.
- [19] G. Lamperti and M. Zanella. Flexible diagnosis of discrete-event systems by similarity-based reasoning techniques. *Artificial Intelligence 170*, pages 232–297, 2006.
- [20] A. Grastien. Interval predictability in discrete event systems. *CoRR*, abs/1508.00683, <http://arxiv.org/abs/1508.00683>, <http://dblp.uni-trier.de/rec/bib/journals/corr/Grastien15>, 2015.
- [21] R. D. M. J. A. C.-D. C. B.-J. H. Y. H. Ying, F. Lin and L. R. Crane. A self-learning fuzzy discrete event system for hiv/aids treatment regimen selection. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.*, 37(4), pages 966–979, 2007.
- [22] R. M. J. C. D. B.-J. H. Y.-L. C. H. Ying, F. Lin. A fuzzy discrete event system approach to determining optimal hiv/aids treatment regimens. *IEEE trans on Inf. Technol. Biomed*, 10(4), pages 663–676, 2006.
- [23] J. E. Hopcroft and J. D. Ullman. *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*. Addison-Wesley, 1979.
- [24] R. K. J. Chen. Stochastic failure prognosability of discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(6), pages 1570–1581, 2015.
- [25] C. Jun and R. Kumar. Failure prognosability of stochastic discrete event systems. *American Control Conference (ACC)*, pages 2041–2046, 2014.
- [26] E. Kilic. Diagnosability of fuzzy discrete event systems. *Information sciences*, 187(3), pages 858–870, 2008.
- [27] B. KULPERS. Qualitative simulation. *Artificial Intelligence*, vol. 29, no 3, pages 289–338, 1986.
- [28] C. P. L. Console and M. Ribaud. Diagnosis and diagnosability analysis using pepa. In *Proceedings of the 14th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI00)*, 2000.
- [29] C. P. L. Console and M. Ribaud. Diagnosis and diagnosability analysis using pepa. *Artificial Intelligence 142(1)*, pages 19–51, 2002.

- [30] F. N. L. Ye, P. Dague. Predictability analysis of distributed discrete event systems. *Soft Methods for Data Science, Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Cham, 456*, pages 5009–5015, 2013.
- [31] P. D. L. Ye and F. Nouioua. Predictability analysis of distributed discrete event systems. *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5009–5015, 2013.
- [32] P. D. L. Ye and F. Nouioua. A predictability algorithm for distributed discrete event systems. *International Conference on Formal Engineering Methods*, pages 201–216, 2015.
- [33] F. Lin and Y. H. Modeling and control of fuzzy discrete event systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern B*, 32, pages 408–415, 2002.
- [34] F. Lin and H. Ying. Fuzzy discrete event systems and their observability. *Proc. Joint Int. Conf. 9th Int. Fuzzy Systems Assoc. World Congr. 20th North Amer. Fuzzy Inform. Process. Soci., vancouver, vol.3*, pages 1271–1276, 2001.
- [35] F. Liu. Polynomial-time verification of diagnosability of fuzzy discrete event systems. *SCIENCE CHINA, Information Sciences, Vol . 57, DOI : 10.1007/s11432-013-4945-z*, page 1, 2014.
- [36] F. Liu and Z. Dziong. Reliable decentralized control of fuzzy discrete event systems and a test algorithm. *IEEE Trans Cybern*, 43, pages 321–331, 2013.
- [37] L. Roze and M. O. Cordier. Diagnosing discrete event systems : extending the diagnoser approach to deal with telecommunication networks. *Journal on Discrete-Event Dynamic Systems : Theory and Applications* 12(1), pages 43–81, 2002.
- [38] Y. J. L. T. M. Chang, W. Dong. On fault predictability in stochastic discrete event systems. *Asian Journal of Control*, 15(5), pages 1458–1467, 2013.
- [39] F. S. H. L. M. Luo, Y. Li. A new algorithm for testing diagnosability of fuzzy discrete event systems. *Information sciences*, 185, pages 100–113, 2012.
- [40] F. S. H. L. M. Luo, Y. Li. A new algorithm for testing diagnosability of fuzzy discrete event systems. *Information Sciences*, 185(1), pages 100–113, 2012.
- [41] S. L. K. S. D. T. M. Sampath, R. Sengupta. Diagnosability of discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(9), pages 1555–1575, 1995.
- [42] E. S. H. G. M. Traore, E. Chatelet. Diagnosis using incomplete model in fuzzy discrete event system : Application to crisis management. *13th International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA)*, pages 432–440, 2014.
- [43] E. S. H. G. M. Traore, E. Chatelet. Fault diagnosis in fuzzy discrete event system : Incomplete models and learning. *International Journal of Prognostics and Health Management*, 6(2), pages 1–12, 2015.
- [44] M. SAYED-MOUCHAWEH. Diagnostic des systemes $\tilde{A}$ evenements discrets (sed)-etat de l’art. *TECHNIQUES DE L’INGENIEUR*, 2011.
- [45] V. C.-M. M. SAYED-MOUCHAWEH, A. PHILIPPOT. Decentralized diagnosis by boolean discrete event system model : application on manufacturing systems.

