

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FERHAT ABBAS-SETIF1
UFAS1 (ALGERIE)

MEMOIRE

Présenté à la Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique
Pour l'Obtention du diplôme de

MAGISTER

Option : Automatique

Par

Mr : FIZI SOFIANE

THEME

**Commande Adaptative Floue des Systèmes non Linéaires
de Convergence en Temps Fini**

Soutenu le : / / 2013 devant le jury composé de :

KHEMLICHE MABROUK	Prof à l'université de Sétif	Président
HARMAS MOHAMED N .	Prof à l'université de Sétif	Rapporteur
ABDELAZZIZ MOURAD	M.C. à l'université de Sétif	Examineur
HEMSAS KAMEL EDDINE	M.C. à l'université de Sétif	Examineur

Remerciements

Le plus grand merci revient tout d'abord à <Dieu> qui, lui seul, nous a guidé dans le bon chemin durant notre vie et qui nous a donné le courage, la volonté, et la force pour élaborer ce travail de recherche.

Mes remerciements les plus distingués s'adressent à mon encadreur Monsieur HARMAS Mohamed Naguib professeur, au département d'électrotechnique de l'université de Sétif ; par son sens de l'orientation et ses conseils pour l'aboutissement et à la réussite de ce travail.

J'exprime mes profonds remerciements et mes chaleureux respects aux membres du jury ainsi qu'à tous les enseignants du département électrotechnique.

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

Mes chers parents qui m'ont beaucoup aidé.

A mes frères et sœurs.

A mes collègues du département électrotechnique de l'UFAS.

A toute ma famille et à tous mes amis

Fizi Sofiane

Sommaire

SOMMAIRE

Introduction générale.....	01
-----------------------------------	-----------

Chapitre I

Concept général de la commande par mode de glissement

I.1 Introduction.....	04
I.2 Introduction aux systèmes de réglage à structure variable.....	04
I.2.1 Historique.....	04
I.2.2 Objectif de la commande par mode glissant.....	05
I.2.3 Principe.....	05
I.3 Conception de la commande par mode de glissement.....	07
I.3.1 Choix des surfaces.....	07
I.3.2 Condition de convergence.....	08
I.3.2.1 Fonction directe de commutation.....	09
I.3.2.2 Fonction de Lyapunov.....	09
I.3.3 Calcul de la commande.....	10
I.3.3.1 Définition des grandeurs de la commande.....	10
I.3.3.2 Application de la commande.....	12
I.3.4 Elimination du phénomène de chattering.....	13
I.3.4.1 Fonction <i>Sat</i>.....	13
I.3.4.2 Fonction <i>Smooth</i>.....	14
I.4 Exemple ...	15

I.5 Application.....	18
I.5.1 Résultats de simulation.....	19
I.6 Conclusion.....	26

Chapitre II

Concept général de la commande par mode glissant terminal

II.1 Introduction.....	27
II.2 Convergence en temps fini.....	27
II.3 Concept de la commande par mode glissant terminal.....	27
II.3.1 Description du système.....	27
II.3.2 Conception de la surface de glissement.....	28
II.3.3 Calcul de la commande.....	28
II.4 Commande par mode glissant terminal rapide des systèmes SISO (FTSM).....	30
II.4.1 Etude de la stabilité.....	32
II.5 Application.....	33
II.5.1 Résultats de simulation.....	34
II.6 Conclusion.....	43

Chapitre III

Concept général de la commande adaptative floue

III.1 Généralités sur la commande adaptative.....	44
III.1.1 Introduction.....	44

III.1.2	Techniques de commande adaptative.....	44
III.1.2.1	Commande adaptative à modèle de référence.....	45
III.1.2.2	Commande auto-ajustable.....	46
III.2	Commande adaptative floue.....	47
III.2.1	Introduction.....	47
III.2.2	Principes de la logique floue.....	47
III.2.2.1	Variables linguistiques.....	47
III.2.2.2	Ensembles flous.....	49
III.2.2.3	Fonctions d'appartenance.....	50
III.2.3	Operations sur les ensembles flous.....	51
III.2.4	Structure des systèmes flous.....	53
III.2.4.1	Interface de fuzzification.....	53
III.2.4.2	Base de règles.....	54
III.2.4.3	Moteur d'inférence.....	55
III.2.4.4	Interface de défuzzification.....	56
III.2.5	Approximation floue.....	57
III.2.6	Conception du contrôleur adaptatif flou.....	58
III.2.7	Application.....	64
III.2.7.1	Résultats de simulation.....	65
III.3	Conclusion.....	75

Chapitre IV

Concept général de la commande adaptative floue par mode glissant terminal

IV.1	Introduction.....	76
IV.2	Technique de linéarisation d'entrée-sortie.....	76
IV.3	Conception de la commande adaptative floue par mode glissant terminal.....	78
IV.3.1	Base d'un système flou	78
IV.3.2	Commande adaptative floue par mode glissant... ..	78
IV.3.3	Commande adaptative floue par mode glissant terminal.....	80
IV.3.4	Loi d'adaptation.....	81
IV.4	Application.....	85
IV.4.1	Résultats de simulation.....	86
IV.5	Conclusion.....	96
	• Etude comparative.....	97
	• Conclusion générale	104

Introduction Générale

Introduction générale

Après la deuxième guerre mondiale et les progrès technologiques considérables qui ont suivi cette tragédie, l'automatique a connu un véritable essor. L'élaboration de lois de commande de systèmes a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. L'application de certaines de ces méthodes à des procédés réels a montré leur efficacité. Les systèmes à commander devenant de plus en plus complexes, les lois de commande deviennent elles-mêmes complexes et parfois difficiles à mettre en œuvre. En outre, l'obtention d'un modèle précis du procédé devient nécessaire. Les méthodes de modélisation traditionnelles s'avèrent souvent incapables de représenter le comportement global d'un système. L'automaticien est alors confronté à un problème de choix pour la construction d'une loi de commande.

La linéarisation entrée-sortie a été très utilisée en automatique non linéaire pour trouver une relation directe entre la sortie du système et son entrée afin de mettre œuvre une loi de commande [1], [2], [3]. Cependant, la complexité et la présence de fortes non linéarités, dans certains cas, ne permettent pas d'avoir une compensation exacte de ces non linéarités et ainsi obtenir les performances de poursuite désirées. De plus, la connaissance du modèle est indispensable ce qui est généralement très difficile. Pour contourner ce problème, l'approximation du modèle ou de la loi de commande peut être une alternative. Dans ce contexte, plusieurs commandes adaptatives pour des systèmes non linéaires affines dans la commande ont été présentées dans la littérature où l'approximation est assurée soit par un système flou, soit par un réseau de neurones ou un réseau d'ondelettes [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. Comme dans la commande adaptative classique, on peut distinguer deux cas : direct et indirect. Dans le cas de la loi directe, la commande est approximée par un approximateur mis à jour selon une loi d'adaptation déduite de l'étude de la stabilité. Dans le cas indirect, on approxime d'abord la dynamique du système par deux approximateurs puis on met en œuvre la loi de commande. Les lois d'adaptation sont également déduites de l'étude de stabilité au sens de Lyapunov. Cependant, ce type de commandes ne permet pas de maintenir de bonnes performances de poursuite en présence de perturbations externes.

Connu par sa robustesse et sa simplicité de mise en œuvre, le mode glissant a été largement utilisé pour commander une large classe de systèmes non linéaires [11], [12]. Il

s'agit de définir une surface dite de glissement en fonction des états du système de façon qu'elle soit attractive. La commande globale synthétisée se compose de deux termes : le premier permet l'approche jusqu'à cette surface et le second le maintien et le glissement le long de celle-ci vers l'origine du plan de phase. La commande globale ainsi construite permet d'assurer en plus des bonnes performances de poursuite, une dynamique rapide et un temps de réponse court. Cependant, cette loi de commande représente quelques inconvénients qui peuvent être résumés en deux points. Le premier réside dans la nécessité d'avoir des informations précises sur l'évolution du système dans l'espace d'état et les bornes supérieures des incertitudes et des perturbations. Or, la nature incertaine des systèmes non linéaires rend difficile si ce n'est impossible de disposer d'une description analytique de la dynamique du système. Le second inconvénient réside dans l'utilisation de la fonction signe dans la loi de commande pour assurer le passage de la phase d'approche à celle du glissement. Ceci donne lieu au phénomène de broutement qui consiste en des variations brusques et rapides du signal de commande, ce qui peut exciter les hautes fréquences du processus et l'endommager. Pour remédier à ces problèmes, plusieurs approches ont été présentées dans la littérature [13], [14], [15], [16], [17]. En effet, pour le premier inconvénient plusieurs travaux ont été focalisés sur la combinaison des modes glissants avec la commande adaptative où la dynamique du système incertain est approximée à l'aide d'un réseau de neurones, d'un système flou ou une combinaison des deux (réseau neuro-flou) [15], [16], [18]. Cependant quelques problèmes sur la convergence de l'algorithme adaptatif et les conditions de stabilités restent posés. Pour le second inconvénient, l'introduction d'une bande de transition autour de la surface de glissement pour transformer la fonction signe en saturation, peut être une solution [13]. Néanmoins, une erreur statique subsiste, et un compromis entre la largeur de la bande et les variations de la commande s'impose. D'autre approche utilisant un système flou ont été également proposées dans littérature [14].

Dans le but d'accélérer la convergence, plusieurs auteurs ont fait recours à la convergence en temps fini en développant le TSM ou mode glissant terminal. En effet, cette approche permet de réaliser de hautes performances tant en précision qu'en temps fini de convergence. Dans ce travail, nous proposons d'élaborer un contrôleur de convergence en temps fini combinant le mode glissant terminal TSM avec une approximation floue pour les systèmes non linéaires afin d'obtenir une convergence rapide et une meilleure précision.

Dans ce contexte, le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire fait l'objet de quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, on présente les concepts généraux de la commande de système à structure variable ainsi que des notions générales sur la technique des modes glissants. A partir des conditions de stabilité de Lyapunov.

Au deuxième chapitre une commande par mode glissant terminal a été proposée dans laquelle une nouvelle conception de la surface de glissement et de la commande sont utilisées.

Dans le troisième chapitre, on présente une introduction à la commande adaptative, un bref rappel sur la logique floue et de la commande floue suivi de la conception d'un contrôleur adaptatif flou indirect conçu en utilisant l'approche de la synthèse par Lyapunov. Nous intéressons uniquement aux lois d'adaptation et à l'approximation.

Nous consacrons le quatrième chapitre, à la commande adaptative floue par mode glissant terminal.

Enfin, une étude comparative entre les techniques de commande que nous avons abordées est présentée suivie d'une conclusion.

Chapitre I

Concept général de la commande par mode glissant

CHAPITRE I

Concept général de la commande par mode de glissement

I.1 Introduction

Considérons la commande des systèmes réels continus à l'aide des calculateurs en mode stabilisation ou en mode poursuite. En général, les systèmes dynamiques présentent en plus des perturbations extérieures (exemple : variation de charge manipulée), des non linéarités (exemple : frictions, hystérésis) et des perturbations paramétriques [19].

L'utilisation des algorithmes robustes (vis-à-vis de ces non linéarités et de ces perturbations) est donc souhaitables aussi bien en régulation qu'en suivi de trajectoire. Une solution réside dans les commandes à structure variable à régime glissant et à composante discontinue [20] ; [21] ; [22] ; [11].

Ces commandes à régime glissant, encore peu utilisées dans l'automatisation industrielle, permettent mieux que les commandes classiques de placer le système commandé au voisinage du fonctionnement imposé par le cahier des charges et de l'y maintenir sans modifier les paramètres de réglage c'est-à-dire les gains du correcteur.

Dans ce chapitre, seront présentés les concepts généraux de la commande de système à structure variable ainsi que des notions générales sur la technique des modes glissants.

I.2 Introduction aux systèmes de réglage à structure variable

I.2.1 Historique

Une attention considérable a été concentrée sur la commande du système non linéaire à dynamique incertaine, souvent sujet aux perturbations et aux variations paramétriques. La théorie des systèmes à structure variable et les modes glissements associés a fait l'objet d'études détaillées au cours des trente dernières années. Des contrôleurs à structure variable ont fait leur application dans la littérature soviétique (Emelyanov 1967, Utikin 1974), et ont été largement identifiés comme une approche potentielle à ce problème (Gao et Hung 1993).

Des recherches sur la commande à structure variable ont été données par Decarlo et d'autre (1998), Hung et d'autre (1993), l'action de commande force la trajectoire de systèmes à intercepter l'espace d'état intitulé surface du glissement. Les trajectoires de système sont alors confondues avec la surface de glissement durant l'utilisation des commandes à une grande vitesse de commutation. L'avantage saillant de la commande à structure variable avec le mode glissant, est la robustesse contre des changements des paramètres ou des perturbations. Le phénomène "chattering" associé à la commande par mode glissant, présente un inconvénient majeur parce qu'il peut exciter la dynamique de la commutation à haute fréquence qui le rend indésirable. Plusieurs méthodes pour réduire ce phénomène ont été proposées.

I.2.2 Objectif de la commande par mode glissant

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels:

- Synthétiser une surface $S(x, t)$, telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de poursuite, régulation et stabilité.
- Déterminer une loi de commande (commutation) $U(x, t)$ qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface.

I.2.3 Principe

Un système à structure variable (VSS) est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant. De plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure.

➤ Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

Le changement de la structure se fait par commutation au niveau de l'organe de commande, conformément à la figure représentée ci-dessous :

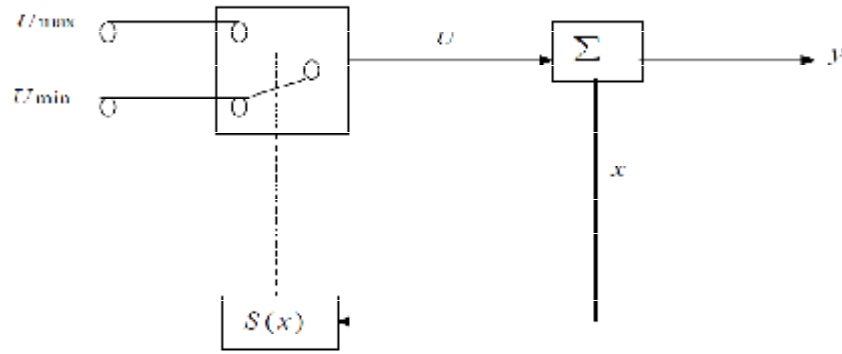


Fig. I.1. Configuration de la structure par commutation au niveau de l'organe de commande.

Dans ce cas, l'organe de commande entre deux valeurs constantes $U_{\max}$ et $U_{\min}$, selon le signe de la fonction $S(x)$, la logique de commutation est donnée par [22]:

$$f(x) = \begin{cases} U = U_{\max} & \text{Pour : } S(x) > 0 \\ U = U_{\min} & \text{Pour : } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Cette configuration correspond à un réglage à deux positions, avec une loi de commutation plus performante.

Lorsque le régime glissant est atteint, les variables d'état sont reliées entre elles par la relation : $S(x) = 0$.

➤ Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état

Le changement de la structure se fait lors de la commutation de la commande U . L'organe de commande reçoit dans ce cas une tension de commande U_{cm} qui commute rapidement entre deux valeurs variables, U_{cm1} et U_{cm2} ce qui peut provoquer de fortes sollicitations de l'organe de commande, donc, une réalisation pratique impossible.

La représentation de cette configuration est donnée par la figure ci-dessous [22].

Le système fonctionne alors en mode glissement et le comportement dynamique du système est déterminé par la condition : $S(x) = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} U = U_{cm1} = -k_1 x & \text{Pour : } S(x) > 0 \\ U = U_{cm2} = -k_2 x & \text{Pour : } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

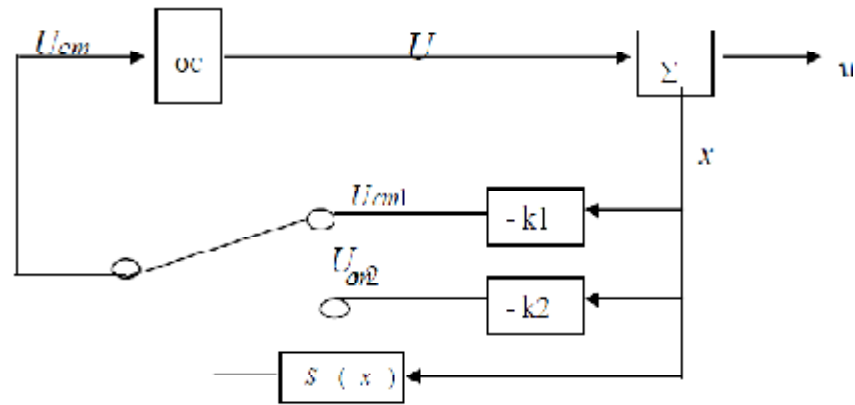


Fig. I.2. Configuration de la structure par commutation d'une contre réaction d'état variable.

I.3 Conception de la commande par mode de glissement

La conception des régulateurs par les modes de glissement prend en charge les problèmes de stabilité et des performances désirées d'une façon systématique. La mise en œuvre de cette méthode nécessite trois étapes :

- Le choix des surfaces.
- L'établissement des conditions d'existence et de convergence.
- La détermination de la loi de commande.

I.3.1 Choix des surfaces

Le choix des surfaces de glissement concerne leur nombre ainsi que leurs formes en fonction de l'application et de l'objectif visé. En général, pour un système défini par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A(x, t) + B(x, t) \cdot v(t) \quad (\text{I.3})$$

Il faut choisir " m " surfaces de glissement pour un vecteur " v " de dimension " m ". En ce qui concerne la forme de la surface, il y a deux possibilités :

- Dans le plan de phase.
- Dans l'espace d'état.

Dans notre étude, nous nous intéressons à l'étude par la méthode de traitement dans le plan de phase. La fonction de commutation est une fonction scalaire, telle que la variable à réguler glisse sur cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase [13]. Ainsi, la surface $S(x)$ représente le comportement dynamique désiré du système. J.J Slotine propose

une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable x à sa valeur de consigne [13].

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{I.4})$$

x : Variable à réguler.

$e(x)$: Ecart de la variable à réguler ($e(x)=x'-x$).

λ_x : Constante positive choisie par le concepteur.

$r-1$: Degré relatif égal au nombre de dérivation de la sortie pour faire apparaître la commande.

$S(x) = 0$ est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x)$ pour un choix convenable du gain λ_x . En d'autres termes, la difficulté revient à un problème de poursuite de trajectoire. Ce problème est équivalent à celui du problème qui consiste à amener les points représentatifs du système à rester sur la surface de glissement définie par l'équation $S(x) = 0$.

Ceci est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant une condition de convergence. La linéarisation exacte de l'écart, (**Figure I.3**), consiste à forcer l'écart à avoir une dynamique similaire à celle d'un système linéaire autonome d'ordre r .

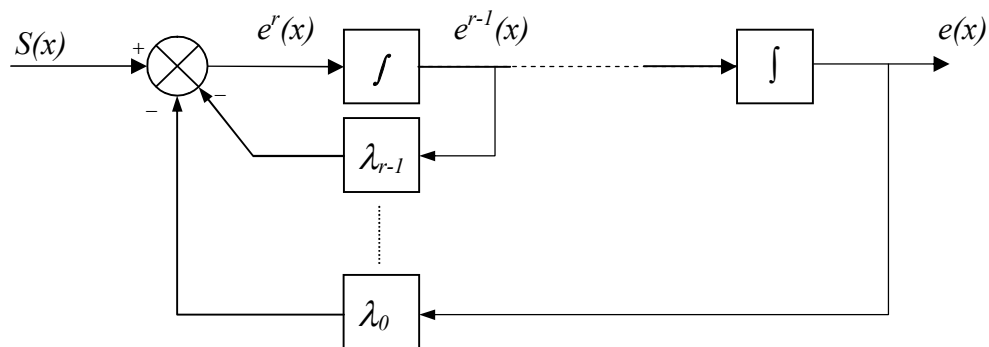


Fig. I.3. Linéarisation exacte de l'écart.

I.3.2 Condition de convergence

On réalise la condition de glissement afin de contraindre les points représentatifs de la trajectoire à rester sur la surface de glissement. Nous retenons dans la littérature deux conditions, celles-ci correspondent au mode de convergence de l'état du système.

I.3.2.1 Fonction directe de commutation

C'est la première condition de convergence. Elle a été proposée par Emilyanov et Utkin [12] et elle est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{lorsque } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{lorsque } S(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

Autrement dit nous avons :

$$\dot{S}(x) \cdot S(x) < 0 \quad (\text{I.6})$$

Dans cette condition, il faut introduire pour $S(x)$ et sa dérivée $\dot{S}(x)$ les valeurs justes à gauche ou à droite de la droite de commutation. La condition (I.6) exige que la dérivée de $S(x)$ doit aussi changer de signe lorsqu'on passe d'un côté à l'autre de la droite, ceci s'exprime par :

$$\text{Signe}(\dot{S}(x, V_{\max})) = -\text{Signe}(\dot{S}(x, V_{\min})) \quad (\text{I.7})$$

I.3.2.2 Fonction de Lyapunov

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive $V(x) > 0$ pour les variables d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction. Elle est utilisée pour estimer les performances de la commande et l'étude de la robustesse, et garantir la stabilité des systèmes non linéaires.

$$V(x) = \frac{1}{2} S(x)^2 \quad (\text{I.8})$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci est vérifié par la condition (I.6).

L'équation (I.8) explique que le carré de la distance vers la surface mesurée par $S(x)^2$, diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface des deux côtés (Figure I.4).

La condition de convergence (I.6) suppose un régime glissant idéal. Dans le cas d'un régime glissant pratique, la condition de convergence prend la forme suivante [13] :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S(x)^2 \leq -\eta |S(x)| \quad (\text{I.9})$$

η est une constante positive qui définira le temps de convergence vers la surface de glissement. La satisfaction de la condition (I.9), garantie que si la condition $x(t=0)$ n'est pas exactement vérifiée, ce qui revient à supposer que $S(t \neq 0)$ soit en dehors de $\dot{x}(t=0)$, la surface $S(x)$ sera atteinte en un temps Tr fini plus petit que :

$$Tr = \frac{S(t=0)}{\eta} \quad (\text{I.10})$$

L'idée derrière les équations (I.4 et I.5) est de choisir une fonction de l'erreur de poursuite, ensuite de sélectionner une loi de commande telle que $S(x)^2$ reste une fonction de Lyapunov pour le système en boucle fermée.

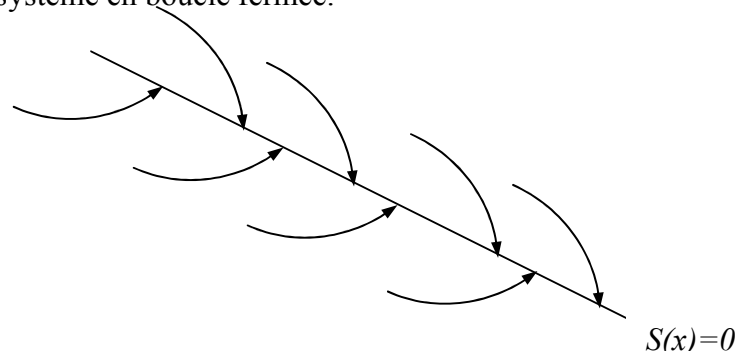


Fig. I.4. Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement.

I.3.3 Calcul de la commande

Une fois la surface de glissement choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la variable à réguler vers la surface, ensuite vers son point d'équilibre (origine du plan de phase) en maintenant la condition d'existence du mode glissant.

I.3.3.1 Définition des grandeurs de la commande

Lorsqu'il y a un régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour seul but que de maintenir les conditions de glissement, c'est à dire l'attractivité de la surface de commutation. C'est pourquoi la surface de glissement a pu être déterminée indépendamment de la commande, sur la base du système et les performances désirées comme nous l'avons mentionné, l'obtention d'un régime glissant supposerait une commande discontinue.

De ce fait, si cette composante est indispensable, elle n'empêche nullement, au contraire, qu'une partie continue lui soit adjointe pour diminuer l'amplitude de la discontinuité. La partie continue peut en effet amener à réduire autant qu'on veut la partie discontinue dans les conditions nominales, et en absence de perturbations, la partie discontinue ayant essentiellement pour but de maintenir les conditions d'attractivité. De ce fait, la structure du contrôleur comprend deux parties, une partie concernant la linéarisation exacte et l'autre stabilisante.

$$U(t) = U(t)_{eq} + U_n \quad (\text{I.11})$$

$U(t)_{eq}$ correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin. Cette commande est considérée comme la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par :

$$\dot{S}(x)=0 \quad (\text{I.12})$$

Ainsi, la commande équivalente peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier, jouant le rôle du signal de valeur efficace appliquée sur le système à commander. Ainsi, comme le montre la **(Figure I.5)**, la commande est discontinue et est commutée à fréquence élevée entre $U_{\max}$ et $U_{\min}$ et U_{eq} n'est en fait que la valeur moyenne de ce signal discontinu modulé en largeur.