International Journal of Production Research (IJPR), vol. 46/19, pages 5469–5490, 2008.

- [46] F. Nouioua and P. Dague. A probabilistic analysis of diagnosability in discrete event systems. *18th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'08)*, pp.224-228. IOS Press. Patras, Greece, 2008.
- [47] S. L. O. Contant and D. Teneketzis. Failure diagnosis of discrete event systems : The case of intermittent faults. *In Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control (CDC-02)*, pages 4006–4011, 2002.
- [48] S. L. O. Contant and D. Teneketzis. Diagnosis of modular discrete event systems. *In Proceedings of the 7th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES-04)*, Reims, France, 2004.
- [49] S. Parsons. Current approaches to handling imperfect information in data and knowledge bases. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 8(3), pages 353–372, 1996.
- [50] Y. Pencole. Diagnosability analysis of distributed discrete event systems. *European Conference on Artificial Intelligence*, pages 43–47, 2004.
- [51] D. Qiu. Supervisory control of fuzzy discrete event systems : A formal approach. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.*, 35(1), pages 72–88, 2005.
- [52] D. Qiu. Supervisory control of fuzzy discrete event systems : A formal approach. *IEEE Trans, Syst, Man, Cybern B, Cybern.*, 35(1), pages 72–88, 2005.
- [53] D. Qiu. Fuzzy discrete-event systems under fuzzy observability and a test algorithm. *Journal IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(3), pages 578–589, 2009.
- [54] D. Qiu and F. Liu. Fuzzy discrete event systems under fuzzy observability and a test-algorithm. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 17, pages 578–589, 2009.
- [55] A. F. R. Cieslak, C. Desclaux and P. Varaiya. Supervisory control of discrete-event processes with partial observations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 33(3) :249– 260, 1988.
- [56] D. T. R. DEBOUK, S. LAFORTUNE. Coordinated decentralized protocols for failure diagnosis of discrete event systems. *Discrete Event Dynamic Systems : Theory and Applications*, vol. 10, no 1-2, pages 33–86, 2000.
- [57] G. K. I. M. R. Huq and R. G. Gosine. Behavior-modulation technique in mobile robotics using fuzzy discrete event system. *IEEE Trans. Robot.*, 22(5), pages 903–916, 2006.
- [58] G. K. I. M. R. Huq and R. G. Gosine. Distributed fuzzy discrete event system for robotic sensory information processing. *Expert Syst.*, 23(5), pages 273–289, 2006.
- [59] S. T. R. Kumar. Decentralized prognosis of failures in discrete event systems. *Ieee Transactions on Automatic Control*, 55(1), pages 48–59, 2010.
- [60] K. Rudie and J. C. Willems. The computational complexity of decentralized discrete-event control problems. *IEEE Trans. Automat Control* 40,(7), pages 1313–1319, 1995.

- [61] S. L. S. GENC. Distributed diagnosis of discrete-event systems using petri nets. *International Conference on Application and Theory of Petri Nets, Eindhoven, Netherlands*, pages 316–336, 2003.
- [62] S. L. S. Genc. Predictability of event occurrences in partially-observed discrete-event systems. *Automatica*, 45(2), pages 301– 311, 2009.
- [63] V. C. R. K. S. Jiang, Z. Huang. A polynomial algorithm for diagnosability of discrete-event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, pages 1318–1321, 2001.
- [64] M. Sayed-Mouchaweh. *Discrete Event Systems Diagnosis and Diagnosability*. SpringerBriefs in Electrical and Computer Engineering, Springer-Verlag New York Inc, New York, NY, United States, 2014.
- [65] W. W. S.H.ZAD, R.H. KWONG. Fault diagnosis in discrete event systems : framework and model reduction. *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol. 48, no 7, pages 1199–1212, 2003.
- [66] S. G. T. Jeron, H. Marchand and S. Lafortune. Predictability of sequence patterns in discrete event systems. *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea*, pages July 6–11, 2008.
- [67] S. Takai and R. Kumar. Distributed failure prognosis of discrete event systems with boundeddelay communications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(5), pages 1259–1265, 2012.
- [68] D. Thorsley and D. Teneketzis. Diagnosability of stochastic discrete-event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(4), pages 476–492, 2005.
- [69] S. L. T.S. Yoo. Polynomial-time verification of diagnosability of partially observed discrete-event systems. *IEEE Trans. Automat. Cont.*, Vol . 47, pages 1491–1495, 2002.
- [70] S. L. X. Yin. Codiagnosability and coobservability under dynamic observations : Transformation and verification. *Automatica*, 61, pages 241–252, 2015.
- [71] M. Y. Y. Cao. Observability and decentralized control of fuzzy discrete event systems. *Ieee Transactions on Automatic Control*, 14 (2), pages 202–216, 2006.
- [72] L. YE. *Optimized Diagnosability of Distributed Discrete Event Systems Through Abstraction*. Phd thesis, UNIVERSITÉ PARIS SUD 11, 2011.
- [73] M. Yokotani and S. Takai. Proc. 12th int. workshop discrete event syst. *Proc. 12th Int. Workshop Discrete Event Syst*, 2014.
- [74] S. Y.WANG, T.S.YOO. Decentralized diagnosis of discrete event systems using conditional and unconditional decisions. *In Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, 20065.
- [75] M. Y. Y.Z. Cao and G. Chen. State-based control of fuzzy discrete-event systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern B*, 37, pages 410–424, 2007.
- [76] L. A. Zadeh. Fuzzy logic computing with words. *IEEE Trans. Fuzzy Syst* 4(2), pages 103–111, 1996.
- [77] G. ZWINGELSTEIN. *Diagnostic des défaillances*. Traité des Nouvelles Technologies, série Diagnostic et Maintenance, Hermès, 1995.