La commande discontinue ou de commutation U_n est déterminée pour garantir l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfaire la condition **(I.6)**.

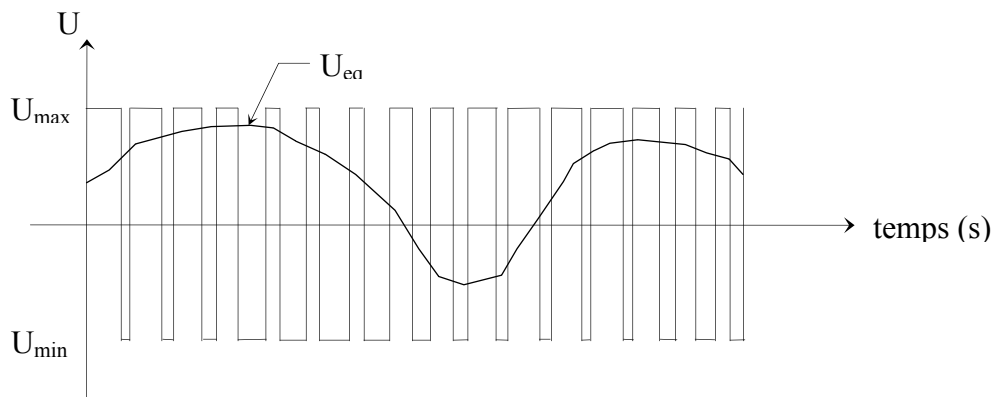


Fig. I.5. Valeur continue U_{eq} prise par la commande lors de la commutation entre $U_{\max}$ et $U_{\min}$.

I.3.3.2 Application de la commande

Nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation **(I.3)**. Nous nous occupons d'abord du calcul de la commande équivalente ensuite de la commande attractive.

$$\dot{S}(x) = \frac{ds}{dx} \frac{dx}{dt} = [A(x,t) + B(x,t) \cdot U_{eq}(t)] + \frac{ds}{dt} \cdot [B(x,t) \cdot U_n] \quad (\text{I.13})$$

Durant le mode de glissement dans le régime permanent la dérivée de la surface est nulle. Ainsi, nous aurons :

$$U_{eq} = - \left[\frac{\partial s}{\partial x} B(x,t) \right]^{-1} \left[\frac{\partial s}{\partial x} A(x,t) \right] \quad (\text{I.14})$$

$$U_n = 0$$

Durant le mode de convergence, en remplaçant U_{eq} par sa valeur dans l'équation **(I.14)**, nous obtenons la nouvelle expression de la dérivée de la surface.

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} \cdot B(x,t) \cdot U_n \quad (\text{I.15})$$

Le problème revient à trouver U_n tel que :

$$\dot{S}(x) \cdot S(x) = S(x) \cdot \frac{\partial s}{\partial x} B(x,t) U_n < 0 \quad (\text{I.16})$$

La solution la plus simple est de choisir U_n sous forme de relais (**Figure I.6**). Dans ce cas la commande U_n s'écrit comme suit :

$$U_n = k \cdot \text{Signe}(S(x)) \quad (\text{I.17})$$

En remplaçant l'expression de U_n dans **(I.16)**, on obtient :

$$\dot{S}(x) \cdot S(x) = \frac{\partial s}{\partial x} B(x,t) k |S(x)| < 0 \quad (\text{I.18})$$

Le facteur $\frac{\partial s}{\partial x} B(x,t)$ est négatif pour la classe des systèmes que nous considérons.

Le gain k est choisi positif pour satisfaire la condition **(I.18)**. Si k est choisi très petit, le temps

de réponse sera très long, et s'il est choisi très grand nous aurons de fortes oscillations de l'organe de commande qui peuvent exciter les dynamiques négligées.

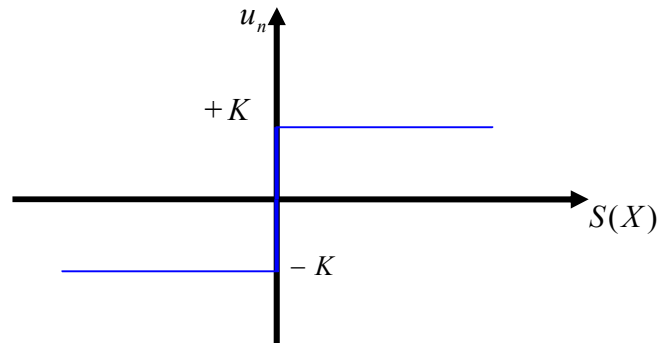


Fig. I.6. Définition de la commande *Signe*.

I.3.4 Elimination du phénomène de chattering

En mode de glissement, la commande est discontinue sur la surface de glissement, et ceci est provoqué par une commutation infiniment rapide, ce phénomène est indésirable car il ajoute à la commande un spectre de composante de haute fréquence. Pour remédier à ce problème, la fonction discontinue est remplacée par une fonction continue, ceci au voisinage de la surface de glissement, et on procédera à un lissage de la commande. Ainsi, on définira une condition d'équilibre qui doit remplacer toutes les fonctions discontinues apparaissant au voisinage de cette surface de glissement [13].

Dans le but de réduire ces oscillations, plusieurs solutions ont été apportées.

I.3.4.1 Fonction *Sat*

Les amplitudes des ondulations peuvent être atténuées en remplaçant la fonction *Signe* par une fonction de saturation *Sat* caractérisée par un ou deux seuils figure (I.7.a et I.7.b).

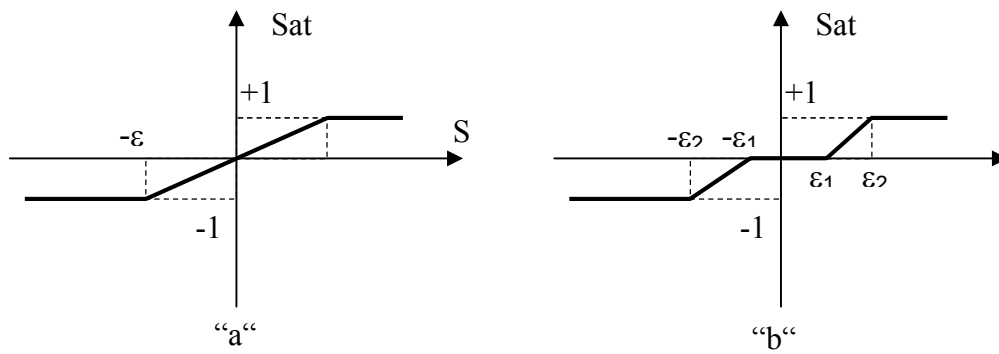
1^{ère} cas (pour un seuil)

$$\begin{cases} Sat(S) = +1 & si \quad S > \varepsilon \\ Sat(S) = \frac{S}{\varepsilon} & si \quad |S| < \varepsilon \\ Sat(S) = -1 & si \quad S < -\varepsilon \end{cases} \quad (I.19)$$

ε : Un paramètre positif très petit.

2^{ième} cas (pour deux seuils)

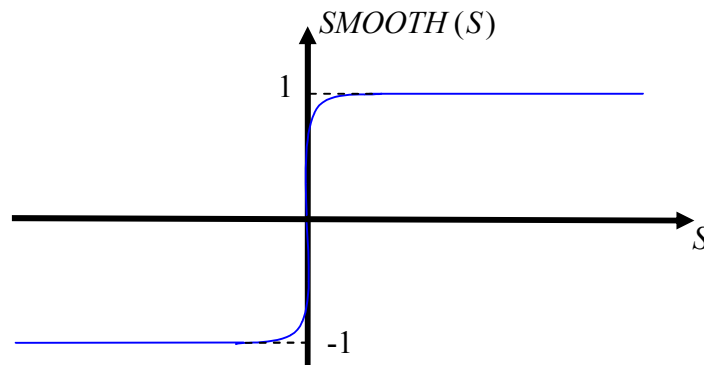
$$\begin{cases} Sat(S) = \text{Signe}(S) & \text{si } |S| > \varepsilon_2 \\ Sat(S) = \frac{S - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} & \text{si } \varepsilon_1 < |S| < \varepsilon_2 \\ Sat(S) = 0 & \text{si } |S| < \varepsilon_1 \end{cases} \quad (\text{I.20})$$

**Fig. I.7.** Représentation de la fonction *Sat*.

a: un seuil, b : deux seuils.

I.3.4.2 Fonction *Smooth*On peut aussi remplacer la fonction *Signe* par une fonction continue définie par :

$$\text{Smooth}(S) = \frac{S}{|S| + \varepsilon} \quad (\text{I.21})$$

**Fig. I.8.** Représentation de la fonction *Smooth*.

I.4 Exemple

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 3x_2 + 5u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{I.22})$$

On désire une sortie nulle, $y_m = 0$.

➤ **Choix de la surface de glissement**

On utilise la dynamique suivante

$$S = 5x_1 + x_2 \quad (\text{I.23})$$

A partir de (I.22), la dérivée de S dans (I.23) est :

$$\dot{S} = 8x_2 + 5u \quad (\text{I.24})$$

➤ **Commande par mode glissant proposée**

En utilisant l'équation (I.6), la condition de glissement devient :

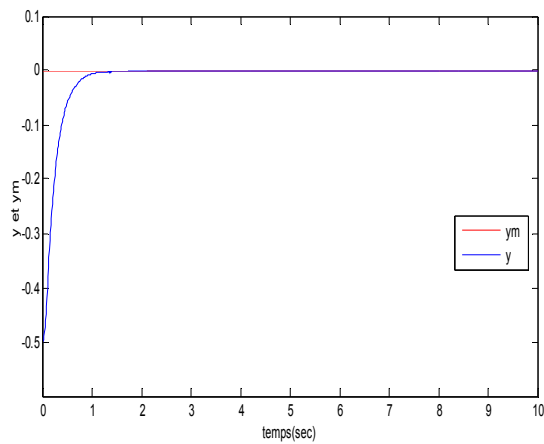
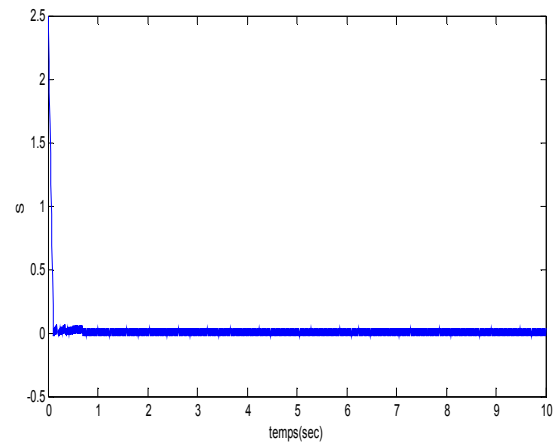
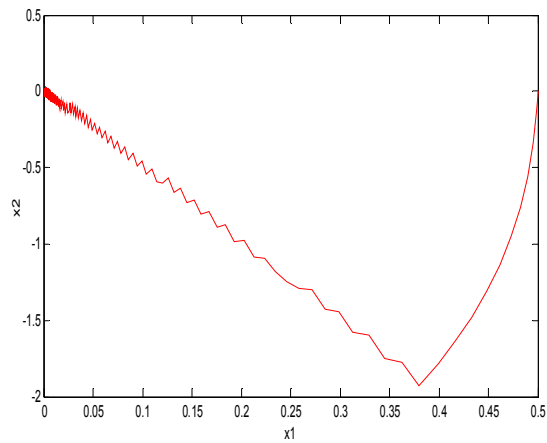
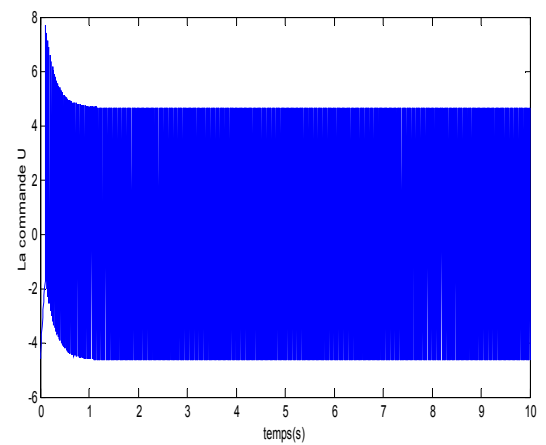
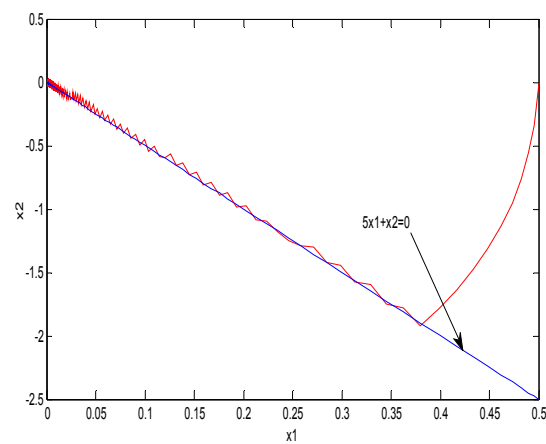
$$S\dot{S} = S(8x_2 + 5u) < 0 \quad (\text{I.25})$$

La résolution de cette inéquation, par rapport à u fournit des solutions assurant du système en régime glissant. Le bouclage

$$u = \frac{1}{5}(-8x_2 - k\text{sign}(S)) \quad (\text{I.26})$$

assure l'attractivité de la surface S.

Les résultats de simulation sont illustrés par les graphes suivants pour les conditions initiales $x(0) = (-0.5, 0)^T$

**Fig. I.9.** Évolution de la sortie.**Fig. I.10.** Variation de la surface.**Fig. I.11.** Plan de phase.**Fig. I.12.** Variation de U.**Fig. I.13.** Plan de phase et glissement.

➤ **Élimination du phénomène de chattering**

Dans l'exemple utilisé dans le paragraphe (I.23) on remplace la fonction $sign(S)$ dans (I.26) par la fonction $Sat(S)$, il en résulte pour la loi de commande l'expression :

$$u = \frac{1}{5}(-8x_2 - kSat(S)) \quad (\text{I.27})$$

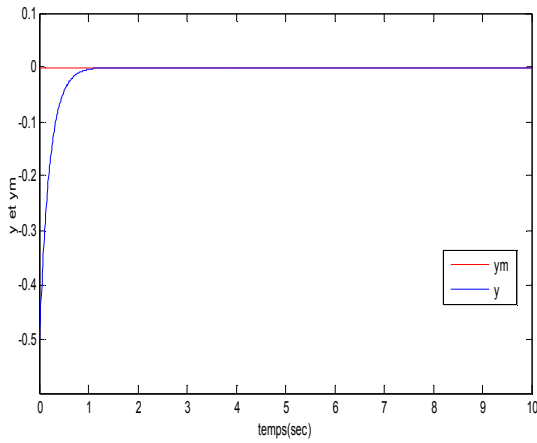


Fig. I.14. Évolution de la sortie.

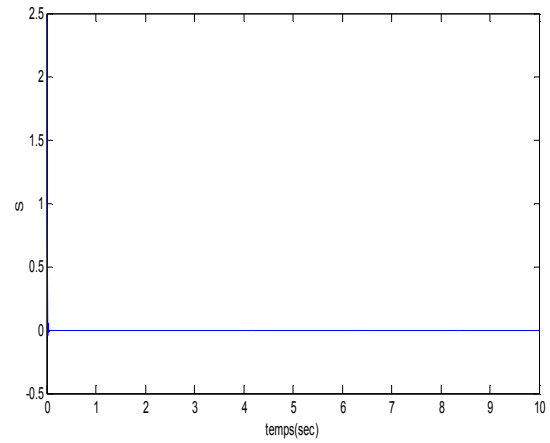


Fig. I.15. Variation de la surface.

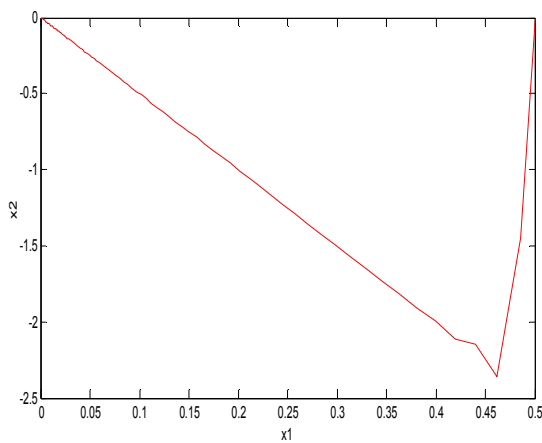


Fig. I.16. Plan de phase.

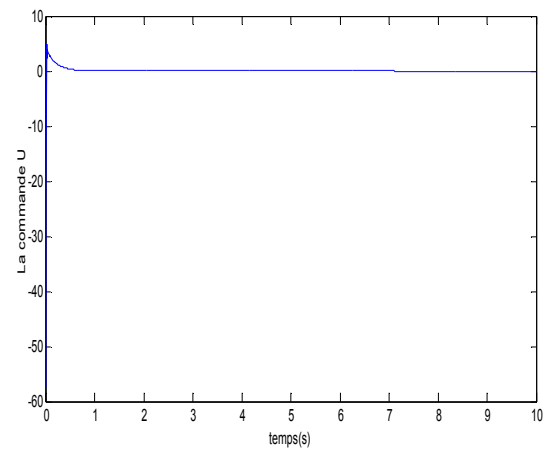


Fig. I.17. Variation de U.

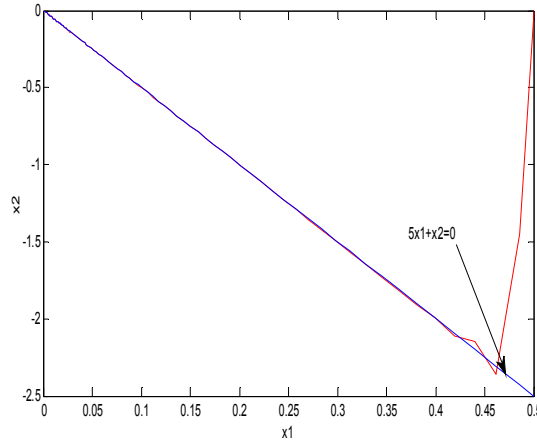


Fig. I.18. Plan de phase et glissement.

I.5 Application

On considère un moteur DC sans balai actionneur qui représente par les équations suivantes : [23]

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) = \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = \frac{-1}{\tau_m} \omega(t) + b_m u(t) + d(t) \\ y(t) = \theta(t) \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

Où $d(t)$ est la perturbation externe, τ_m est la constante de temps et b_m est le gain d'entrée comme suit.

$$\tau_m = \frac{R_m J_e}{(R_m B + K_T K_H)} \quad \text{et} \quad b_m = \frac{K_T}{R_m J_e N_m} .$$

Où : $J_e = 1.03 \times 10^{-7} \text{ Kg.m}^2$ est l'inertie équivalente, $R_m = 0.8 \Omega$ est la résistance du moteur, $B = 2.3812 \times 10^{-7} \text{ N.m.s / deg}$ est le coefficient d'amortissement visqueux.

$K_T = 0.0369 \text{ N.m / A}$ est la constante de couple par ampère, $K_H = 6.56 \times 10^{-4} \text{ V.s / deg}$ est la constante de FEM et $N_m = 262$ est le rapport de vitesse.

On choisi la surface comme suit:

$$S(t) = \lambda e_1 + e_2 \quad (\lambda > 0) \quad (\text{I.29})$$

$$\dot{S} = \lambda \dot{e}_1 + \dot{e}_2 \Rightarrow \dot{e}_2 = \dot{S} - \lambda e_2 \quad (\text{I.30})$$

$$u_n = \dot{S} = -k \text{sign}(S) \quad (\text{I.31})$$

On substitue (I.30) dans (I.31),

$$\dot{e}_2 = -k \text{sign}(S) - \lambda e_2 \quad (\text{I.32})$$

Tel que :

$$\begin{cases} e_1 = e = y_m - y \\ e_2 = \dot{e} = \dot{y}_m - \dot{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{y}_m - \ddot{y} = \ddot{y}_m + \frac{1}{\tau_m} w(t) - b_m u - d(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{b_m} \left(\ddot{y}_m + \frac{1}{\tau_m} w(t) - \dot{e}_2 - d(t) \right) \quad (\text{I.33})$$

A partir de (I.32) et (I.33), on obtient :

$$u = \frac{1}{b_m} \left(\ddot{y}_m + \frac{1}{\tau_m} w(t) + k \text{sign}(S) + \lambda e_2 - d(t) \right) \quad (\text{I.34})$$

I.5.1 Résultats de simulation

Les résultats de simulation sont illustrés par les graphes suivants pour les conditions initiales $x(0) = (0.25, 0)^T$

a) Cas de régulation $y_m(t) = 0$

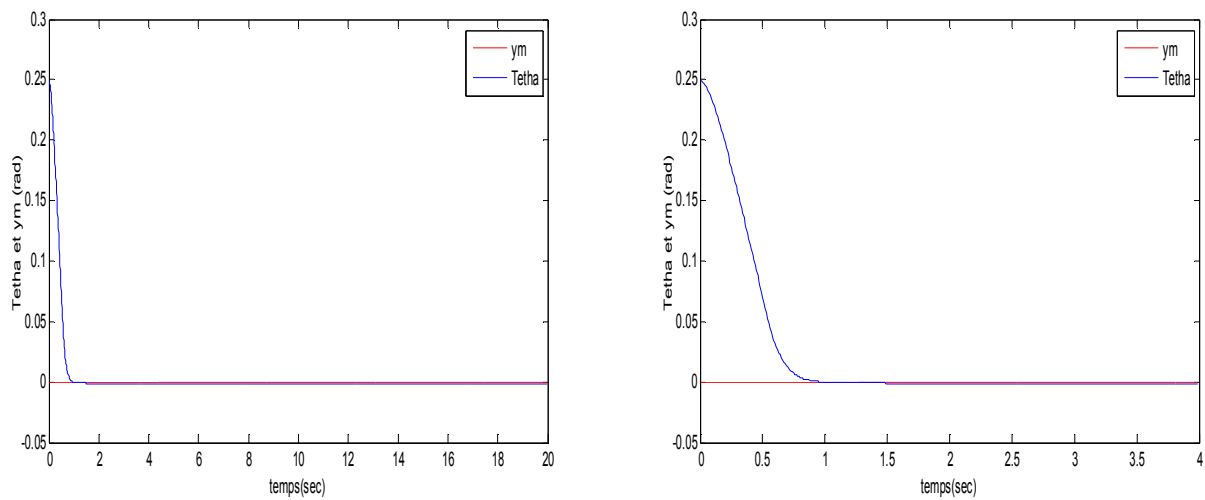


Fig. I.19. Variation de la position angulaire (rad).

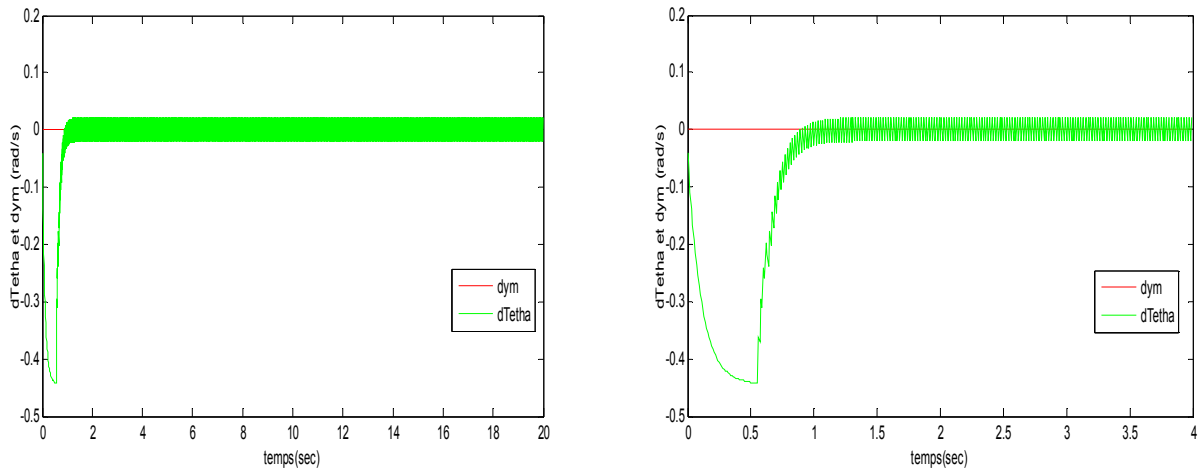


Fig. I.20. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

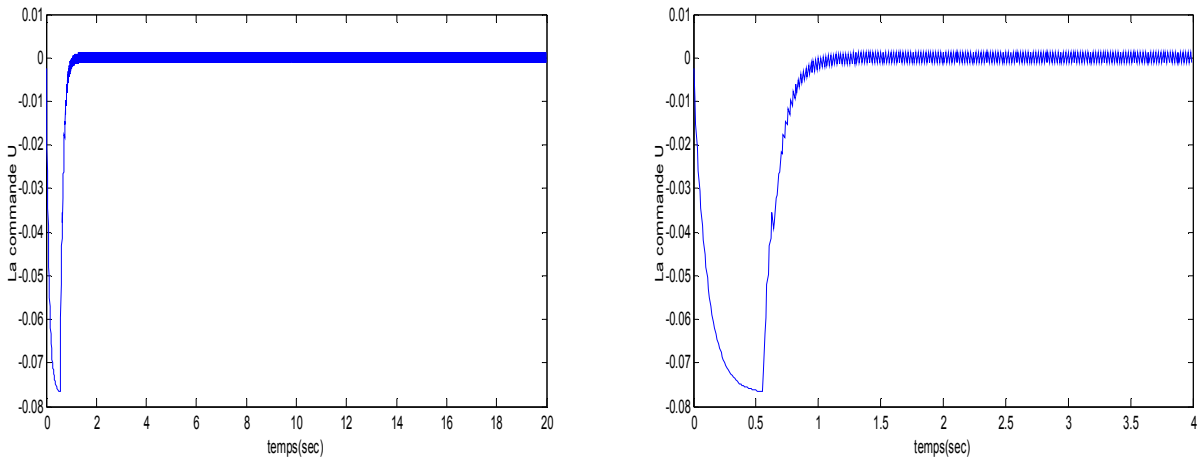


Fig. I.21. Variation de la commande U .