ملخص :

تقوم هذه الأطروحة ببحث وتعميم دراسات قابلية التشخيص وإمكانية التنبؤ في النظم ذات الاحداث المجردة SED و بدقة $SEDF$. المساهمة الرئيسية لهذه الأطروحة هي اقتراح مقاربات جديدة للتحقق من قابلية التنبؤ في $SEDs$ غير واضحة. أولاً، أضفنا الطابع الرسمي لمفهوم قابلية التنبؤ غير الواضحة لـ $SEDF$ من خلال إدخال وظائف القدرة على التنبؤ، وهذه الوظائف تحدد درجة قابلية التنبؤ لحدوث الخطأ وتوفر مقياساً قيمياً لصقل القرار بشأن إمكانية التنبؤ بالعتل. قدمنا أيضاً مقارنة بين التشخيص غامض والقدرة على التنبؤ غير واضحة. ثم اقترحنا نهجاً يعتمد على أداة التشخيص المشوشة. إن العيب الرئيسي في نهجنا الأول هو تعقيده الأسّي، وهذا ما دفعنا إلى اقتراح مقارنة ثانية من التعقيد متعدد الحدود دائماً من أجل التحقق من قابلية التنبؤ لـ $SEDF$ المسمى "نهج التحقق". من وجهة نظر التعقيد الحسابي، يكون عدد الحالات في المدقق متعدد الحدود بالنسبة لعدد الحالات في نظام الإدخال. وأخيراً، قمنا بتوسيع تحليل قابلية التنبؤ للإطار المركزي للإطار اللامركزي، حيث اقترحنا منهجاً لامركزياً لمعالجة حالات الأنظمة الكبيرة.

مفاتيح : النظم ذات الاحداث المجردة (SED)، التشخيص، التنبؤ، قابلية التشخيص، إمكانية التنبؤ، النظم ذات الاحداث المجردة غير واضحة.

Résumé :

Cette thèse considère et généralise les études de la diagnosticabilité et la prédictibilité dans les SED et précisément les SED flou ($SEDF$). La contribution principale de cette thèse est la proposition de nouvelles approches de vérification de la prédictibilité dans les SED flou. Premièrement nous avons formalisé la notion de prédictibilité floue pour les $SEDF$ en introduisant des fonctions de prédictibilité, ces fonctions quantifient le degré de prédictibilité d'un événement de faute et donnent une mesure précieuse pour affiner la décision sur la prédictibilité des fautes. Nous avons présenté aussi une comparaison entre la diagnosticabilité floue et la prédictibilité floue. Ensuite nous avons proposé une approche basée sur le diagnostiqueur flou. L'inconvénient majeur de notre première approche est sa complexité exponentielle, cela nous a motivé à proposer une deuxième approche de complexité polynomiale toujours pour la vérification de la prédictibilité des $SEDF$ appelée "approche vérificateur". Du point de vue de la complexité du calcul, le nombre d'états dans le vérificateur est polynomial par rapport au nombre d'états dans le système d'entrée. Finalement, nous avons étendu l'analyse de la prédictibilité du cadre centralisé au cadre décentralisé, pour cela nous avons proposé une approche décentralisée pour traiter les cas des systèmes de grande taille.

Mots clé: Systèmes à événements discrets (SED), Diagnostic, Pronostic, Diagnosticabilité, Prédictibilité, Systèmes à événements discrets flous ($SEDF$).

Abstract :

This thesis considers and generalizes the studies of the diagnosticability and predictability in the DES and precisely the fuzzy DES ($FDES$). The main contribution of this thesis is the proposal of new approaches to verification of predictability in fuzzy DES s. First, we formalized the notion of fuzzy predictability for $FDES$ s by introducing predictability functions; these functions quantify the degree of predictability of a fault event and provide a valuable measure for refining the decision on fault predictability. We also presented a comparison between fuzzy diagnostics and fuzzy predictability. Then we proposed an approach based on the fuzzy diagnoser. The major disadvantage of our first approach is its exponential complexity; this motivated us to propose a second approach of polynomial complexity always for the verification of the predictability of the $SEDF$ called "verifier approach". From the point of view of computational complexity, the number of states in the verifier is polynomial with respect to the number of states in the input system. Finally, we extended the analysis of predictability of the centralized framework to the decentralized framework, for which we proposed a decentralized approach to treat the cases of large systems.

Keywords: Discrete Event Systems (DES), Diagnostics, Prognosis, Predictability, diagnosticability, Fuzzy Discrete Event Systems ($FDES$).