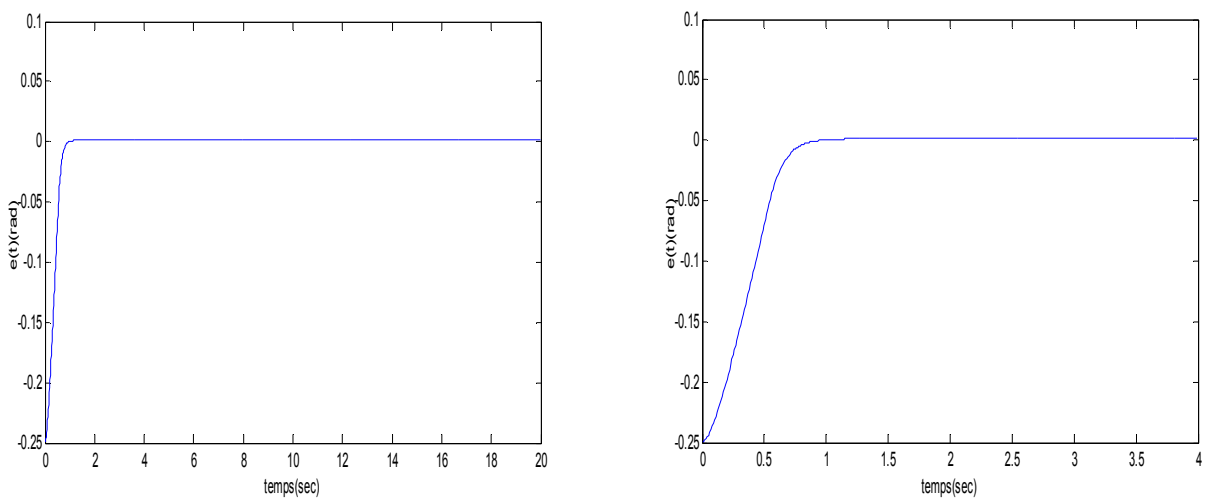


Fig. I.22. Variation de l'erreur de position.

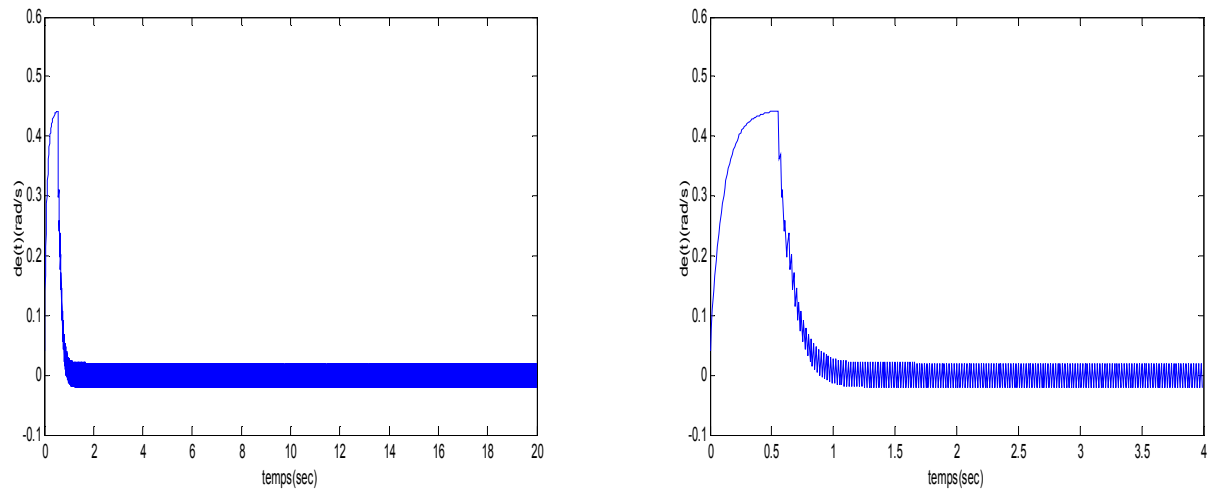


Fig. I.23. Variation de l'erreur de vitesse.

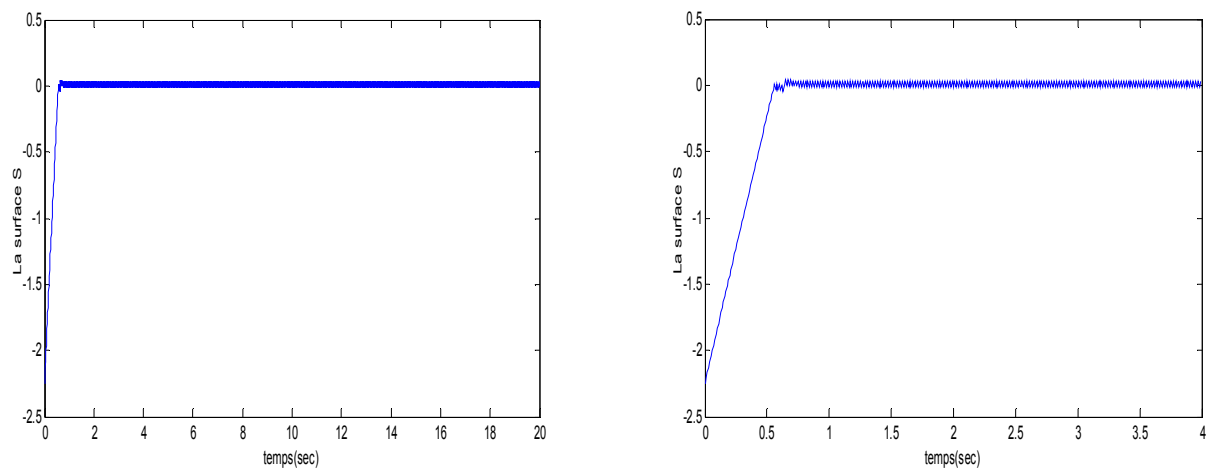


Fig. I.24. Variation de la surface S.

b) Cas de poursuite : $y_m(t) = 0.5\sin(t)$

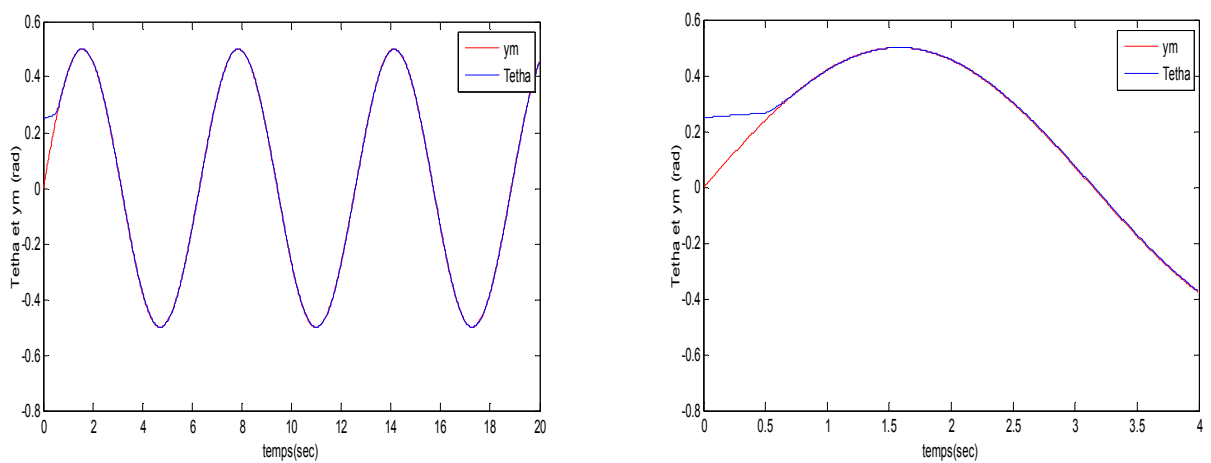


Fig. I.25. Variation de la position angulaire (rad).

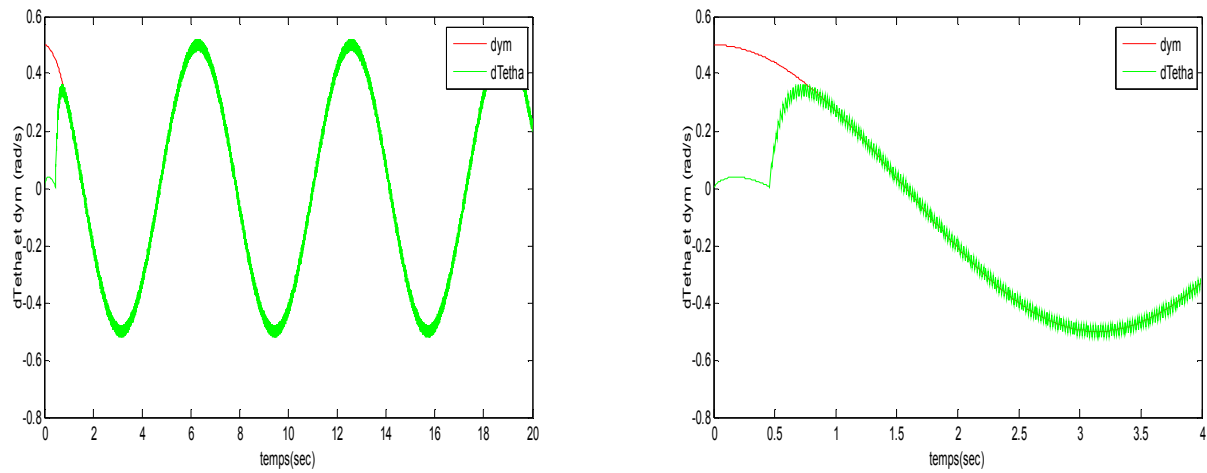


Fig. I.26. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

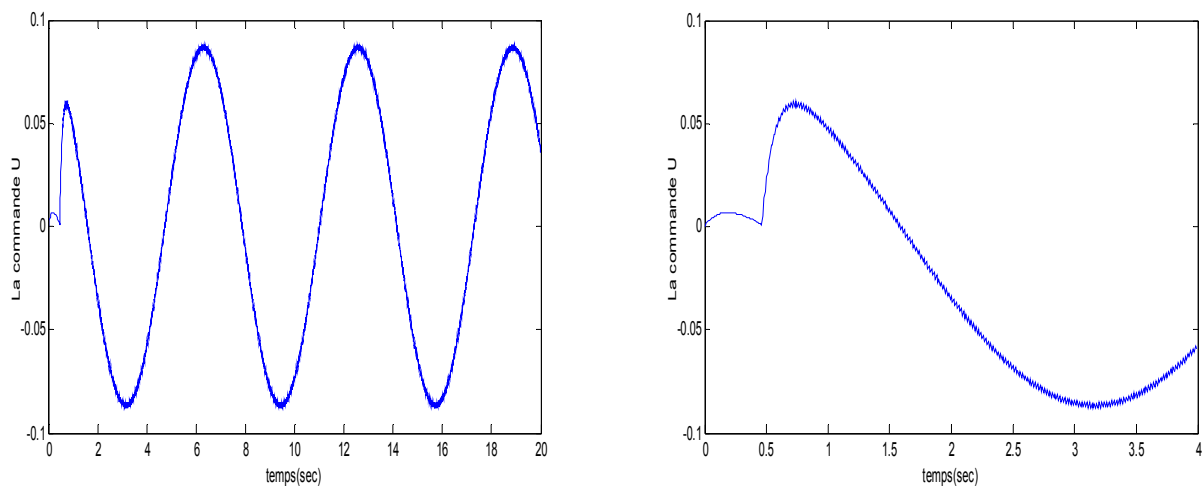


Fig. I.27. Variation de la commande U.

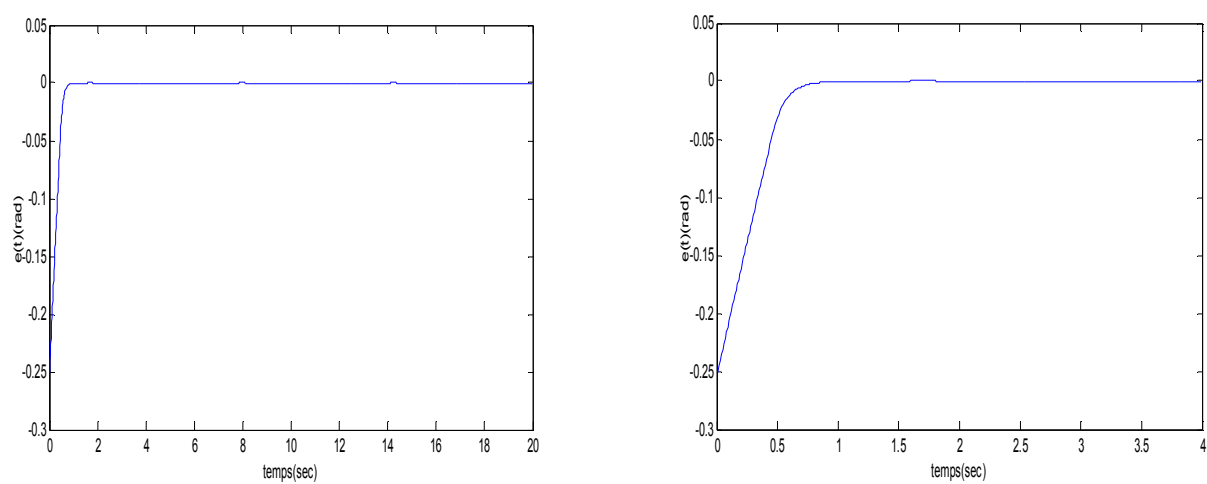
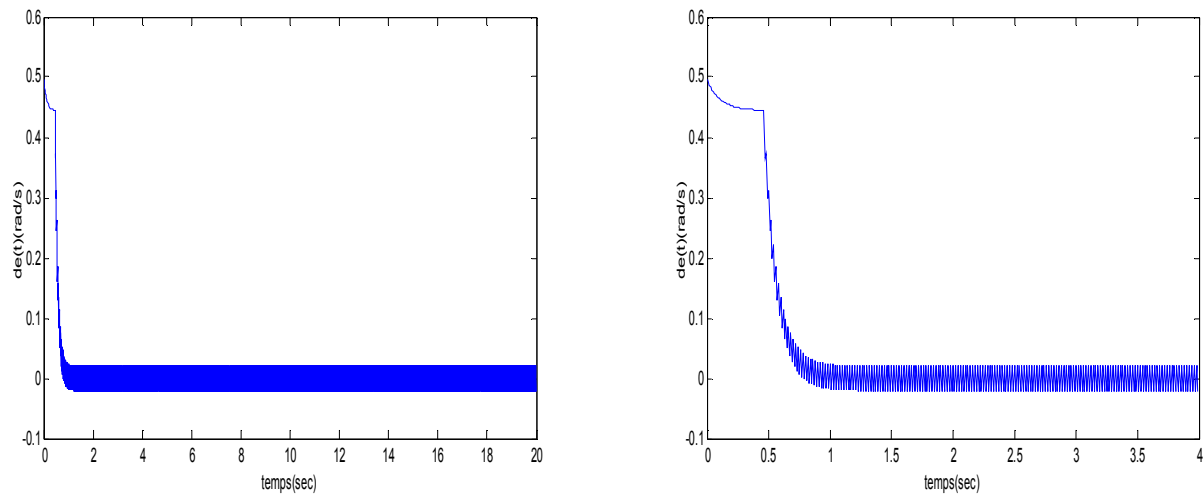
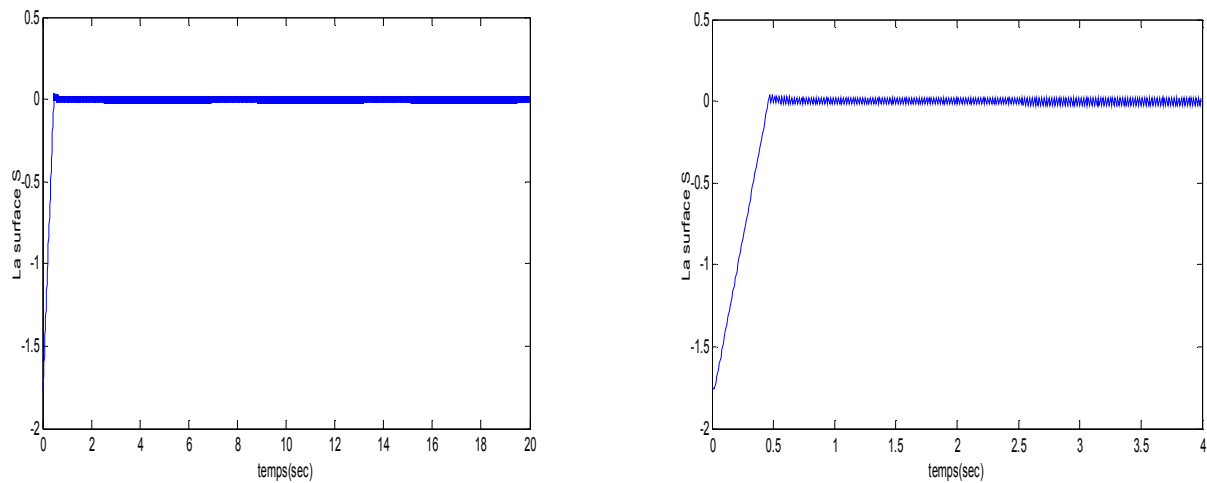
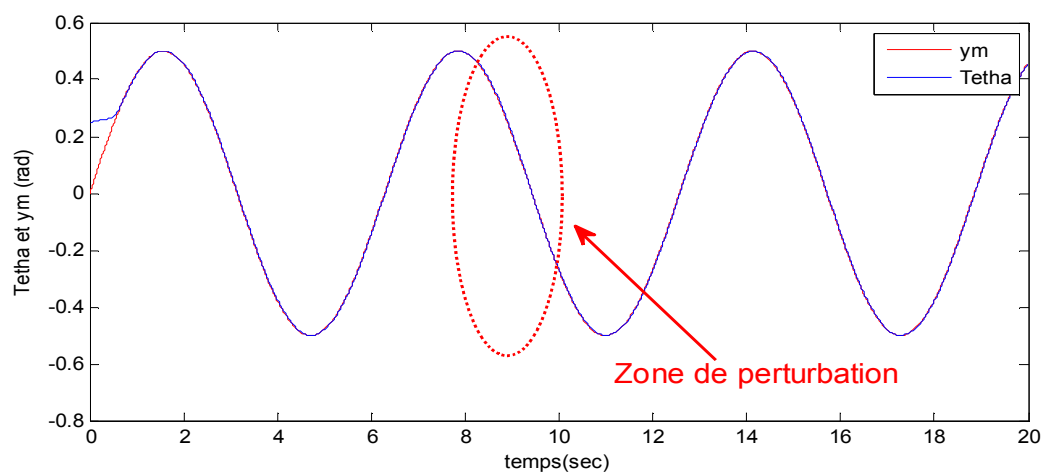


Fig. I.28. Variation de l'erreur de position.

**Fig. I.29.** Variation de l'erreur de vitesse.**Fig. I.30.** Variation de la surface S .

c) Cas d'une perturbation $d(t) = 4\sin(\pi t)$ dans $[8 \ 10]$

**Fig. I.31.** Variation de la position angulaire (rad).

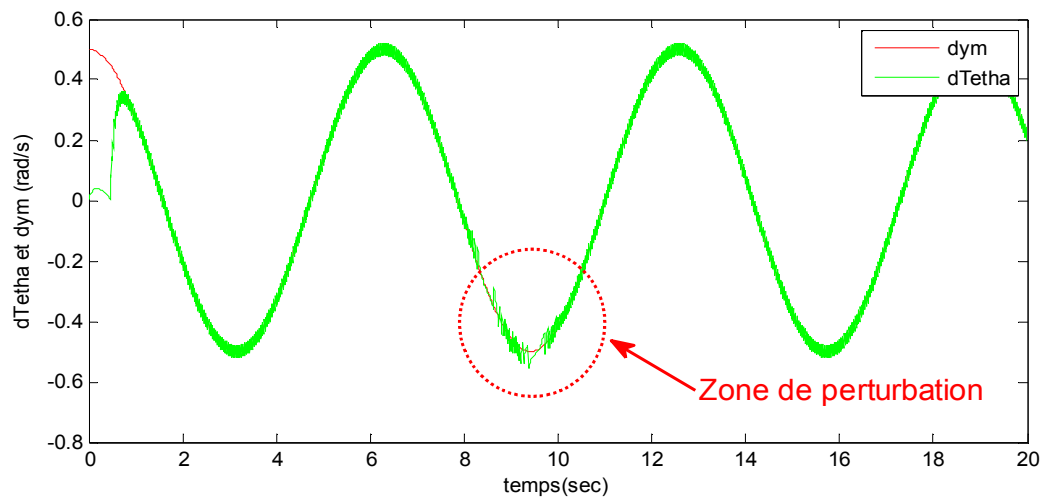


Fig. I.32. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

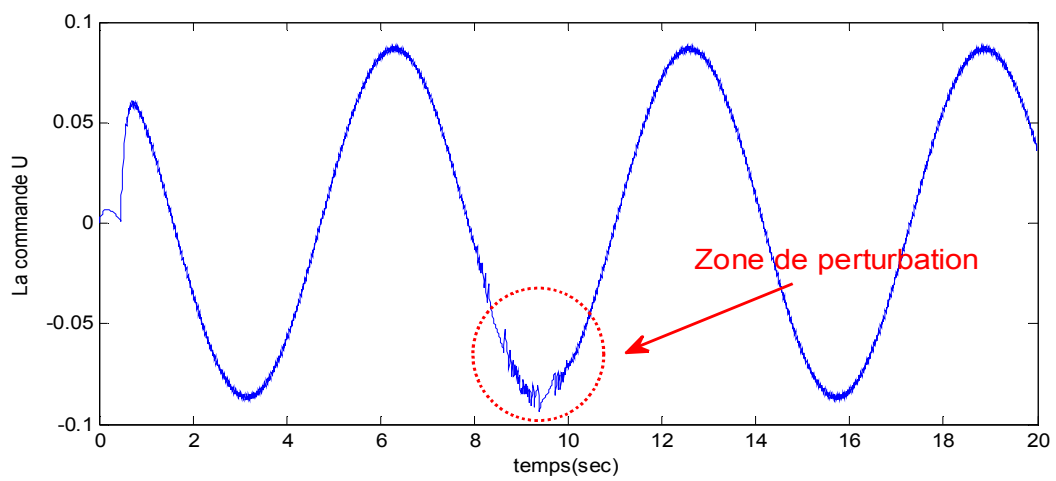


Fig. I.33. Variation de la commande U .

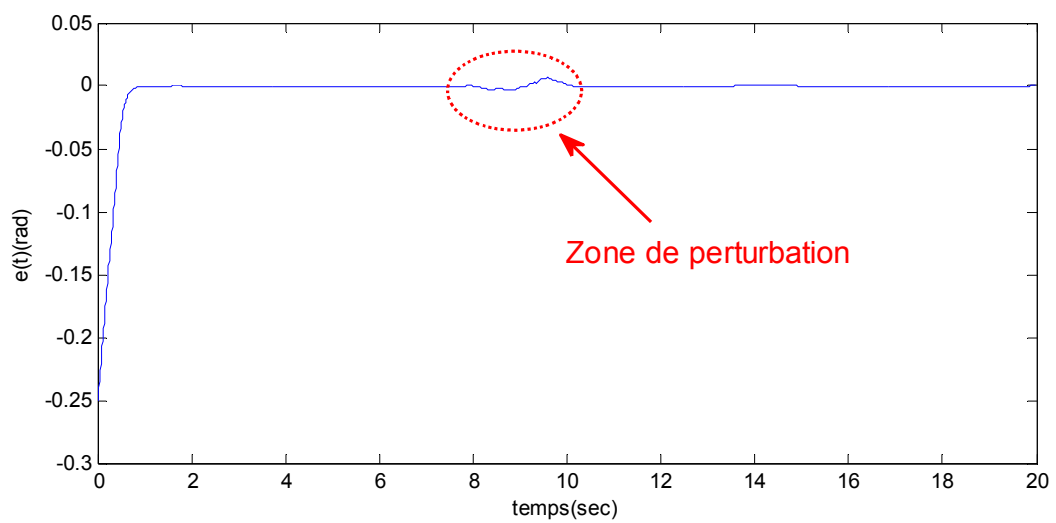


Fig. I.34. Variation de l'erreur de position.

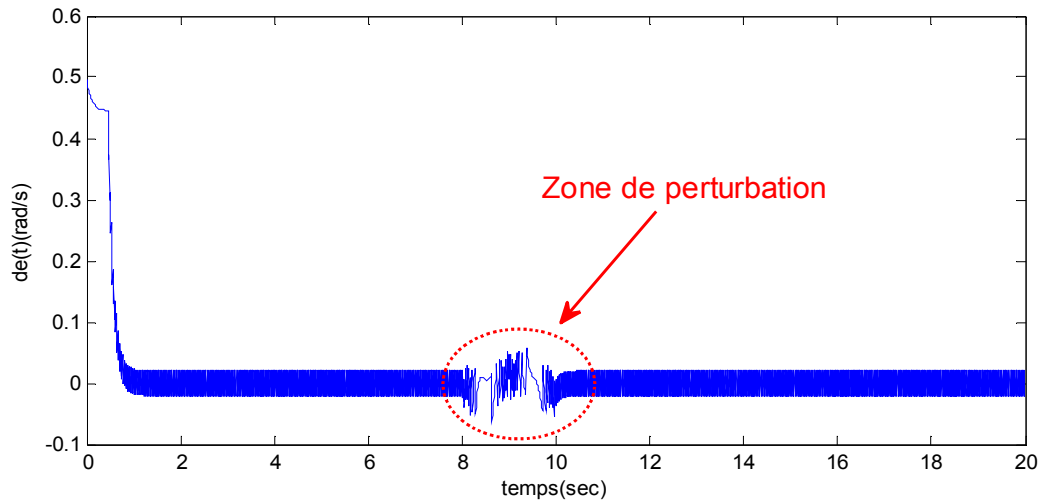


Fig. I.35. Variation de l'erreur de vitesse.

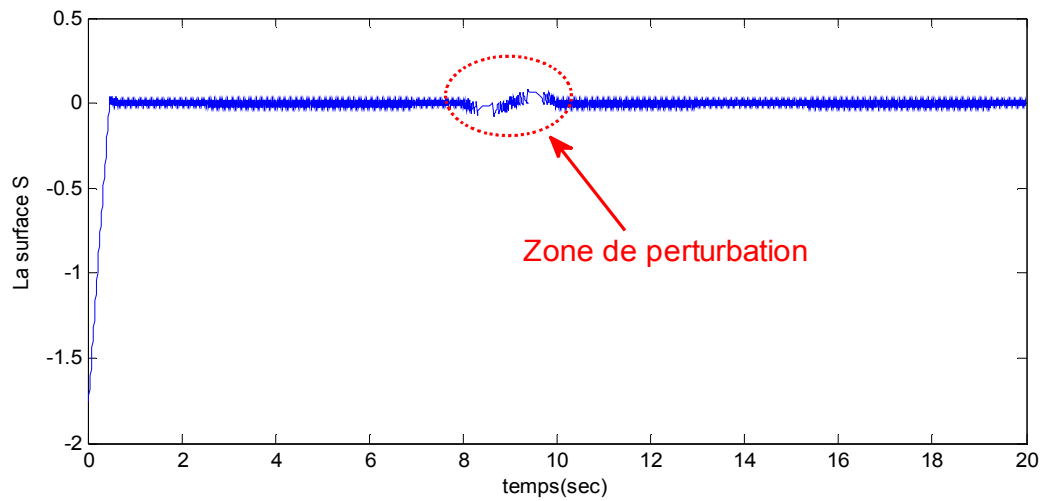


Fig. I.36. Variation de la surface S.

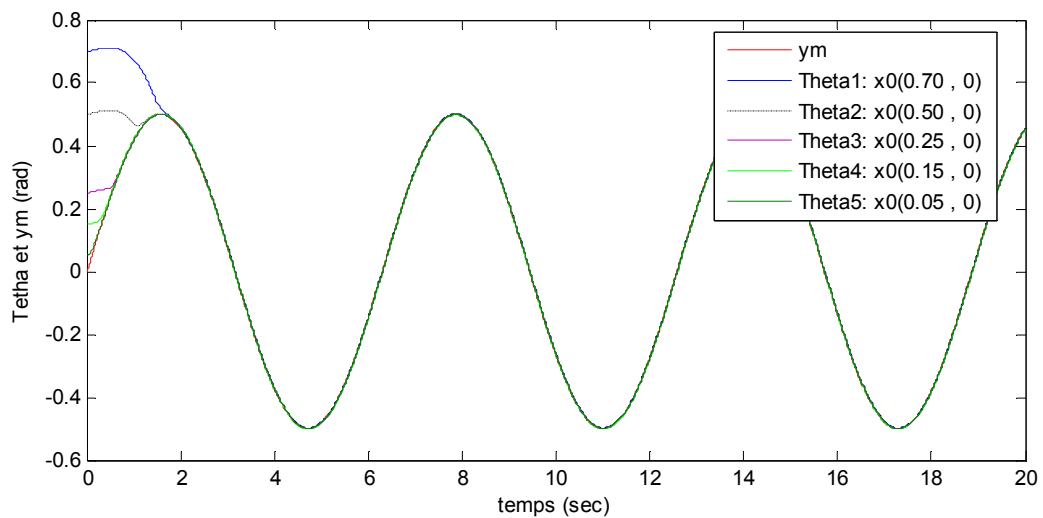


Fig. I.37. Variation de la position angulaire pour des conditions initiales différentes.

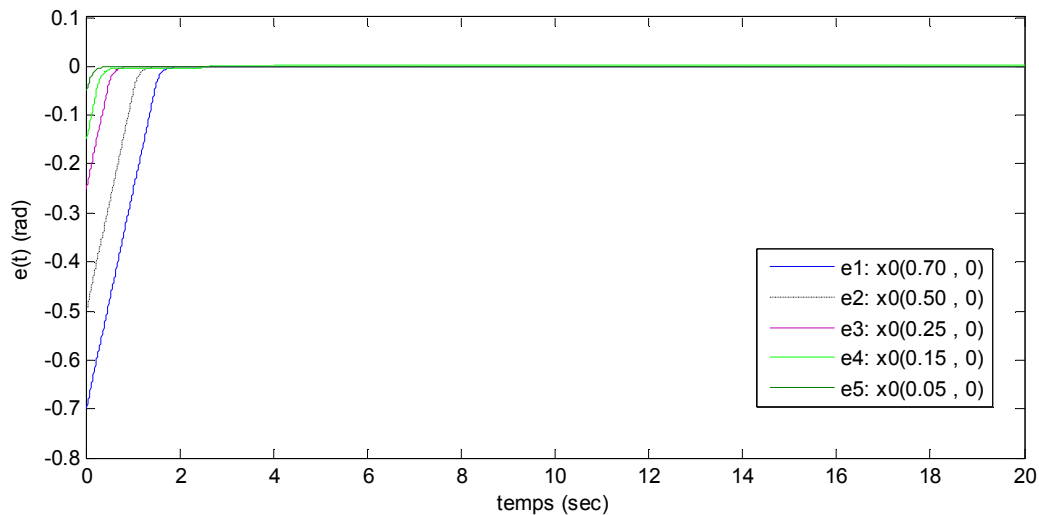


Fig. I. 38. Variation de l'erreur de position pour des conditions initiales différentes.

I.6 Conclusion

Ce chapitre est un rappel à la théorie des systèmes à structure variable et des modes glissants. La commande par mode glissant force la sortie du système à suivre le signal de référence, cette poursuite s'effectue en minimisant l'erreur d'approximation d'une part, et en assurant la stabilité du système d'autre part. La commande par mode glissant permet d'assurer en plus des bonnes performances de poursuite, une dynamique rapide et un temps de réponse court. L'avantage saillant de cette commande, est sa robustesse contre des perturbations. Pour améliorer la performance de la commande par mode glissant, la commande par mode glissant terminal est une alternative.

Chapitre II

Concept général de la commande par mode glissant terminal

CHAPITRE II

Concept général de la commande par mode glissant terminal

II.1 Introduction

Un nouvel algorithme de contrôle SMC, nommé mode glissant terminal (TSM), a été récemment étudié pour améliorer davantage la performance de contrôle [24], [25]. En comparaison avec l'hyperplan linéaire à base de modes glissants, TSM offre des propriétés supérieures telles que : rapidité et convergence en temps fini. Ce contrôleur est particulièrement utile dans le traitement de haute précision, car il accélère, dans le cas des systèmes non linéaires incertains, d'ordre deux ou supérieur, le taux de convergence près du point d'équilibre choisi [24], [25].

II.2 Convergence en temps fini

Le traitement avec une poursuite en temps fini n'a seulement pas pour but, d'améliorer les performances du système, mais il rend aussi les propriétés de stabilité plus fortes. Il n'a donc pas seulement un intérêt théorique premier, mais il fait également appel aux implications pratiques : il assure par exemple que la tâche est faite exactement comme désirée, c'est à dire d'une manière robuste.

Une question pertinente se pose ainsi sur la possibilité d'obtenir ce contrôleur sous certaines contraintes physiques, telle que par exemple la continuité et pas l'illimité de la commande d'entrée. Dans ce chapitre, nous nous occupons de ce problème et nous proposons une solution réalisable dans la commande par mode glissant terminal [26].

II.3 Conception de la commande par mode glissant terminal

La conception de la commande par mode glissant terminal est basée sur le choix particulier de la surface de glissement et la détermination d'une loi permettant de conduire l'état du système à rester sur cette surface.

II.3.1 Description du système

Considérant une classe des systèmes non-linéaires d'ordre deux sous la forme suivante [27] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x, t) + g(x, t)u(t) + d(x, t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

où $x = [x_1, x_2]^T$ est le vecteur d'état du système. $f(x, t)$ et $g(x, t)$ sont des fonctions continues. $d(x, t)$ est une perturbation externe.

II.3.2 Conception de la surface de glissement

On définit une surface de glissement comme suit [28] :

$$S = x_2 + \beta x_1^{q/p} \quad (\text{II.2})$$

où $\beta > 0$ et p, q sont des nombres entiers impairs positifs vérifiant $p > q$.

La dérivée de S dans (II.2) :

$$\dot{S} = \dot{x}_2 + \beta \frac{q}{p} x_1^{(q-p)/p} \dot{x}_1 \quad (\text{II.3})$$

II.3.3 Calcul de la commande

La condition suffisante pour l'existence de TSM est [28] :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2 < -\eta |S| \quad (\text{II.4})$$

où $\eta > 0$

La condition (II.4) mène à :

$$S\dot{S} < -\eta |S| \quad (\text{II.5})$$

Différenciant (II.2) par rapport au temps et à l'aide de (II.5), on a :

$$S(\dot{x}_2 + \beta \frac{q}{p} x_1^{(q-p)/p} \dot{x}_1) < -\eta |S| \quad (\text{II.6})$$

En substituant (II.1) dans cette inégalité, on obtient

$$S(f(x, t) + g(x, t)u(t) + d(x, t) + \beta \frac{q}{p} x_1^{(q-p)/p} x_2) < -\eta |S| \quad (\text{II.7})$$

Si $S > 0$ alors :

$$u < \frac{1}{g(x,t)}(-\eta - f(x,t) - d(x,t) - \beta \frac{q}{p} x_1^{(q-p)/p} x_2) \quad (\text{II.8})$$

Si $S < 0$ alors :

$$u > \frac{1}{g(x,t)}(\eta - f(x,t) - d(x,t) - \beta \frac{q}{p} x_1^{(q-p)/p} x_2) \quad (\text{II.9})$$

Pour vérifier ces deux inégalités (II.8) et (II.9), il suffit de prendre u dans l'expression suivante [28] :

$$u = -\frac{1}{g(x,t)}(f(x,t) + d(x,t) + \beta \frac{q}{p} x_1^{(q-p)/p} x_2 + (\eta + k) \text{sign}(S)) \quad (\text{II.10})$$

où $k > 0$

Si $S(0) \neq 0$, l'état du système atteint le mode glissant $S = 0$ dans un temps fini vérifiant [28]

$$t_r \leq \frac{|S(0)|}{\eta} \quad (\text{II.11})$$

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique (II.2) devient alors

$$\dot{x}_1 = -\beta x_1^{q/p} \quad (\text{II.12})$$

Soit donné un état initial $x_1(0) \neq 0$, la dynamique (II.2) atteindra l'état $x_1 = 0$ dans un temps fini [29]. La période t_s prise à partir de l'état initial $x_1(0)$ à 0, est déterminée par

$$t_s = -\beta^{-1} \int_{x_1(0)}^0 \frac{dx_1}{x_1^{q/p}} = \frac{p}{\beta(p-q)} |x_1(0)|^{(p-q)/p} \quad (\text{II.13})$$

On peut également démontrer que l'équilibre 0 est un attracteur [29], c'est-à-dire. quand l'état x_1 atteint zéro, il restera à zéro pour toujours. Ceci peut être prouvé en prenant une fonction de Lyapunov $V = \frac{1}{2} x_1^2$. La dérivée de V dans (II.2) est

$$\dot{V} = x_1 \dot{x}_1 = -\beta x_1 \dot{x}_1^{q/p} = -\beta x_1^{(p+q)/p} \quad (\text{II.14})$$

puisque $(p + q)$ est pair, alors, $\dot{V}$ est définie négative, ce qui rend ainsi $x_1 = 0$ stable (mais pas nécessairement asymptotiquement stable) [29].

Le temps t_s exigé pour atteindre l'équilibre 0 et qui est déterminé par (II.13) dépend des paramètres p, q, β , et de la valeur initiale $x_1(0)$. De même que $x_1(0)$ est soit fixé ou appartenant à une région limitée connue, on peut choisir β de telle sorte que t_s soit très petit [29].

II.4 Commande par mode glissant terminal rapide des systèmes SISO (FTSM)

Le concept du mode glissant terminal rapide est déterminé par [29], [30] :

$$S = \dot{x}_1 + \alpha x_1 + \beta x_1^{q/p} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Où $x_1 \in \mathbb{R}^1$, est une variable scalaire $\alpha, \beta > 0$ et p, q sont des nombres entiers impairs positifs vérifiant $p > q$. Il peut être déduit que le temps pour atteindre l'équilibre $x_1 = 0$ est déterminé par [29], [30] :

$$t_s = \frac{p}{\alpha(p-q)} \ln \frac{\alpha |x_1(0)|^{(p-q)/p} + \beta}{\beta} \quad (\text{II.16})$$

La performance de convergence rapide en comparaison avec le mode de glissement linéaire classique peut être démontrée par l'exemple suivant en utilisant Matlab. Considérant $\alpha = 1, \beta = 1$ et la condition initiale $x_1(0) = 1$.

D'abord, on suppose que $p = 3$ et $q = 1$. A partir de (II.16), on peut facilement trouver que le temps d'atteindre zéro est $t_s = 1.03972077083992 \text{ sec}$.

Nous comparons maintenant ce qui précède à la situation où p et q sont mis à 1. Pour $p = 3$ et $q = 1$ $x_1(t_s) = 0.00000009178540$, tandis que le système avec $p = 1$ et $q = 1$ $x_1(t_s) = 0.12500519281775 \text{ sec}$.

Il est évident que le taux de convergence du mode glissant terminal rapide est beaucoup mieux que son homologue linéaire (réglage $p = q$). La raison évidente est quand près de l'équilibre, la vitesse de convergence du mode de glissement linéaire ralentit

exponentiellement vers le bas tandis que le taux de convergence de la mode glissant rapide accélère de façon exponentielle [30].

La structure hiérarchique basée sur le concept de mode de glissement rapide pour les systèmes d'ordre supérieur peut être utilisée [29], [30]:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \dot{S}_0 + \alpha_0 S_0 + \beta_0 S_0^{q_0/p_0} \\
 S_2 &= \dot{S}_1 + \alpha_1 S_1 + \beta_1 S_1^{q_1/p_1} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 S_{n-1} &= \dot{S}_{n-2} + \alpha_{n-2} S_{n-2} + \beta_{n-2} S_{n-2}^{q_{n-2}/p_{n-2}}
 \end{aligned} \tag{II.17}$$

Où $\alpha_i, \beta_i > 0$, et p, q ($p > q$) sont des nombres entiers impairs positifs et $i = 1, 2, \dots, n-2$.

C'est évident que, si S_{n-1} atteint zéro, $S_{n-2}, S_{n-3}, \dots, S_0$ atteindront zéro séquentiellement.

La commande par mode glissant u peut être conçue de sorte que

$$S_{n-1} \dot{S}_{n-1} \leq -k |S_{n-1}| \quad k > 0 \tag{II.18}$$

ce qui représente un état suffisant. Par conséquent $S_{n-1} = 0$ peut être atteint dans un temps fini, ainsi que $x_1 = 0$ [29].

Prenant $S_0 = x_1$, S_i peut être exprimé comme suit [30] :

$$S_i = \dot{S}_{i-1} + \alpha_{i-1} S_{i-1} + \beta_{i-1} S_{i-1}^{q_{i-1}/p_{i-1}} \tag{II.19}$$

La dérivée $l^{ème}$ de S_i est donnée par l'équation suivante :

$$S_i^{(l)} = \dot{S}_{i-1}^{(l+1)} + \alpha_{i-1} S_{i-1}^{(l)} + \beta_{i-1} \frac{d^{(l)}}{dt^{(l)}} S_{i-1}^{q_{i-1}/p_{i-1}} \tag{II.20}$$

Prenant la dérivée d'ordre 1 de S_{n-1} , on obtient l'équation suivante :

$$\dot{S}_{n-1} = \ddot{S}_{n-2} + \alpha_{n-2} \dot{S}_{n-2} + \beta_{n-2} \frac{d}{dt} S_{n-2}^{q_{n-2}/p_{n-2}} \tag{II.21}$$

Ensuite, il peut facilement être induit étape par étape jusqu'à l'équation suivante est arrivée [30] :

$$\dot{S}_{n-1} = S_0^{(n)} + \sum_{k=0}^{n-2} \alpha_k S_k^{(n-k-1)} + \sum_{k=0}^{n-2} \beta_k \frac{d^{n-k-1}}{dt^{n-k-1}} S_k^{(q_k/p_k)} \quad (\text{II.22})$$

A partir de (II.21), Prenant $\dot{S}_{n-1}$ comme suivant :

$$\dot{S}_{n-1} = -\phi S_{n-1} - \gamma S_{n-1}^{q/p} \quad (\text{II.23})$$

Où $\phi, \gamma > 0$, et p, q sont des nombres entiers impairs positifs vérifiant $p > q$.

Alors pour le système (II.1), la loi de commande est donnée par l'équation suivante [30] :

$$u = -\frac{1}{g(x)} \left(f(x) + \sum_{k=0}^{n-2} \alpha_k S_k^{(n-k-1)} + \sum_{k=0}^{n-2} \beta_k \frac{d^{n-k-1}}{dt^{n-k-1}} S_k^{(q_k/p_k)} + \phi S_{n-1} + \gamma S_{n-1}^{q/p} \right) \quad (\text{II.24})$$

Avec $S_0 = x_1$, alors les états du système atteindra la surface de glissement $S_{n-1} = 0$ selon

l'attracteur terminal $\dot{S}_{n-1} = -\phi S_{n-1} - \gamma S_{n-1}^{q/p}$ dans un temps fini $t_{s_{n-1}}$, où

$$t_{s_{n-1}} = \frac{p}{\phi(p-q)} \ln \frac{\phi |x_1(0)|^{(p-q)/p} + \gamma}{\gamma} \quad (\text{II.25})$$

avec $\phi, \gamma > 0$, et p, q sont des nombres entiers impairs positifs vérifiant $p > q$. Le système suit la structure hiérarchique (II.17) pour converger vers l'équilibre du système en temps fini [30].

II.4.1 Etude de la stabilité

On considère l'équation de Lyapunov suivante [23] :

$$V = \frac{1}{2} S_{n-1}^2 \quad (\text{II.26})$$

La dérivée de V par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = S_{n-1} \dot{S}_{n-1} \quad (\text{II.27})$$

Substituant (II.23) dans (II.27), on obtient

$$\dot{V} = -\phi S_{n-1}^2 - \gamma S_{n-1}^{(q+p)/p} \quad (\text{II.28})$$

puisque p, q sont des nombres entiers impairs positifs, $(p + q)$ est pair, alors, $\dot{V}$ est définie négative. Donc le système est stable [23].

➤ **Remarque**

Le mécanisme peut facilement être étendue à la conception du problème de poursuite de sortie si y est remplacé par $e = y_m - y$, où y_m est le signal de sortie désiré.

II.5 Application

Un circuit de base d'un convertisseur DC-DC connu sous le convertisseur abaisseur de tension (Buck) est illustré dans (Fig. II.1.) [31], constitué par un interrupteur, une diode rapide et les composants RLC. Le commutateur peut être mis en œuvre par l'un des interrupteurs à semiconducteurs à trois bornes, tels que IGBT ou MOSFET.

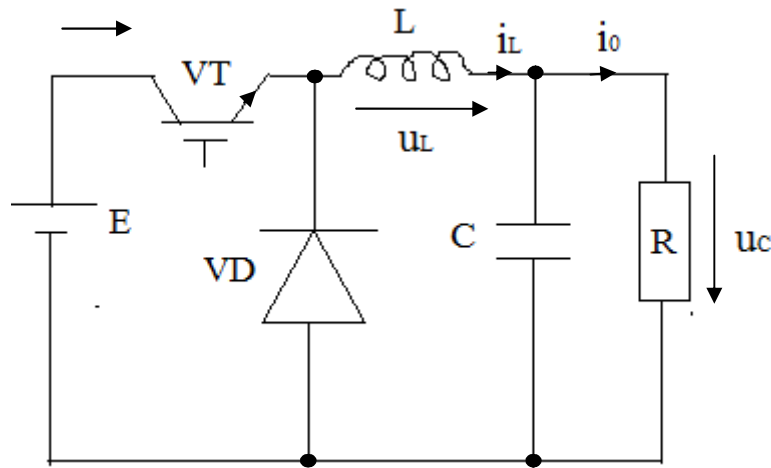


Fig. II.1. Convertisseur DC-DC (Buck).

Quand le convertisseur travaille en mode de conduction continue, le système peut être décrit comme suit [31] :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{u}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{II.29})$$

Où u est l'état de commutation, lorsque $u = 1$, l'interrupteur VT est fermé, et quand $u = 0$, VT est ouvert.

La tension de sortie et sa dérivée sont les variables d'états du système, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} x_1 = u_c \\ x_2 = \frac{du_c}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Alors le modèle d'espace d'état décrivant le système est dérivé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{RC} + \frac{E}{LC}u \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Soit une surface de glissement de la forme suivante :

$$S_1 = \dot{S}_0 + \alpha_0 S_0 + \beta_0 S_0^{q_0/p_0} \quad (\text{II.32})$$

Où $\alpha_0, \beta_0 > 0$, p_0 et q_0 sont des constantes positives.

Tels que :

$$\begin{cases} S_0 = e_1 = e = y_m - y \\ \dot{S}_0 = e_2 = \dot{e} = \dot{y}_m - \dot{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{y}_m - \ddot{y} = \ddot{y}_m + \frac{x_1}{LC} + \frac{x_2}{RC} - \frac{E}{LC}u \end{cases}$$

Prenant $f(x) = -\frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{RC}$ et $g(x) = \frac{E}{LC}$, à partir de (II.24), la loi de commande est donnée par l'équation suivante :

$$u = \frac{1}{g(x)} (\ddot{y}_m - f(x) + \alpha_0 \dot{S}_0 + \beta_0 \frac{q_0}{p_0} S_0^{(\frac{q_0-p_0}{p_0})} \dot{S}_0 + \phi S_1 + \gamma S_1^{q/p}) \quad (\text{II.33})$$

II.5.1 Les résultats de simulation

Pour les conditions initiales $x_0 = (3, 0)^T$ et en attribuant les valeurs, $p_0 = 9, q_0 = 5$, $\beta_0 = 1, \alpha_0 = 20, p = 5$, $q = 3$, $\phi = 100$, $\gamma = 50$, $E = 24V$, $L = 80\mu H$, $C = 2000\mu F$ et $R = 8\Omega$, les résultats de simulation sont illustrés dans les figures suivantes.

a) $y_m = 0V$

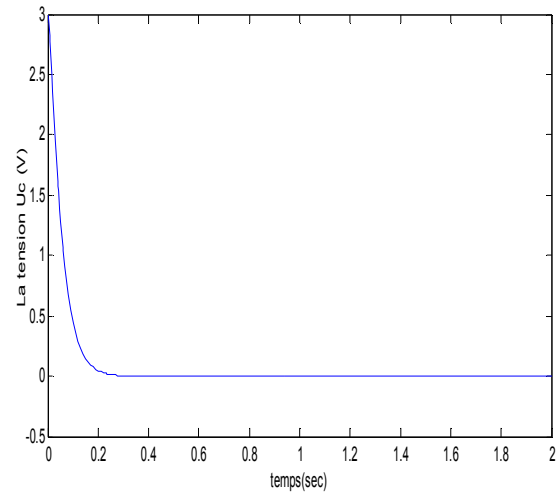
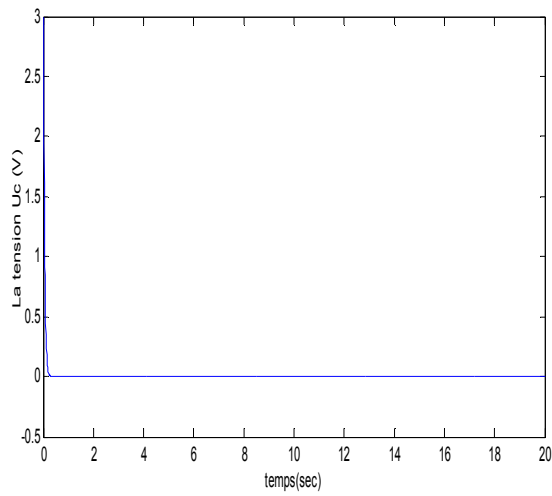


Fig . II.2. La tension U_c .

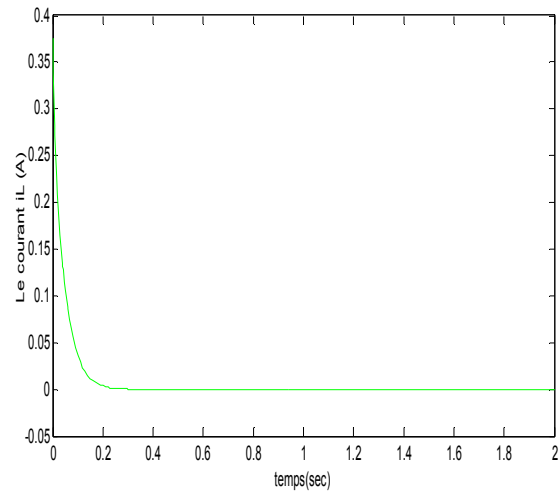
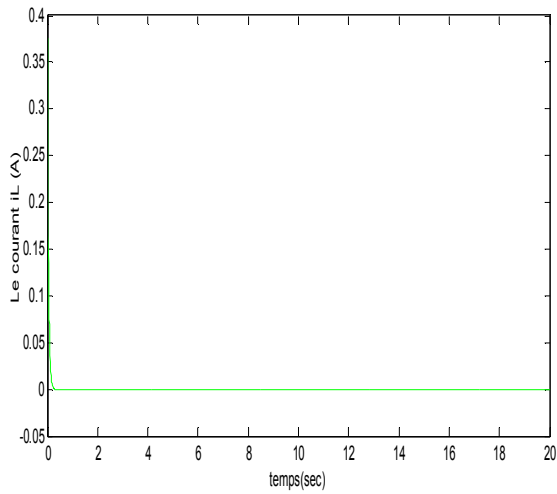


Fig . II.3. Le courant i_L .

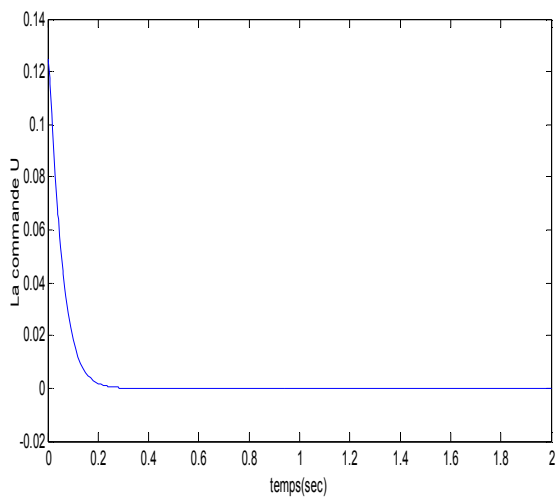
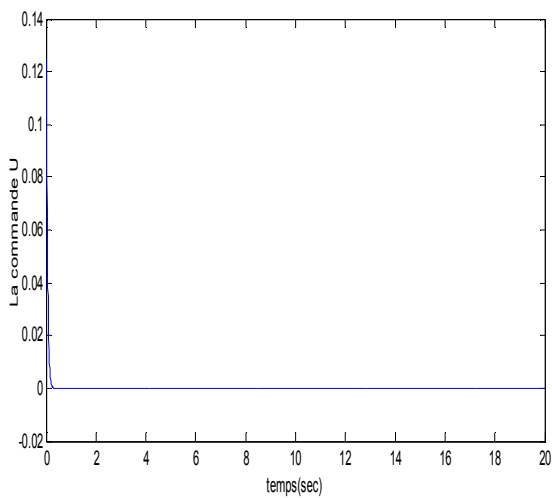
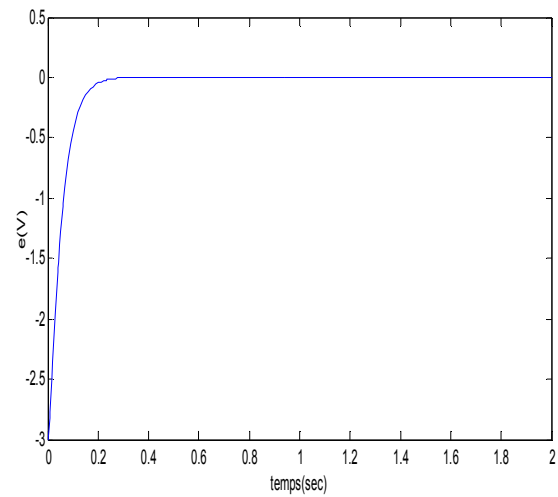
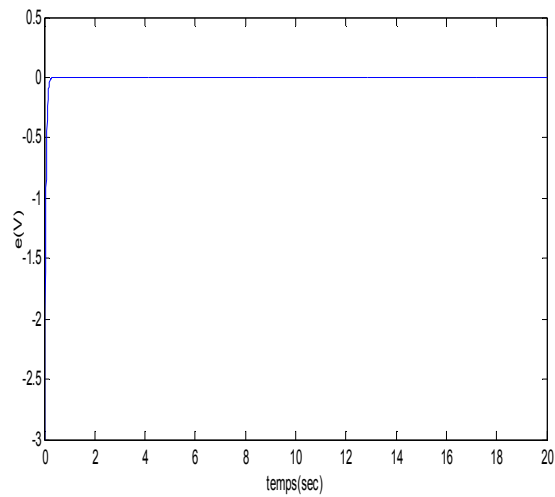
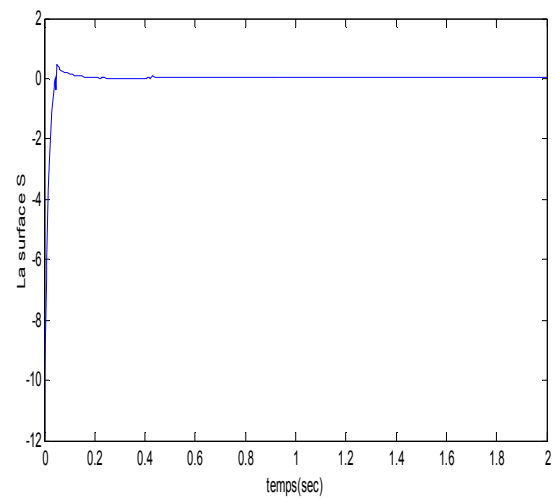
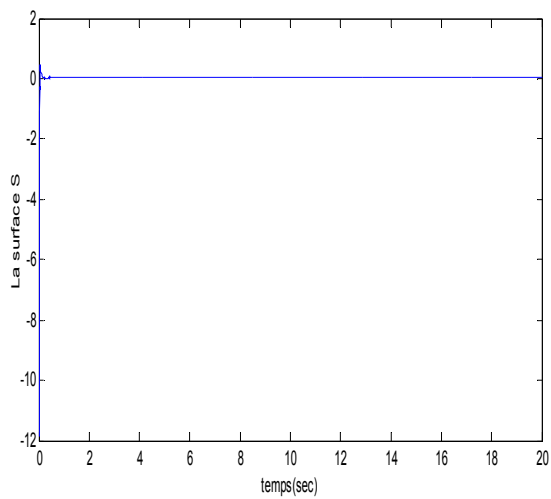
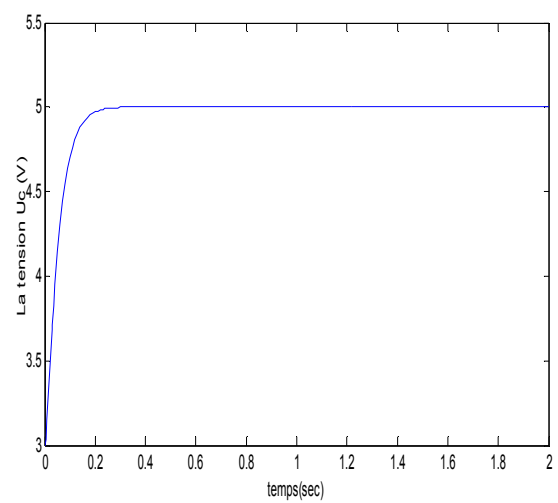
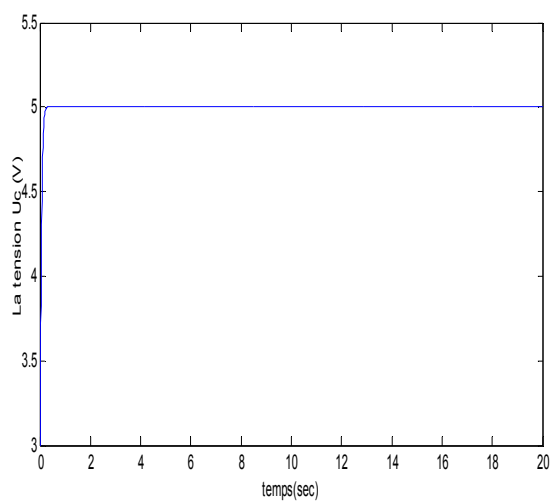


Fig . II.4. Variation de la commande U .

**Fig . II.5.** Variation de l'erreur.**Fig . II.6.** Variation de la surface.

b) $y_m = 5V$

**Fig . II.7.** La tension U_c .

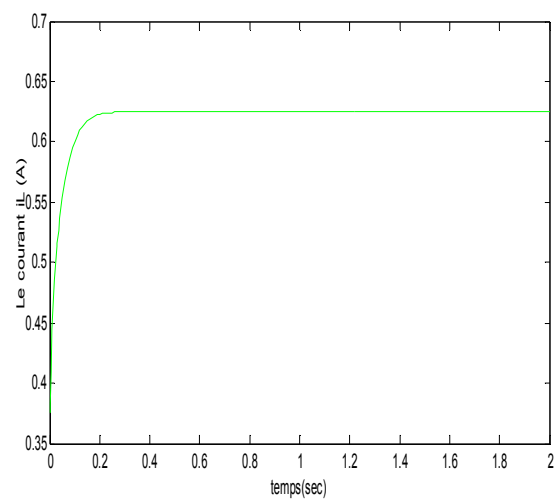
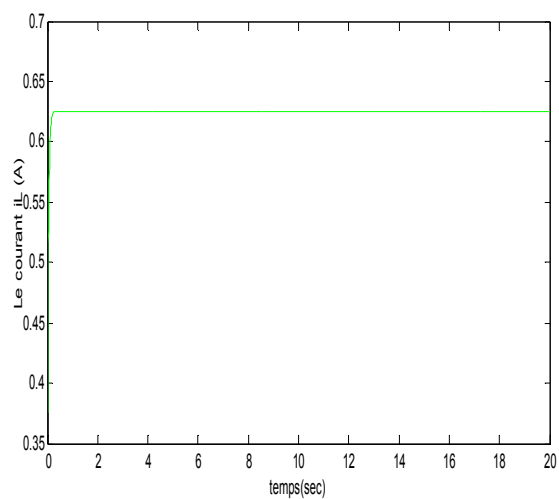
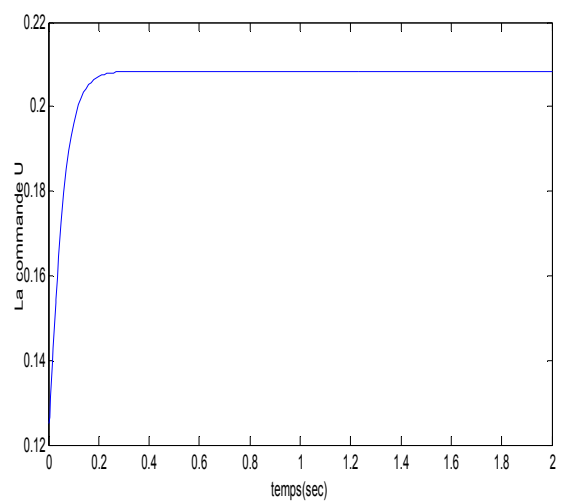
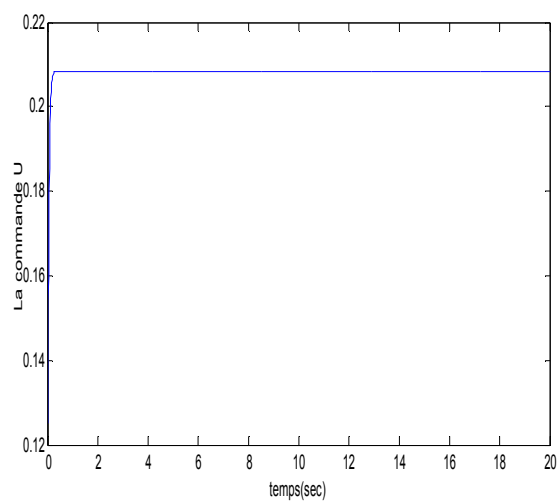
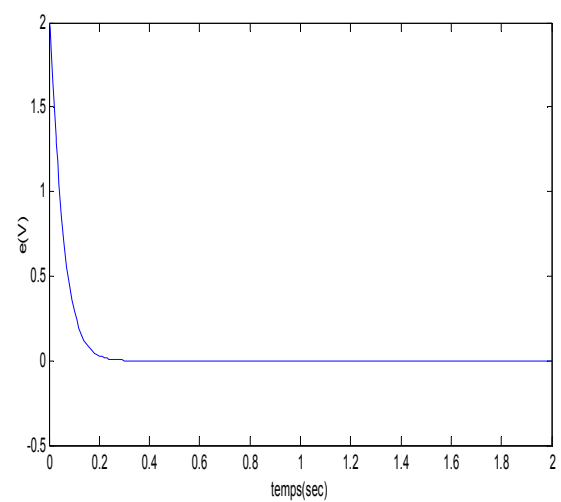
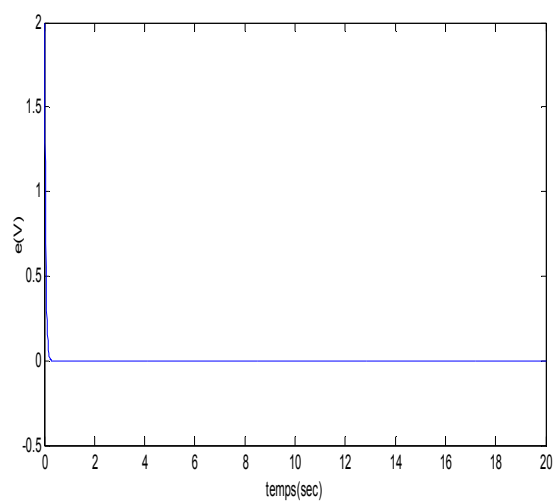
Fig . II.8. Le courant i_L .Fig . II.9. Variation de la commande U .

Fig . II.10. Variation de l'erreur.

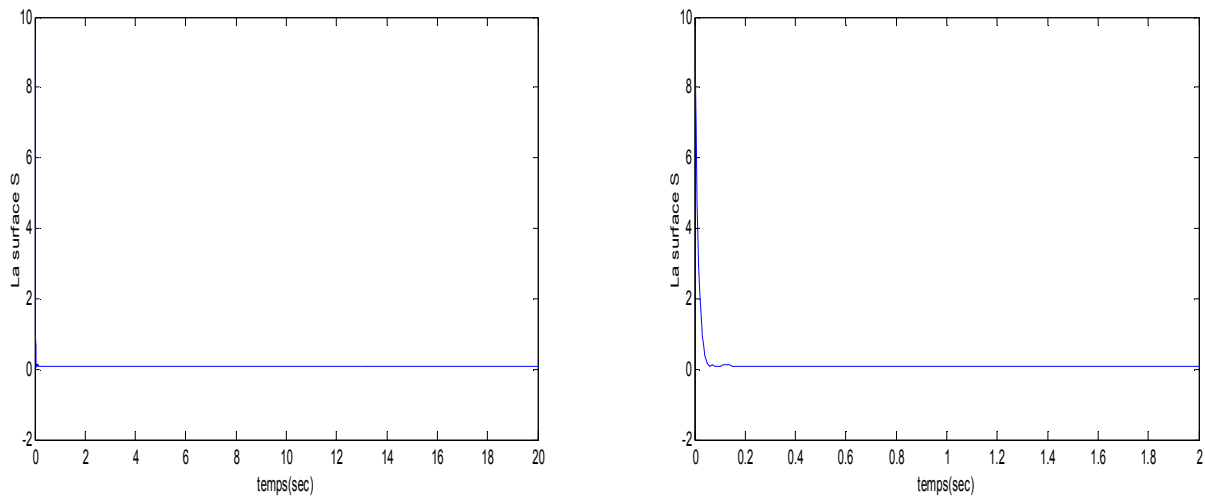
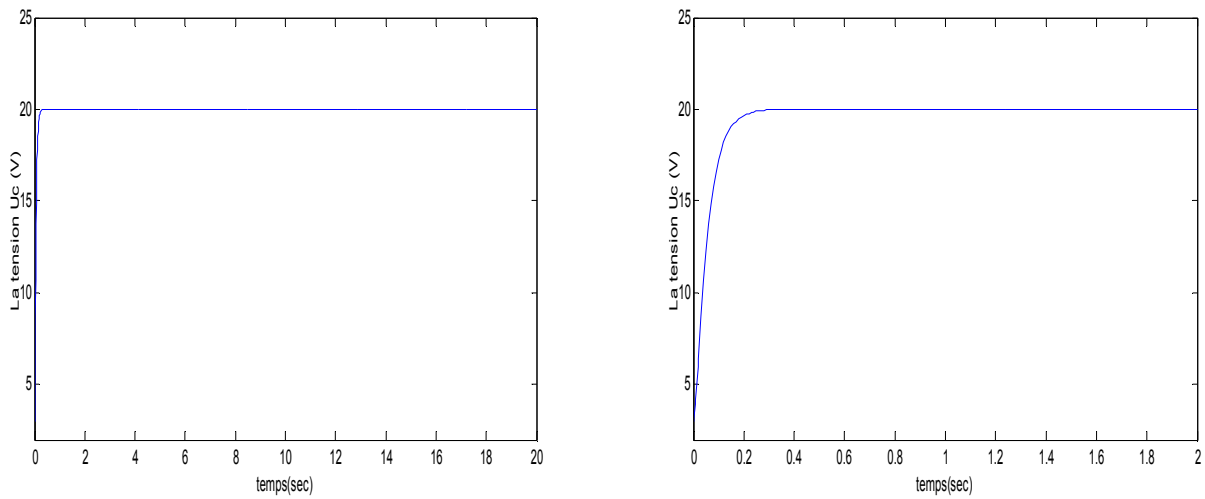
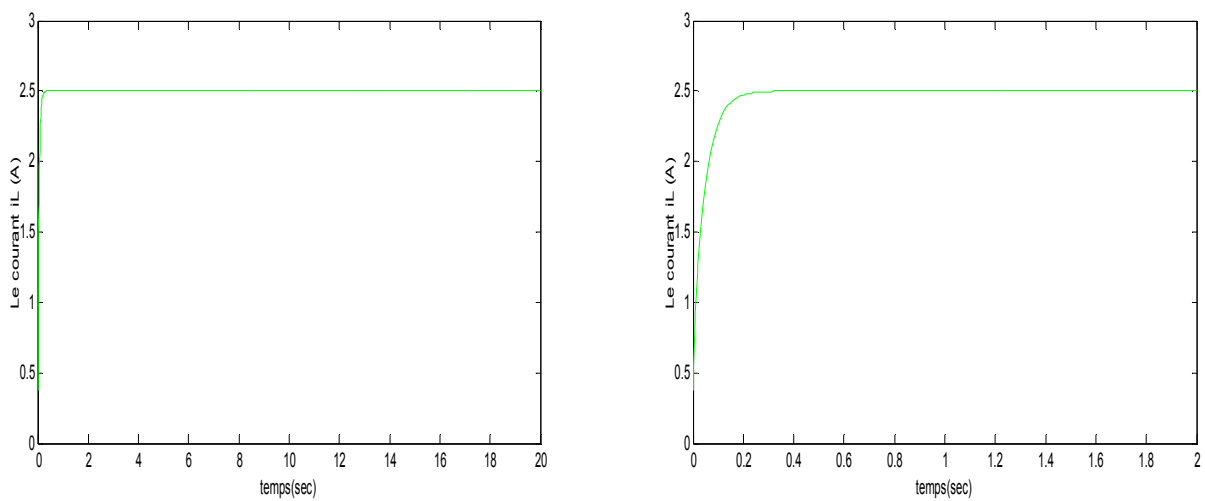


Fig . II.11. Variation de la surface.

b) $y_m = 20V$ Fig . II.12. La tension U_c .Fig . II.13. Le courant i_L .

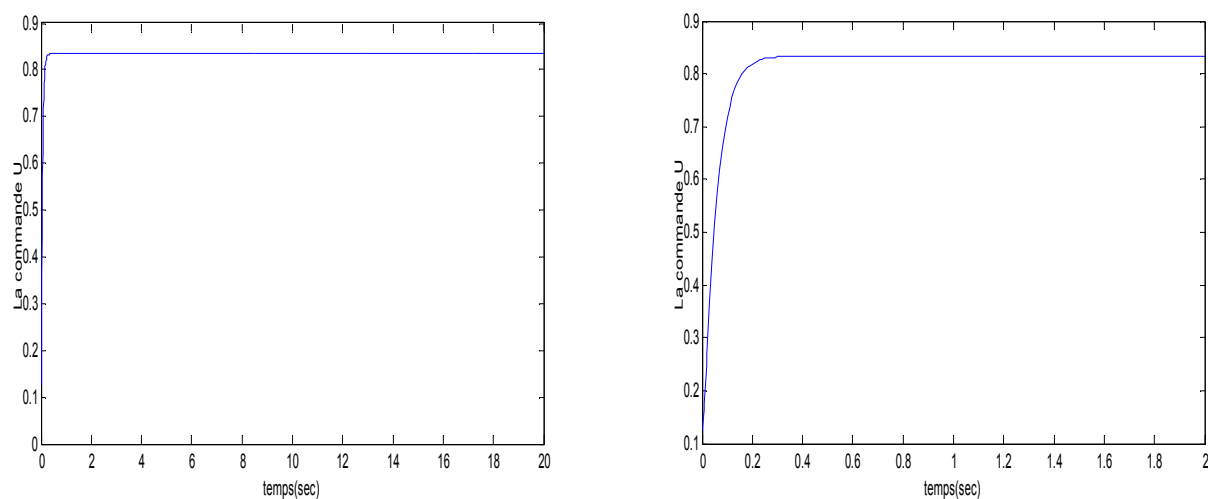
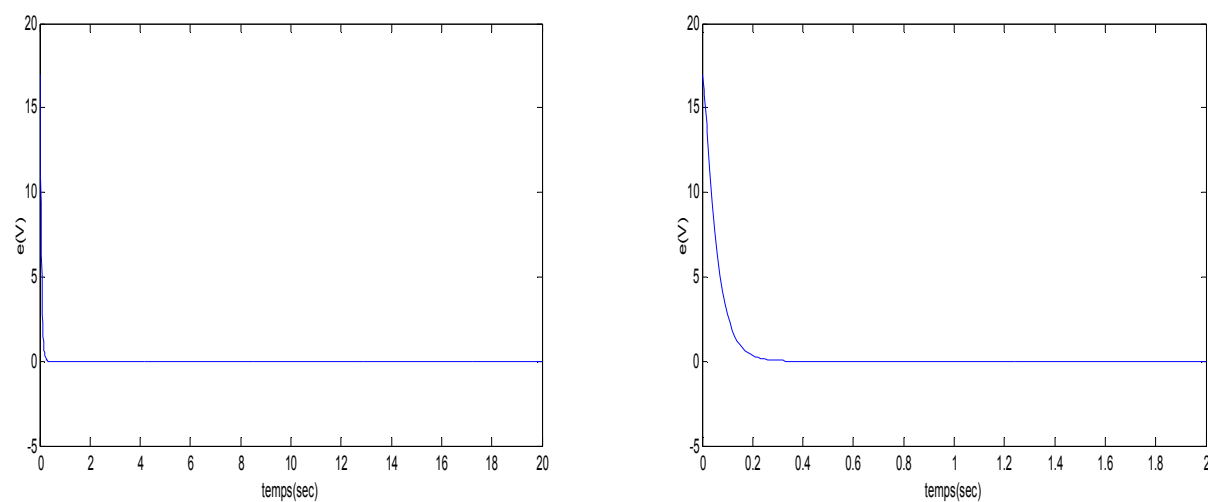
Fig . II.14. Variation de la commande U .

Fig . II.15. Variation de l'erreur.

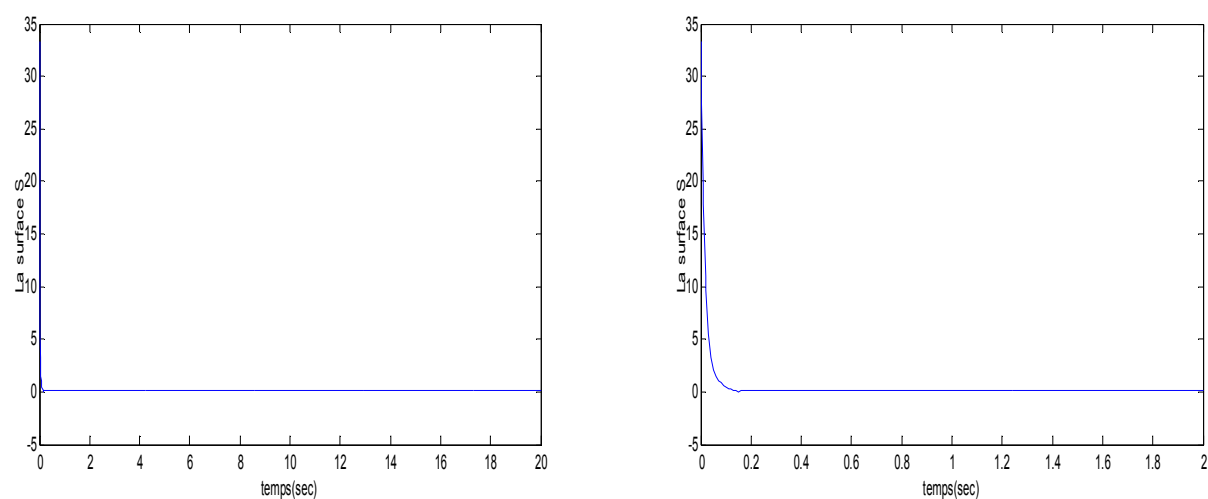


Fig . II.16. Variation de la surface.

$$t_s = \frac{5}{20(5-3)} \ln \frac{20|3|^{(5-3)/5} + 1}{1} = 0.4334 \text{ sec}$$

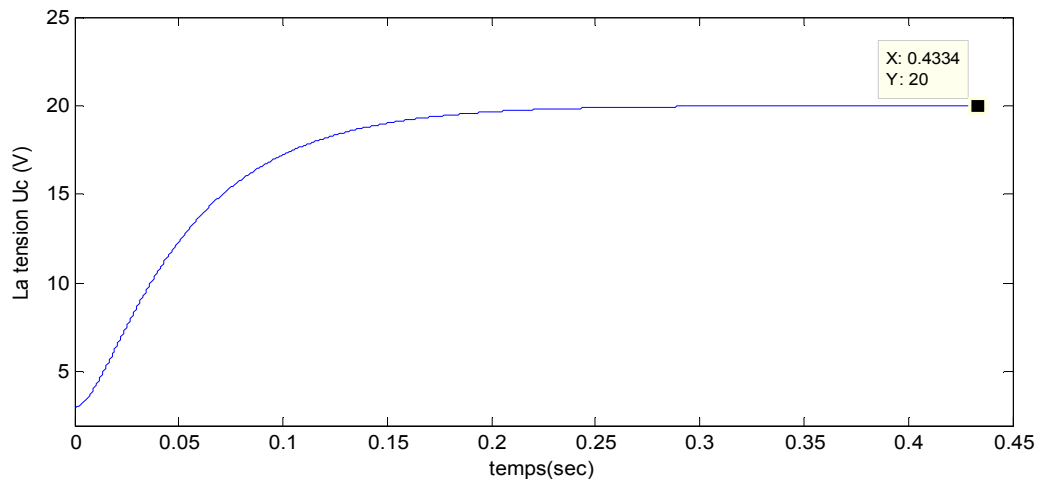
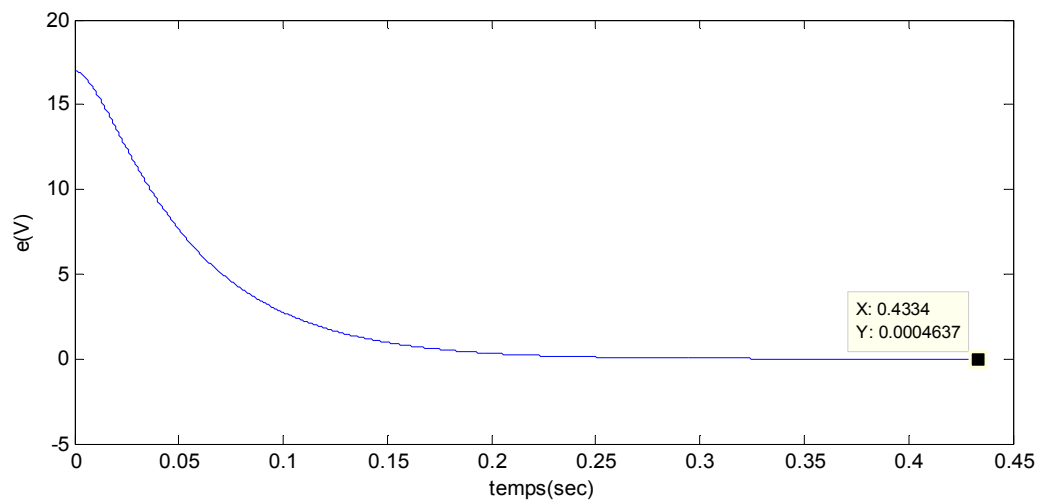
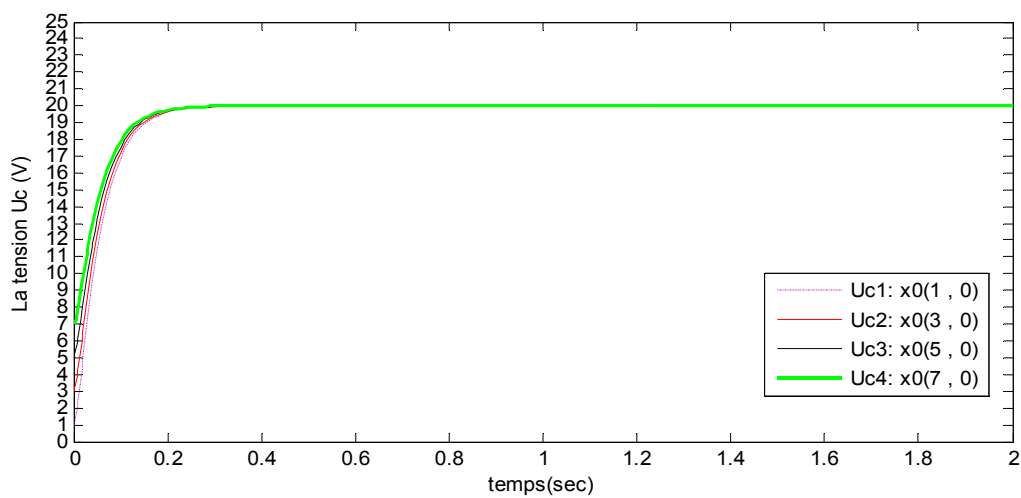
Fig . II.17. La tension U_c .

Fig . II.18. Variation de l'erreur.

Fig . II.19. La tension U_c pour des conditions initiales différentes.

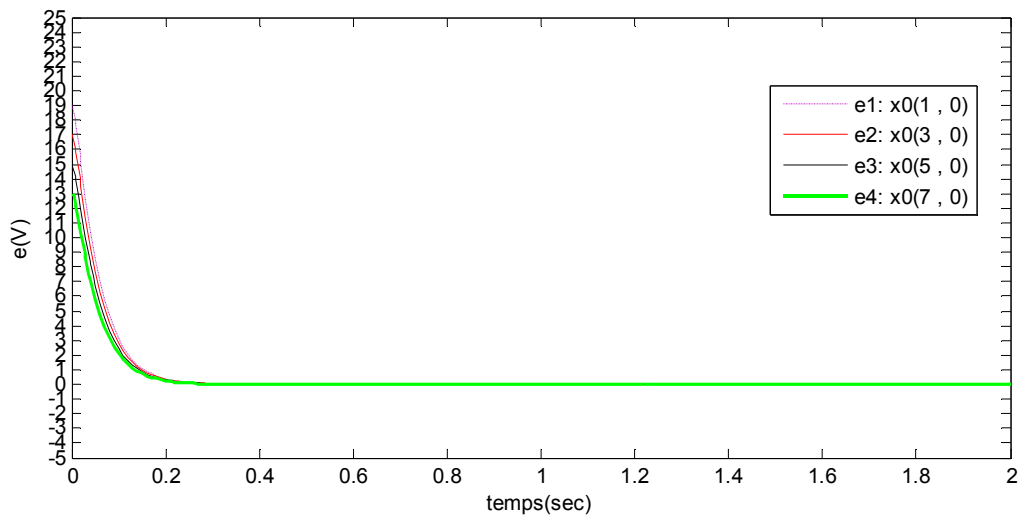


Fig . II.20. Variation de l'erreur pour des conditions initiales différentes.

$x_1(0)$	1	2	3	4	5
t_s (sec)	0.3806	0.4138	0.4334	0.4473	0.4582

Tableau. II.1. Le temps t_s pour des conditions initiales différentes.

➤ $x_1(0) = 1\text{ V}$, $t_s = 0.3806\text{ sec}$

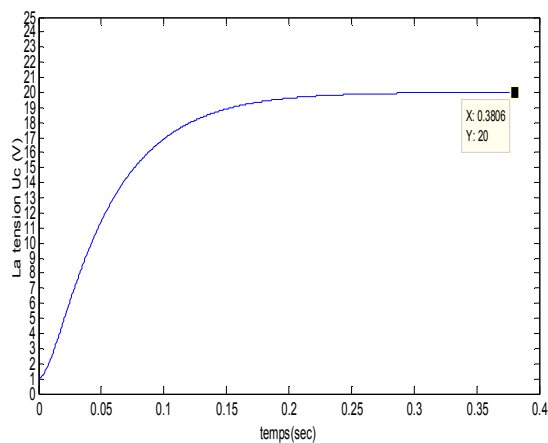


Fig . II.21. La tension U_c .

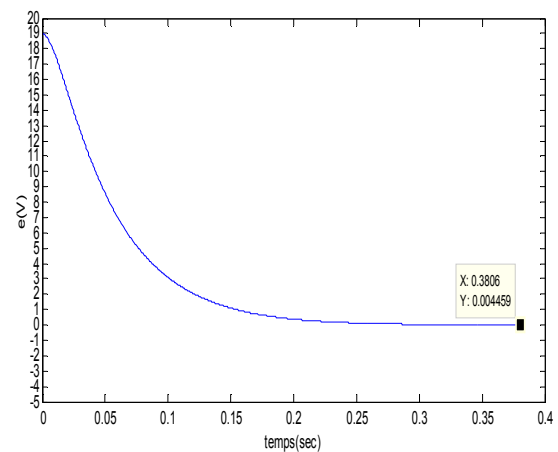


Fig . II.22. Variation de l'erreur.

➤ $x_1(0) = 2 V$, $t_s = 0.4138 \text{ sec}$

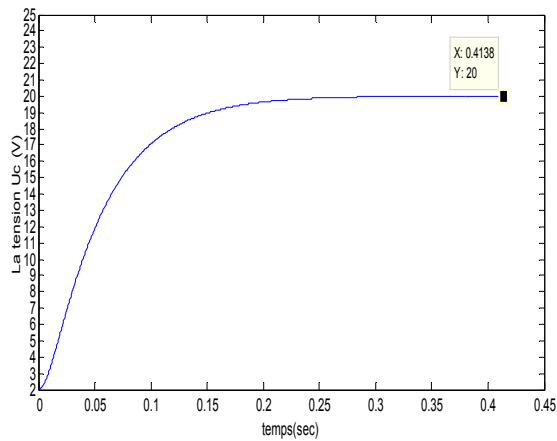


Fig . II.23. La tension U_c .

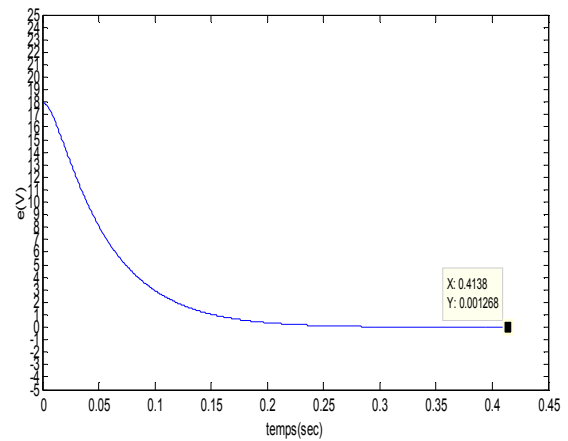


Fig . II.24. Variation de l'erreur.

➤ $x_1(0) = 4 V$, $t_s = 0.4473 \text{ sec}$

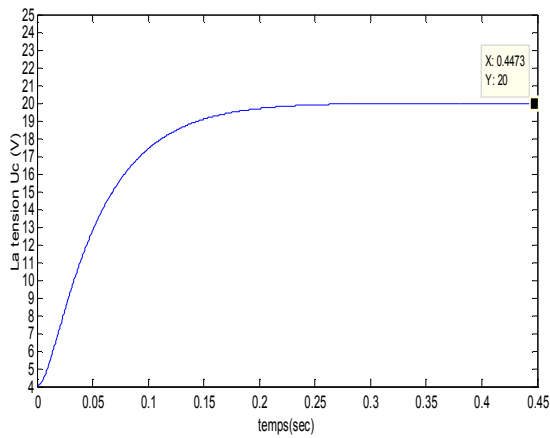


Fig . II.25. La tension U_c .

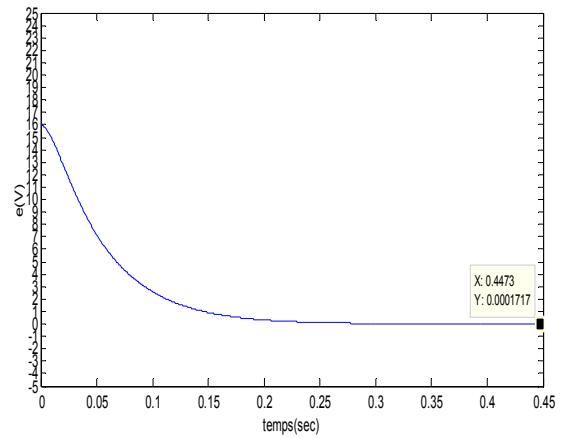


Fig . II.26. Variation de l'erreur.

➤ $x_1(0) = 5 V$, $t_s = 0.4582 \text{ sec}$

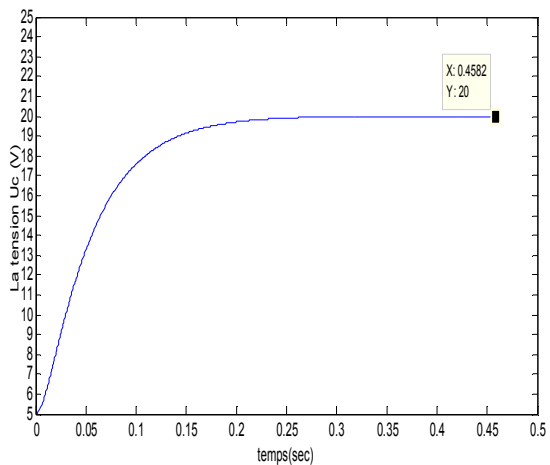


Fig . II.27. La tension U_c .

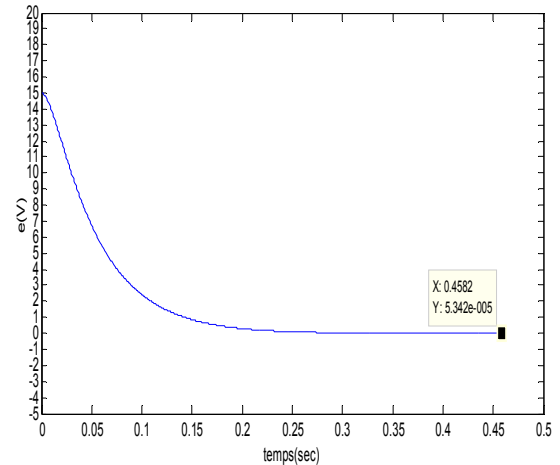


Fig . II.28. Variation de l'erreur.

II.6 Conclusion

Dans la plupart du temps, la commande par mode glissant terminal suscite un grand intérêt en raison de sa convergence en temps fini sur un équilibre donné, et sur une surface de glissement correspondante. Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle méthode de conception pour cette commande par mode glissant terminal. Nous avons effectué aussi, une synthèse sur la commande par mode glissant terminal rapide (FTSM). La commande FTSM montre une bonne poursuite de la sortie du système vers la sortie désirée et elle permet aussi d'assurer une convergence en temps fini. Cependant, le modèle mathématique précis du système est nécessaire sous cette commande. On a besoin d'un contrôleur de telle façon qu'il n'exige pas un modèle mathématique précis du système. Dans ce contexte, on propose un contrôleur adaptatif flou.

Chapitre III

Concept général de la commande adaptative floue

CHAPITRE III

Concept général de la commande adaptative floue

III.1 Généralités sur la commande adaptative

III.1.1 Introduction

La motivation réelle de la commande adaptative est d'apporter une solution au contrôle des systèmes dont le comportement dynamique est partiellement ou totalement inconnu et éventuellement variable dans le temps. En effet, dans ces situations, les méthodes classiques de commande n'aboutissent pas aux performances désirées en boucle fermée, et conduisent à une détérioration de la robustesse du régulateur.

En automatique, il est difficile de donner une définition précise à l'adaptation. Cependant, le sens retenu est de dire qu'un régulateur est adaptatif s'il peut modifier son comportement en réponse à des changements dans la dynamique du procédé ou des perturbations. Cette modification doit se faire d'une manière automatique, sans intervention externe. Le régulateur adaptatif, est défini par son aptitude à maintenir, dans ces conditions, un certain niveau de performance préalablement choisi [32].

Lorsque le système de commande est non-linéaire et que les paramètres de son modèle de connaissance varient dans de grandes proportions, la commande adaptative est une alternative intéressante qui permet de prendre en compte ces problèmes.

III.1.2 Techniques de commande adaptative

Parmi les méthodes de commande adaptative, deux principales approches ont attiré le plus d'attention [32]:

- La commande adaptative à modèle de référence (**Model Reference Adaptive Control "M.R.A.C"**).
- Les systèmes de commande auto-ajustable (**Self-Tuning Regulator "S.T.R"**).

La principale différence qui existe entre les deux approches réside dans le mode d'ajustement des paramètres du régulateur. De plus, les systèmes MRAC sont initialement développés pour les problèmes de poursuite en temps continu déterministe et la technique STR pour les problèmes de régulation discrète stochastique [33].

III.1.2.1 Commande adaptative à modèle de référence

Dans la commande adaptative avec modèle de référence, les performances désirées sont exprimées en termes d'un modèle de référence qui indique comment la sortie du processus doit répondre idéalement à une variation de la consigne. La différence entre la sortie du processus et la sortie du modèle de référence, appelée erreur de poursuite, est utilisée par le mécanisme d'adaptation pour ajuster automatiquement les paramètres du régulateur [34], [35], [36].

La structure de MRAC est caractérisée par le mécanisme d'adaptation ou loi d'adaptation adoptée. A ce propos, il existe plusieurs stratégies. Nous pouvons cependant les séparer en deux groupes principaux. Le premier est fondé sur des fonctions de sensibilité. Leur but est de construire le mécanisme d'adaptation de manière à ce que l'ajustement de paramètres minimise un certain critère en fonction de l'erreur de poursuite. Les autres stratégies, alternativement, sont basées sur la méthode directe de Lyapunov, où le problème de définition de la loi d'adaptation est formulé du point de vue d'un problème de stabilité [33]. Le schéma donné dans la **Figure III.1** représente une commande adaptative à modèle de référence.

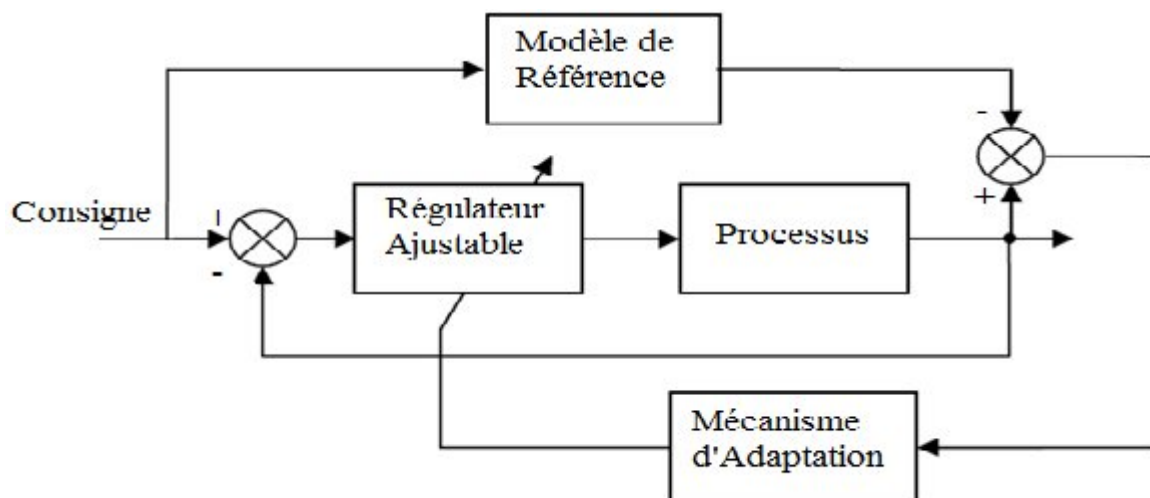


Fig. III.1. Commande adaptative avec modèle de référence.

III.1.2.2 Commande auto-ajustable

La **Figure III.2** présente un schéma de commande auto ajustable. Le modèle servant pour le calcul du régulateur est estimé en ligne, en construisant un prédicteur ajustable de la sortie du processus. L'erreur entre la sortie du processus et le prédicteur ajustable appelée erreur de prédiction, est utilisée par un mécanisme d'adaptation qui ajuste en ligne les paramètres du prédicteur afin de minimiser cette erreur. Dans de nombreuses situations les performances désirées du système de commande à contre réaction peuvent être spécifiées en terme de fonction de transfert tant pour la poursuite que pour la régulation. Dans ce cas le régulateur est calculé à chaque instant de telle sorte que pour une estimation du modèle du processus donnée, le système en boucle fermée soit caractérisé par une fonction de transfert spécifiée à priori [32], [36].

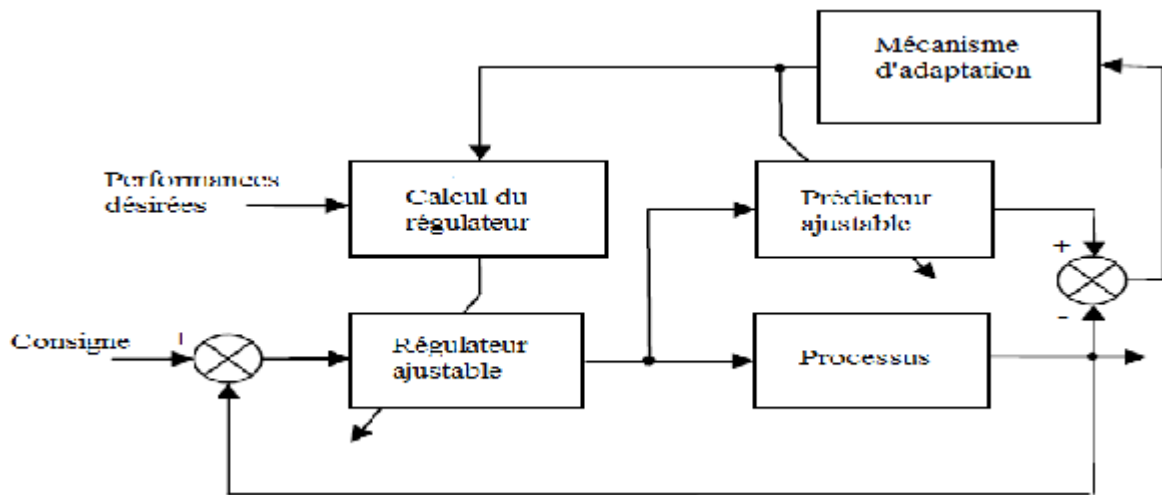


Fig. III.2. Schéma de commande auto-ajustable.

Les schémas de commande auto ajustable sont élaborés selon deux principes très connus dans la théorie de la commande adaptative : le principe de séparation qui traduit le fait que l'estimation des paramètres du modèle du système est effectuée séparément de la conception du régulateur et le principe d'équivalence certaine qui consiste à utiliser les paramètres estimés du modèle pour le calcul du régulateur comme s'ils étaient les vrais paramètres du processus. Autrement dit toute erreur d'estimation nécessairement présente n'est pas prise en compte dans la phase de la synthèse du régulateur et par suite la commande appliquée au processus est la commande optimale, au sens de la stratégie de commande utilisée, pour le modèle engendré par l'estimateur, elle n'est donc pas nécessairement optimale pour le processus considéré [36].

III.2 Commande adaptative floue

III.2.1 Introduction

La logique floue est bien connue des automaticiens pour ses applications dans le contrôle-commande de procédés, appelé couramment « contrôle flou ». Tout comme un contrôleur (ou correcteur) classique, le contrôleur flou s'insère dans la boucle de régulation et calcule la commande à appliquer au procédé suivant une ou plusieurs consignes et une ou plusieurs mesures effectuées sur celui-ci.

Les bases de règles floues sont intéressantes en commande car elles permettent de :

- Formaliser et simuler l'expertise d'un opérateur ou d'un concepteur dans la conduite et le réglage d'un procédé.
- Donner une réponse simple pour les procédés dont la modélisation est difficile.
- D'améliorer le fonctionnement de contrôleurs classiques par l'autoréglage.
- Prendre en compte plusieurs variables et effectuer de la « fusion pondérée » des grandeurs d'influence.

III.2.2 Principes de la logique floue

Les grandeurs utilisées dans un système de réglages sont généralement générées par des capteurs. Il est nécessaire de convertir ces grandeurs en variables floues. Pour ce faire on définit les trois notions suivantes :

- Les variables floues, qui permettent de décrire les variables de façon naturelle
- Les ensembles flous qui caractérisent les variables floues
- Les fonctions d'appartenances qui permettent de définir le degré de vérité de la variable floue en fonction de la valeur de la grandeur d'entrée.

III.2.2.1 Variables linguistiques

C'est une variable dont les valeurs ne sont pas des nombres, mais des mots ou phrases exprimés en langage naturel [37], [38]. La raison pour laquelle on utilise cette représentation, est que le caractère linguistique est moins spécifique que le caractère numérique.

Une variable linguistique x est généralement caractérisée par un triplet $t \{x, T(x), X\}$ où x désigne le nom de la variable linguistique, $T(x)$ l'ensemble de termes

ou valeurs linguistiques qui sont utilisées pour caractériser x , et X son univers de discours, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs numériques sur lesquelles x est défini.

Par exemple, si l'erreur est considérée comme variable linguistique définie dans le domaine $X = [-10; 10]$, ses valeurs linguistiques peuvent être définies comme suit:

$T(\text{erreur}) = \{\text{Négatif grand, Négatif moyen, Environ zéro, Positif moyen, Positif grand}\}$.

Symbole	Signification
NG	Négatif grand
NM	Négatif moyen
EZ	Environ zéro
PM	Positif moyen
PG	Positif grand

Tableau III.1 Intervalles flous.

Ces valeurs linguistiques peuvent être considérées comme des ensembles flous dont les fonctions d'appartenance sont montrées en **(Figure III.6)**.

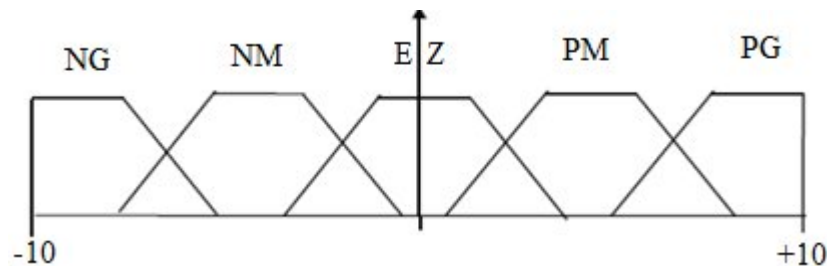


Fig. III.3. Fonction d'appartenance pour T (erreur).

Par exemple, si la vitesse est interprétée comme une variable linguistique, alors son ensemble de termes $T_{(\text{vitesse})} = \{\text{lente, moyenne, rapide ...}\}$ où chaque terme est caractérisé par un ensemble flou.

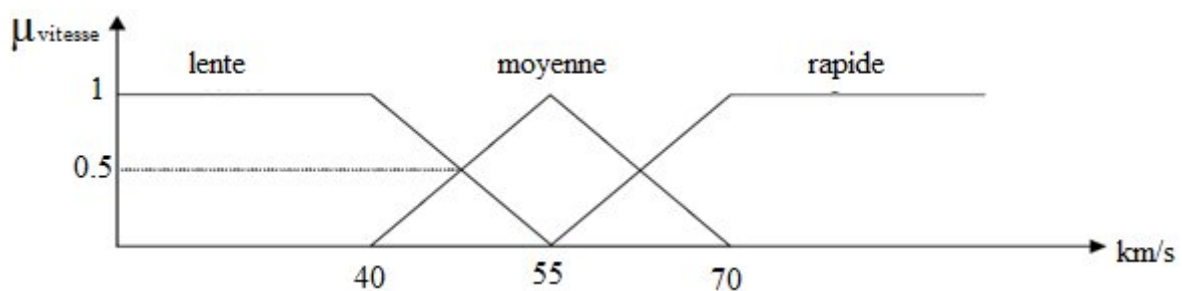


Fig. III.4. Représentation graphique des termes linguistiques.

III.2.2.2 Ensembles flous

La logique floue peut être vue comme une extension de la logique booléenne. De plus, elle permet de traiter des variables linguistiques dont les valeurs sont des mots ou expressions du langage naturel. [39]

- **Ensemble net**

Un ensemble, est une collection d'objets. La description d'un ensemble net A sur un référentiel U (dit aussi univers de discours) consiste en un énoncé des éléments qui appartiennent à cet ensemble, chaque élément u de U appartient à 100% à A , ou n'appartient pas à 100% à A . Ceci peut être mieux décrit par une fonction caractéristique donnée par :

$$\mu_A(u) = \begin{cases} 1 & u \in A \\ 0 & u \notin A \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

- **Ensemble flou**

La notion d'ensemble flou provient du constat que « très souvent les classes d'objets rencontrés dans le monde physique ne possèdent pas de critères d'appartenance bien définis » [37]. Mathématiquement, un ensemble flou A est défini sur un référentiel U , par une fonction d'appartenance notée μ_A , qui appliquée à un élément u de U , retourne un degré d'appartenance μ_A de u à A . Un ensemble flou, peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées $A = \{(u, \mu_A(u)) | u \in U\}$

Si U est discret, A est représenté par : $A = \sum_{ui \in U} \mu(u_i) / u_i \quad (\text{III.2})$

Si U est continu, A est représenté par : $A = \int_U \mu(u) / u \quad (\text{III.3})$

Les ensembles flous ont le grand avantage de constituer une représentation mathématique des termes linguistiques largement utilisés dans l'expression de connaissances expertes, qualitatives et qui sont manipulées par la logique floue.

III.2.2.3 Fonctions d'appartenance

Il s'agit d'établir une relation entre le degré de vérité de la variable floue et la grandeur d'entrée correspondante. On parle de fuzzification.



Fig. III.5. Fonction d'appartenance.

On peut évidemment choisir n'importe quelle forme pour les fonctions d'appartenance. Cependant, en pratique, pour des raisons de simplicité, les fonctions d'appartenance ci-dessous sont les plus souvent utilisées [40] :

- **Fonction triangulaire** : Elle est définie par trois paramètres $\{a, b, c\}$ qui déterminent les coordonnées des trois sommets :

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (\text{III.4})$$

- **Fonction trapézoïdale** : Elle est définie par quatre paramètres :

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (\text{III.5})$$

- **Fonction gaussienne** : Elle est définie par deux paramètres :

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.6})$$

- **Fonction sigmoïdale** : Elle est définie par deux paramètres :

$$\mu(x) = \left(\frac{1}{1 + \exp(-a(x - c))} \right) \quad (\text{III.7})$$

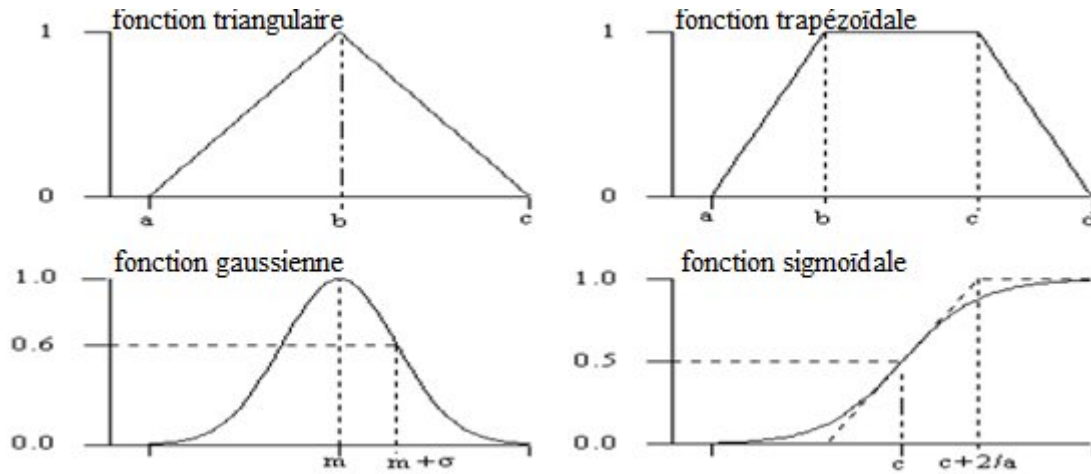


Fig. III.6. Forme des fonctions d'appartenance usuelles.

III.2.3 Operations sur les ensembles flous

Puisque les fonctions caractéristiques des ensembles flous sont graduelles, l'extension de certaines opérations définies sur les ensembles classiques au cas des ensembles flous pose certaines difficultés. Donc, il n'est pas possible d'appliquer directement la logique proportionnelle qui manipule des ensembles à fonctions caractéristiques binaires (0 ou 1). Pour pallier à ce problème, sont introduites les définitions d'outils nécessaires au traitement des ensembles flous [37], [40], [41].

Soient A et B deux ensembles flous dans X ayant respectivement μ_A et μ_B comme fonction d'appartenance. L'union, l'intersection, et la complémentation des ensembles flous sont définies à l'aide de leur fonction d'appartenance [37].

- **Définition 1 : Union (Disjonction)**

L'union de deux ensembles flous A et B de X est l'ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand de leurs deux degrés d'appartenance. Elle est définie comme l'ensemble flou $C = A \cup B$, tel que :

$$\forall x \in X \quad \mu_c(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{III.8})$$

- **Définition 2 : Intersection (Conjonction)**

L'intersection de deux ensembles flous A et B de X est l'ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit de leurs deux degrés d'appartenance. Elle est définie comme l'ensemble D , tel que :

$$\forall x \in X \quad \mu_D(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{III.9})$$

- **Définition 3 : Complémentation**

La fonction d'appartenance $\mu_{\bar{A}}$ du complément d'un ensemble flou A est définie, pour tout $x \in X$, par :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{III.10})$$

- **Définition 4 : Produit cartésien**

Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$ des ensembles flous dans $X_1, X_2, \dots, X_n$ respectivement. Le produit cartésien de $A_1, A_2, \dots, A_n$ est un ensemble flou dans l'espace produit de $X_1, X_2, \dots, X_n$, ayant pour fonction d'appartenance :

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n} = \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)) \quad (\text{III.11})$$

- **Définition 5 : Relation floue**

Soient $u_1, u_2, \dots, u_n$ des univers de discours. Une relation floue est un ensemble flou dans $u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$, exprimé comme suit :

$$R_{U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n} = \left\{ \left((x_1, x_2, \dots, x_n), \frac{\mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n)}{(x_1, x_2, \dots, x_n)} \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \right) \right\} \quad (\text{III.12})$$

- **Définition 6 : Composition des relations floues**

Si R et S sont deux relations floues dans respectivement $U \times V$ et $V \times W$, la composition de ces deux relations est une relation floue dénotée par $R \circ S$ et elle est définie par:

$$R \circ S = \left\{ \left((U, W), \sup_{v \in V} (\mu_R(U, V) * (\mu_S(V, W))) \right), u \in U, v \in V, w \in W \right\} \quad (\text{III.13})$$

Où "*" représente la norme triangulaire

III.2.4 Structure des systèmes flous

Un système flou peut être interprété selon deux points de vue : mathématique ou logique. D'un point de vue mathématique, un système flou est une fonction non linéaire reliant un vecteur de données d'entrée à un vecteur de sortie et, de point de vue logique, un système flou est un système à base de connaissance particulière composé de quatre modules principaux, à savoir : la fuzzification qui permet de passer de variables réelles à des variables floues, le coeur du régulateur représenté par les règles reliant les entrées et sorties, et enfin l'inférence et la défuzzification qui permettent à partir des ensembles flous d'entrée de déterminer la valeur réelle de sortie (**Figure III.7**) [37], [39], [40].

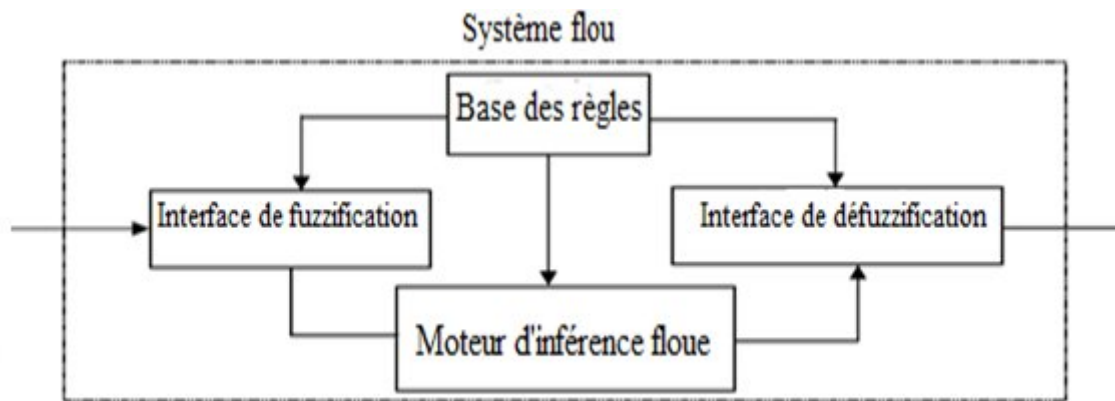


Fig. III.7. Schéma synoptique générale d'un système flou.

III.2.4.1 Interface de fuzzification

Transforme les entrées numériques (vecteurs précis) en des ensembles flous. Le choix de l'opérateur de fuzzification dépend de la confiance que l'on accorde aux mesures effectuées. Ainsi si la mesure x_0 est exacte, le sous-ensemble flou A_x doit être représenté par un fait précis. Par conséquent, on utilise comme opérateur de fuzzification la transformation dite de singleton. La fonction d'appartenance du sous ensemble flou A_x est alors définie par [42] :

$$\mu_{A_x}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

La (**Figure III.8**) montre l'aspect de cette fonction d'appartenance.

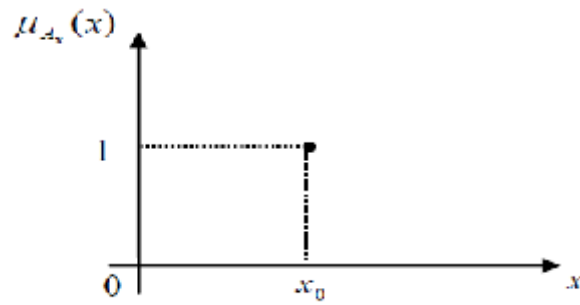


Fig. III.8. Méthode de fuzzification pour une mesure exacte.

Par contre, si la mesure de la variable est incertaine, par exemple à cause du bruit, le sousensemble flou A_x doit être représenté par un fait imprécis. On utilise alors la méthode de fuzzification qui associé à la variable de mesure x_0 une fonction d'appartenance telle que, par exemple :

$$\mu_{A_x}(x) = \max\left\{0; 1 - \frac{|x - x_0|}{\varepsilon}\right\} \quad (\text{III.15})$$

La représentation graphique de cette fonction est représentée par la **(Figure I.9)**. Ce sousensemble flou comprend donc la mesure x_0 avec une appartenance unité et les valeurs voisines de x_0 avec une appartenance inversement proportionnelle à l'écart avec x_0 .

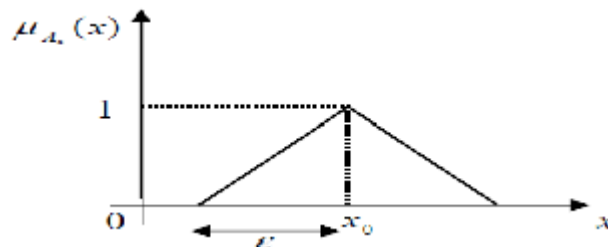


Fig. III.9. Méthode de fuzzification pour une mesure incertaine.

La base du triangle (ε) est fonction de l'importance relative des erreurs de mesures. En effet, plus elles sont importantes, plus la mesure de la variable x_0 devient imprécise, et donc, plus le triangle doit s'élargir.

III.2.4.2 Base de règles

La base de règles floues, ou base de connaissances, contient des règles floues décrivant le comportement du système, elle est le cœur du système entier dans le sens où tous

les autres composants sont utilisés pour interpréter et combiner ces règles afin de former le système final.

Ces règles peuvent être fournies par un expert ou peuvent être extraites de données numériques.

Dans les deux cas, les règles prennent la forme « SI prémisse ALORS conclusion », à titre d'exemple :

$$R_1^k : \text{SI } x_1 \text{ est } A_1^k \text{ et.....et } x_n \text{ est } A_n^k \text{ ALORS } y \text{ est } B^k \quad (\text{III.16})$$

Ou sous forme de Sugeno

$$R_1^k : \text{SI } x_1 \text{ est } A_1^k \text{ et.....et } x_n \text{ est } A_n^k \text{ ALORS } y_k = f_k(x) \quad (\text{III.17})$$

Avec : $k = 1, 2, \dots, M$; A_1^k et B^k sont des ensembles flous dans $X_i \subset R$ et $y \subset R$ respectivement ; $x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ et $y \in Y$, x et y sont des variables linguistiques

$$f_k(x) = a_{k,0} + a_{k,1}x_1 + a_{k,2}x_2 + \dots + a_{k,n}x_n \text{ (polynôme)} \quad (\text{III.18})$$

Avec $(a_{k,0}, a_{k,1}, a_{k,2}, \dots, a_{k,n})$ variables

III.2.4.3 Moteur d'inférence

Le moteur d'inférence floue transforme, à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue. En fait, le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant le principe de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie.

Pour le réglage par logique floue, on utilise en générale une des méthodes suivantes :

- **Méthode d'inférence max-min (méthode de Mamdani)**

La méthode d'inférence max-min est réalisée, au niveau de la condition l'opérateur « ET » par la formulation du minimum.

La conclusion dans chaque règle, introduite par « ALORS », lie le facteur d'appartenance de la prémisse avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie est réalisée par la formation du minimum. Enfin l'opérateur « OU » qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum [43].

- **Méthode d'inférence max-produit (méthode de Larsen)**

La méthode d'inférence max-produit est réalisée, au niveau de la condition, l'opérateur « ET » par la formation du produit. La condition dans chaque règle, introduite par « ALORS » est réalisée par la formation du produit. L'opérateur « OU », qui lie les différentes règles, est réalisé par la formation du maximum [38], [43].

- **Méthode de Sugeno**

L'opérateur « ET » est réalisé par la formation du minimum, la conclusion de chaque règle floue a une forme polynomiale. La sortie est égale à la moyenne pondérée de la sortie de chaque règle floue.

III.2.4.4 Interface de défuzzification

La stratégie de commande utilisée est décrite par un ensemble de déclaration linguistique ou règles. Puisque le processus exige à ses entrées des valeurs non floues, l'ensemble flou de sortie du régulateur doit être défuzzifié [42].

La défuzzification est l'opération qui consiste à extraire d'un ensemble flou une valeur numérique considérée comme valeur significative.

Dans la commande en temps réel, un critère de choix de la commande de défuzzification est la simplicité de calcul.

Il existe plusieurs méthodes de défuzzification, elles sont illustrées par **(Figure III.10)**.

- **Méthode du centre de gravité (DEF1)**

C'est la méthode la plus utilisée dans les contrôleurs flous. Elle donne comme valeur le centre de gravité de l'ensemble flou. La sortie défuzzifiée Z est définie par :

$$Z = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_z(z_j) z_j}{\sum_{j=1}^n \mu_z(z_j)} \quad (\text{III.19})$$

- **Méthode du plus grand maximum (DEF2)**

Cette méthode donne comme résultat la plus grande valeur dont la grandeur a le plus grand degré d'appartenance.

- **Méthode du plus petit maximum (DEF3)**

Elle donne comme résultat la plus petite valeur dont la grandeur a le plus grand degré d'appartenance.

- **Méthode de la moyenne des maxima (DEF4)**

Elle donne comme valeur la moyenne des valeurs dont le degré d'appartenance est maximal.

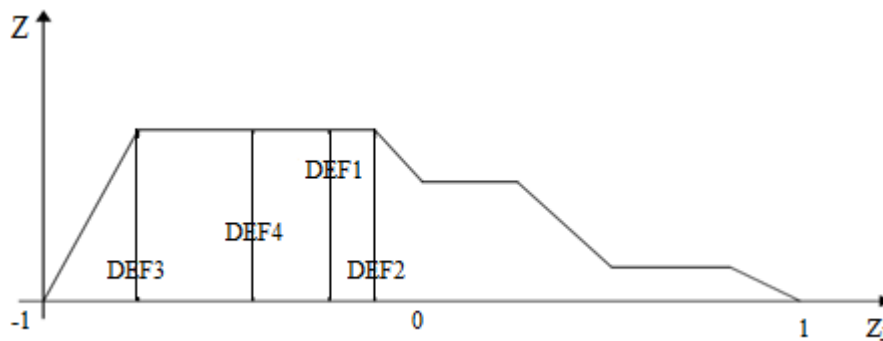


Fig. III.10. Différentes méthodes de défuzzification.

III.2.5 Approximation floue

Le choix de méthode de fuzzification, de la stratégie d'inférence et de la méthode défuzzification permet d'établir différentes classes de systèmes flous. Lors de la conception des contrôleurs flous, qui sont à base de système flous, ces classes seront prises en considération. Parmi ces classes, celle utilisant une fuzzification par singleton, une défuzzification par le centre de gravité, et le produit d'inférence, représentant toutes les fonctions: $f : U \subset R^n \longrightarrow R$ de la forme suivante [44]

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^k \bar{y}^l \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{i=1}^k \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (\text{III.20})$$

Où $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in U$, $\bar{y}^l$ est le point auquel $\mu_{G^l}(y)$ prend sa valeur maximale (en général, on prendra $\mu_{G^l}(\bar{y}^l) = 1$), et F_i^l et G^l sont les ensembles flous. Si les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x_i)$ sont fixées, et que les paramètres $\bar{y}^l$ sont considérés comme des paramètres ajustables, alors le système floue (III.20) peut être réécrit sous la forme compacte suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (\text{III.21})$$

Où $\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M)^T$ est un vecteur de paramètres et $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^M(x))^T$ est un vecteur (des fonctions floues du base) régressif avec le régresseur $\xi^l(x)$ défini comme :

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (\text{III.22})$$

Les contrôleurs flous adaptatifs basés sur la relation (III.22) seront relativement facile à concevoir et à analyser, mais l'inconvénient d'utiliser cette forme réside dans le fait de ne pas pouvoir ajuster les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x_i)$ durant la procédure d'adaptation.

III.2.6 Conception du contrôleur adaptatif flou

On considère le système non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Qui est équivalent à la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y = x \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Où, f et g sont des fonctions continues et connues, $u \in \mathfrak{R}$ et $y \in \mathfrak{R}$ sont l'entrée et la sortie du système respectivement et $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état du système supposé observable. Pour que (III.23) soit contrôlable, il faut $g(x) \neq 0$ pour $x \in U_c$, $U_c \in \mathfrak{R}^n$ (U_c région de commandabilité).

L'objectif de la commande est de forcer la sortie y à suivre un signal de référence borné $y_m(t)$, sous la contrainte que tous les signaux impliqués soient bornés. (le système en boucle fermée soit globalement stable), avec une erreur de poursuite $e = y_m - y$ aussi petite que possible.

On choisit $e = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})$ et $k = (k_n, \dots, k_1)^T \in \mathfrak{R}^n$, tel que toutes les racines du polynôme $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ soient dans le demi-plan gauche.

Si les fonctions f et g sont connues, la loi de commande s'exprime par [44]:

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + \dot{y}_m^{(n)} + k^T e \right] \quad \text{pour } g(x) \neq 0 \quad (\text{III.25})$$

ce qui donne :

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (\text{III.26})$$

Qui résulte en : $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$

Si f et g sont inconnues, on les approxime par les systèmes flous $\hat{f}(x / \theta_f)$ et $\hat{g}(x / \theta_g)$ respectivement, lesquels sont de la forme (III.19).

Alors, la loi de commande résultante est :

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(x / \theta_g)} \left[-\hat{f}(x / \theta_f) + \dot{y}_m^{(n)} + k^T e \right] \quad (\text{III.27})$$

D'après (III.24) et (III.27), et après quelques manipulations, on obtient :

$$e^{(n)} = -k^T e + \left[\hat{f}(x / \theta_f) - f(x) \right] + \left[\hat{g}(x / \theta_g) - g(x) \right] u_c \quad (\text{III.28})$$

Ce qui est équivalent à :

$$\dot{e} = A_c e + b_c \left[(\hat{f}(x / \theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x / \theta_g) - g(x)) u_c \right] \quad (\text{III.29})$$

$$\text{Où, } A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & -k_{n-2} & \dots & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

A_c étant une matrice stable puisque $|sI - A_c| = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ est Hurwitz, alors il existe une matrice P symétrique définie positive qui satisfait l'équation de Lyapounov :

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (\text{III.31})$$

Où Q est une matrice arbitraire définie positive.

On considère la fonction de Lyapounov candidate $V_e = \frac{1}{2} e^T P e$ et en utilisant (III.31) et (III.29) on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} \\ \dot{V}_e &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \left[(\hat{f}(x / \theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x / \theta_g) - g(x)) u_c \right] \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

Pour que $x_i = y_m^{(i-1)} - e^{(i-1)}$ soit bornée, V_e doit être bornée, ce qui signifie que $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque V_e est plus grand qu'une constante $\tilde{V}$. De (III.32) on voit qu'il est très difficile de concevoir u_c tel que le dernier terme de (III.32) soit négatif. Pour résoudre ce problème, on ajoute un autre terme de commande u_s à u_c , la commande finale sera,

$$u = u_c + u_s \quad (\text{III.33})$$

Ce terme de commande additionnel u_s est appelé commande de supervision. La détermination de u_s , tel que $\dot{V}_e \leq 0$ quand $V_e > \tilde{V}$, est obtenue en substituant (III.33) en (III.24) et en utilisant la même manipulation que pour l'obtention de (III.29), on aboutit à la nouvelle équation de l'erreur :

$$\dot{e} = A_c e + b_c \left[(\hat{f}(x / \theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x / \theta_g) - g(x))u_c - g(x)u_s \right] \quad (\text{III.34})$$

En utilisant (III.34) et (III.31) on aura,

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \left[(\hat{f}(x / \theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x / \theta_g) - g(x))u_c - g(x)u_s \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + |e^T P b_c| \left[|\hat{f}(x / \theta_f)| + |f(x)| + |\hat{g}(x / \theta_g)u_c| + |g(x)u_c| \right] - e^T P b_c g(x)u_s \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

Afin d'élaborer la commande u_s telle que le dernier terme de (III.35) soit non positif, on a besoin des valeurs limites de f et de g , c'est-à-dire qu'on doit concevoir u_s tel que $\dot{V}_e \leq 0$, pour cela nous émettons l'hypothèse suivante :

On peut déterminer les fonctions $f^U(x)$, $g^U(x)$ et $g_L(x)$ tel que :

$$|f(x)| \leq f^U(x) \text{ et } g_L(x) \leq g(x) \leq g^U(x) \text{ pour } x \in U_c, \text{ où}$$

$$f^U(x) < \infty, g^U(x) < \infty \text{ et } g_L(x) > 0 \text{ pour } x \in U_c$$

On construit la commande de supervision u_s comme suit :

$$u_s = I_1^* \text{sgn}(e^T P b_c) \frac{1}{g_L(x)} \cdot \left[|\hat{f}(x / \theta_f)| + f^U(x) + |\hat{g}(x / \theta_g)u_c| + |g^U(x)u_c| \right] \quad (\text{III.36})$$

$$\text{Où, } \begin{cases} I^* = 1 \text{ si } V_e > \tilde{V} \\ I^* = 0 \text{ si } V_e \leq \tilde{V} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \text{sgn}(e^T P b_c) = 1 \text{ si } (e^T P b_c) \geq 0 \\ \text{sgn}(e^T P b_c) = -1 \text{ si } (e^T P b_c) < 0 \end{cases}$$

En substituant (III.34) en (III.35) et considérant le cas $I^* = 1$, on a

$$\begin{aligned}
\dot{V}_e &= -\frac{1}{2}e^T Qe + |e^T P b_c| \times \left[|\hat{f}| + |f| + |\hat{g}u_c| + |gu_c| - \frac{g}{g_L} (|\hat{f}| + f^U + |\hat{g}u_c| + |g^U u_c|) \right] \\
&\leq -\frac{1}{2}e^T Qe \leq 0
\end{aligned} \tag{III.37}$$

Par l'utilisation de la commande de supervision u_s , on a toujours $V_e > \tilde{V}$, parce que $P > 0$ donc la limitation de V_e implique la limitation de e , ce qui implique la limitation de x . Vu que toutes les quantités dans la partie droite de (III.27) et (III.36) sont connues et mesurables, alors la loi de commande (III.36) peut être implémentée.

L'étape suivante est de remplacer $\hat{f}$ et $\hat{g}$ par des systèmes flous de la forme (III.20) et de développer une loi d'adaptation pour ajuster les vecteurs des paramètres θ_f et θ_g , afin de forcer la convergence de l'erreur de poursuite.

On définit les vecteurs des paramètres optimaux suivants :

$$\begin{cases} \theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{f}(x / \theta_f) - f(x)| \right] \\ \theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{g}(x / \theta_g) - g(x)| \right] \end{cases} \tag{III.38}$$

Où Ω_f et Ω_g sont les ensembles des contraintes pour θ_f et θ_g respectivement, spécifiés par le concepteur. Ω_f et Ω_g sont définis par (III.39) et (III.40) respectivement. En plus pour Ω_g , $\hat{g}(x / \theta_g)$ doit être positive (tant que $g(x)$ est positive).

$$\Omega_f = \{ \theta_f : |\theta_f| \leq M_f \} \tag{III.39}$$

$$\Omega_g = \{ \theta_g : |\theta_g| \leq M_g, \bar{y}^l \geq \varepsilon \} \tag{III.40}$$

Où M_f, M_g et ε sont des constantes positives spécifiées par le concepteur. Dans notre système flou (III.20), $\bar{y}^l \geq \varepsilon > 0$ implique que le système flou correspondant est positif. On définit l'erreur d'approximation minimale :

$$w = (\hat{f}(x / \theta_f^*) - f(x)) + (\hat{g}(x / \theta_g^*) - g(x))u_c \tag{III.41}$$

Alors, l'équation de l'erreur **(III.42)** peut être réécrite comme :

$$\dot{e} = A_c e - b_c g(x) u_s + b_c \left[(\hat{f}(x / \theta_f) - \hat{f}(x / \theta_f^*)) + (\hat{g}(x / \theta_g) - \hat{g}(x / \theta_g^*)) u_c + w \right] \quad (\text{III.42})$$

Si $\hat{f}$ et $\hat{g}$ sont choisis comme des systèmes flous de la forme **(III.20)**, donc on peut récrire **(III.42)** comme :

$$\dot{e} = A_c e - b_c g(x) u_s + b_c w + b_c \left[\phi_f^T \xi(x) + \phi_g^T \xi(x) u_c \right] \quad (\text{III.43})$$

Où $\phi_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\phi_g = \theta_g - \theta_g^*$ et $\xi(x)$ est la fonction floue de base donnée par **(III.22)**.

Considérons la fonction de Lyapounov :

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_g^T \phi_g \quad (\text{III.44})$$

Où γ_1 et γ_2 sont des constantes positives. La dérivée de V est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} e^T Q e - g(x) e^T P b_c u_s + e^T P b_c w + \frac{1}{2\gamma_1} \phi_f^T (\dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T P b_c \xi(x)) + \\ & + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_g^T (\dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c) \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Où on utilise **(III.31)** et $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f$, $\dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g$, on choisit les lois d'adaptation :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_f &= -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) \\ \dot{\theta}_g &= -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

Alors **(III.45)** devient : $\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c w$

Les fonctions $\hat{f}(x / \theta_f)$ et $\hat{g}(x / \theta_g)$ sont représentées comme suit :

$$\begin{cases} \hat{f}(x / \theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \\ \hat{g}(x / \theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \end{cases} \quad (\text{III.47})$$

On considère le système **(III.23)** avec la commande **(III.33)**, **(III.27)** et **(III.36)**, $\hat{f}$ et $\hat{g}$ de **(III.47)** alors :

$$|\theta_f(t)| \leq M_f, |\theta_g(t)| \leq M_g \text{ et } \theta_g \geq \varepsilon, \quad (\text{III.48})$$

$$|x(t)| \leq |y_m| + \left(\frac{2\tilde{\mathcal{V}}}{\lambda_{\min}} \right)^{1/2} \quad (\text{III.49})$$

$$|u(t)| \leq \frac{1}{\varepsilon} \left(M_f + |y_m^{(n)}| + |k| \left(\frac{2\tilde{\mathcal{V}}}{\lambda_{\min}} \right)^{1/2} \right) + \frac{1}{g_L(x)} \left[M_f + |f^U(x)| + \frac{1}{\varepsilon} (M_g + g^U) \left(M_f + |y_m^{(n)}| + |k| \left(\frac{2\tilde{\mathcal{V}}}{\lambda_{\min}} \right)^{1/2} \right) \right] \quad (\text{III.50})$$

Où $\lambda_{\min}$ est la valeur propre minimale de P . On utilise les lois d'adaptation suivantes pour ajuster les vecteurs de paramètre θ_f et θ_g respectivement :

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) & \text{si } (|\theta_f| < M_f) \text{ ou } (|\theta_f| = M_f \text{ \& } e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) \geq 0) \\ p \{-\gamma_1 e^T P b_c \xi(x)\} & \text{si } (|\theta_f| = M_f \text{ \& } e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) < 0) \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

$$\text{Où, } P \{-\gamma_1 e^T P b_c \xi(x)\} = -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) + \gamma_1 e^T P b_c \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(x)}{|\theta_f|^2} \quad (\text{III.52})$$

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c & \text{si } (|\theta_g| < M_g) \text{ ou } (|\theta_g| = M_g \text{ \& } e^T P b_c \theta_g^T \xi(x) u_c \geq 0) \\ p \{-\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c\} & \text{si } (|\theta_g| = M_g \text{ \& } e^T P b_c \theta_g^T \xi(x) u_c < 0) \end{cases} \quad (\text{III.53})$$

$$\text{Où, } P \{-\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c\} = -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c + \gamma_2 e^T P b_c \frac{\theta_g \theta_g^T \xi(x)}{|\theta_g|^2} u_c \quad (\text{III.54})$$

III.2.7 Application

On considère un pendule inversé, de masse $m = 0.1kg$ et de longueur $2l$, placé sur un chariot, de masse $M = 1kg$, est considéré (**Figure III.11**). Le système est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u \end{cases} \quad (\text{III.55})$$

$$f(x_1, x_2) = \frac{g \sin(x_1) - \frac{mlx_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{M+m}}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M+m})} \quad \text{et} \quad g(x_1, x_2) = \frac{\frac{\cos(x_1)}{M+m}}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M+m})}$$

Soit le signal de référence : $y_m(t) = 0.1 \sin(t)$ et $k = [2 \ 1]^T$ (de sorte que $s^2 + k_1 s + k_2$ soit Hurwitz), avec les conditions initiales : $x(0) = (0.25, 0)^T$ Basé sur le fait que f et g sont des fonctions non linéaires connues.

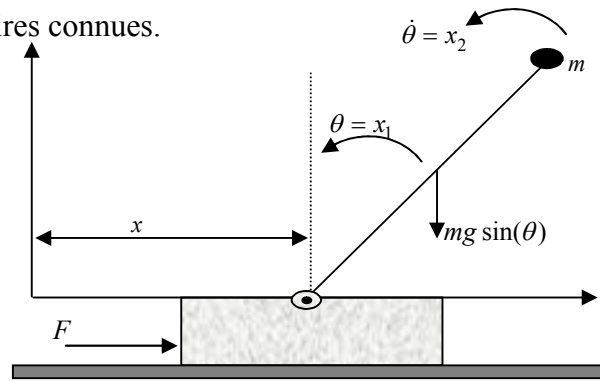


Fig. III.11. Pendule inversé.

III.2.7.1 Résultats de simulation

Les résultats de simulation sous MATLAB sont représentés par les graphes suivants :

a) Cas de régulation $y_m(t) = 0$

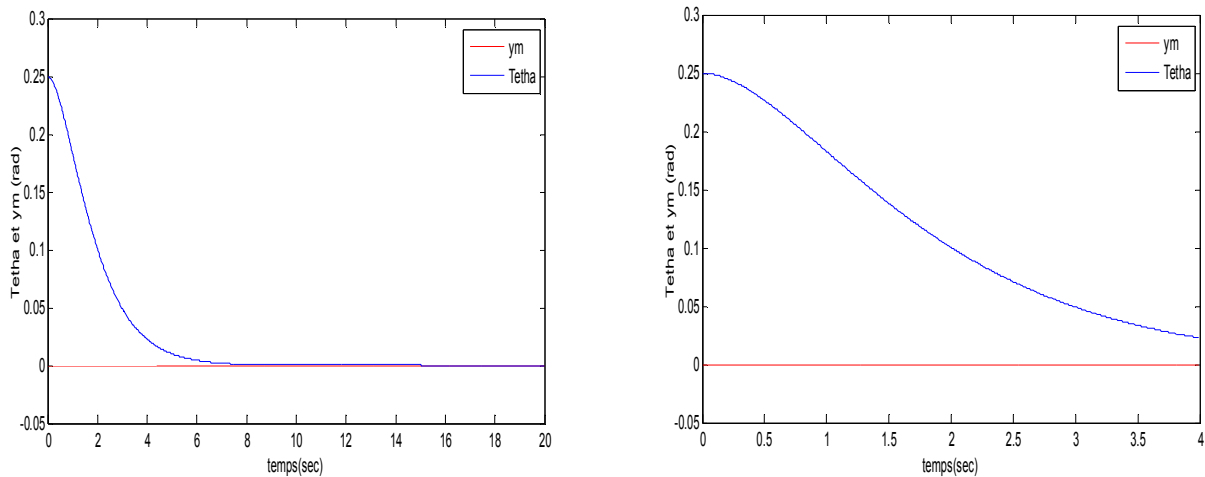


Fig. III.12. Variation de la position angulaire (rad).

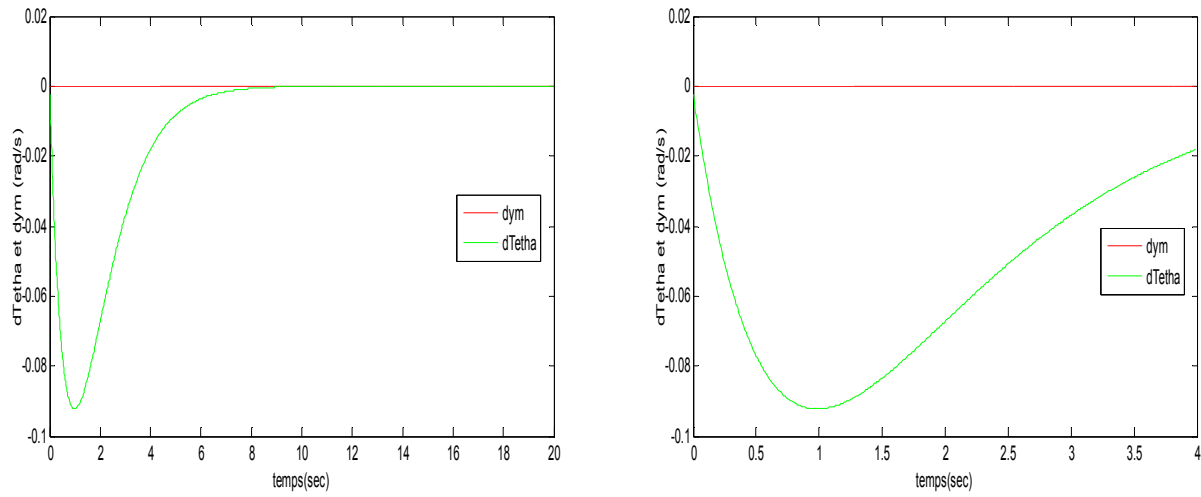


Fig. III.13. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

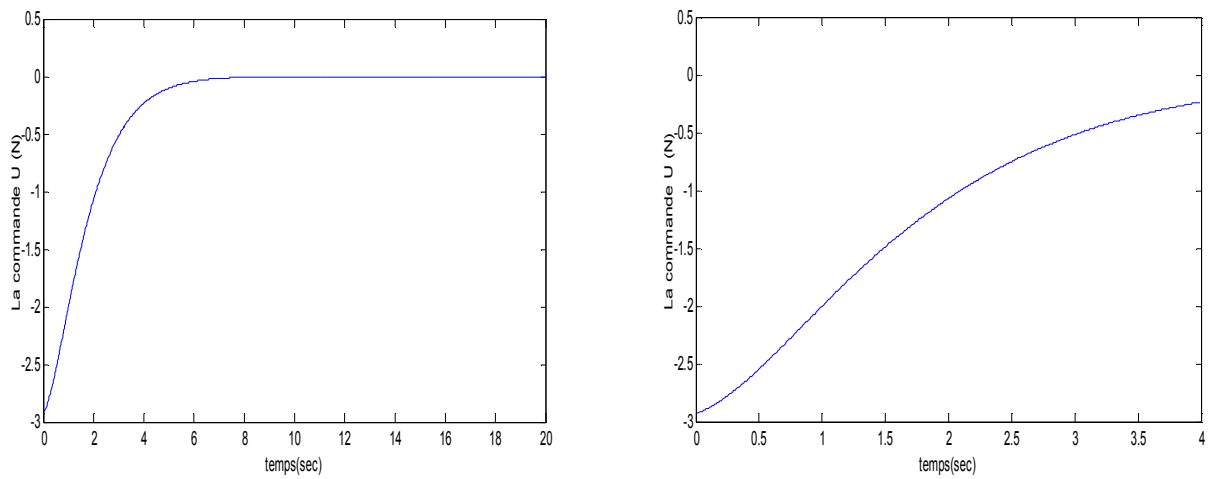


Fig. III.14. Variation de la commande U .

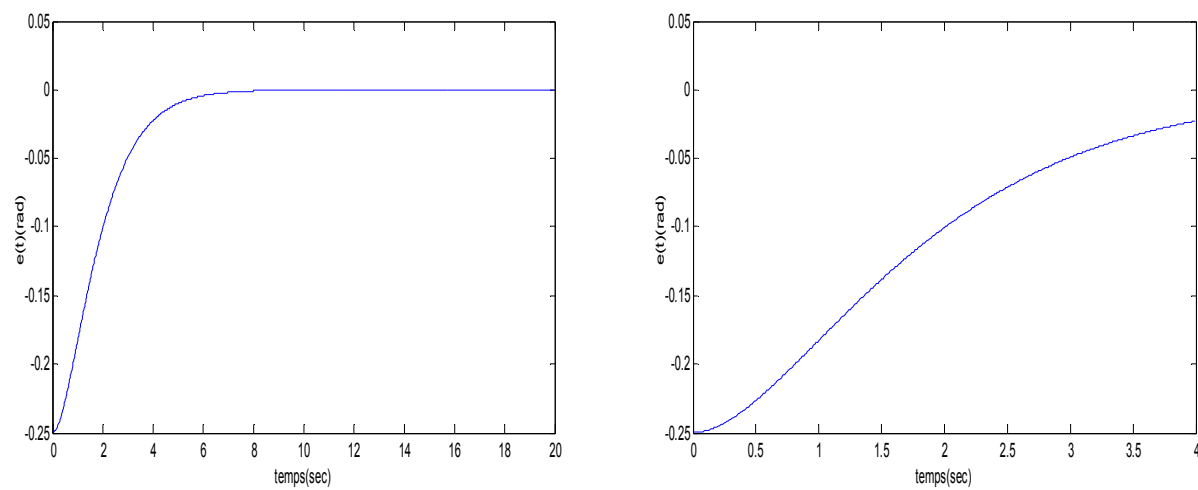


Fig. III.15. Variation de l'erreur de position.

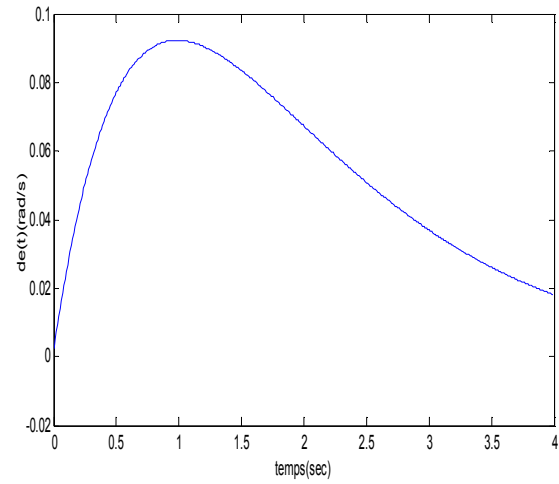
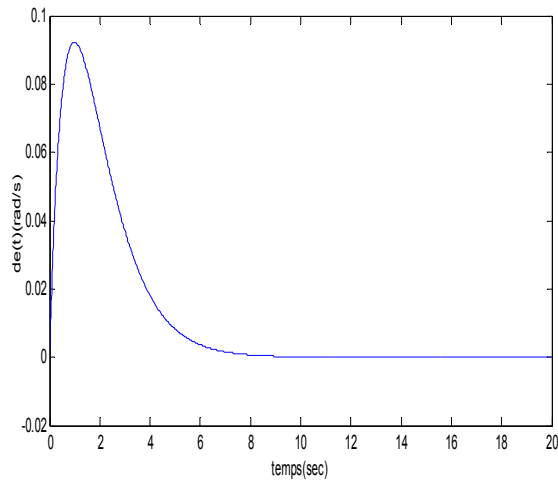


Fig. III.16. Variation de l'erreur de vitesse.

b) Cas de poursuite : $y_m(t) = 0.1\sin(t)$

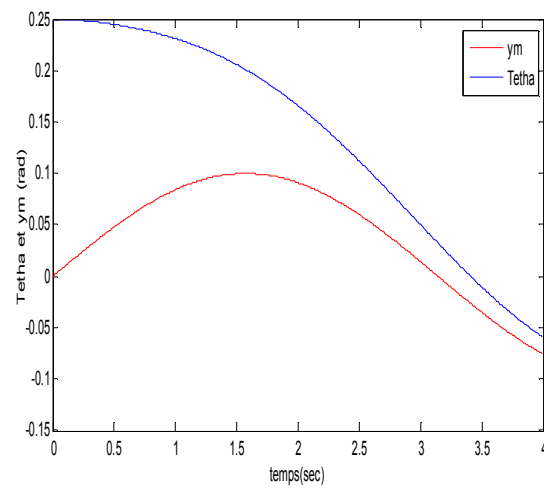
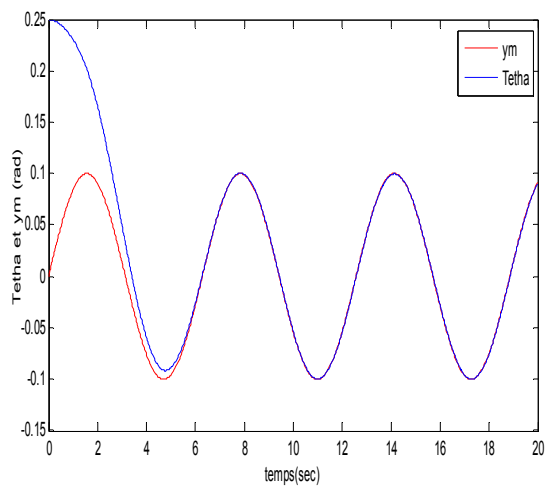


Fig. III.17. Variation de la position angulaire (rad).

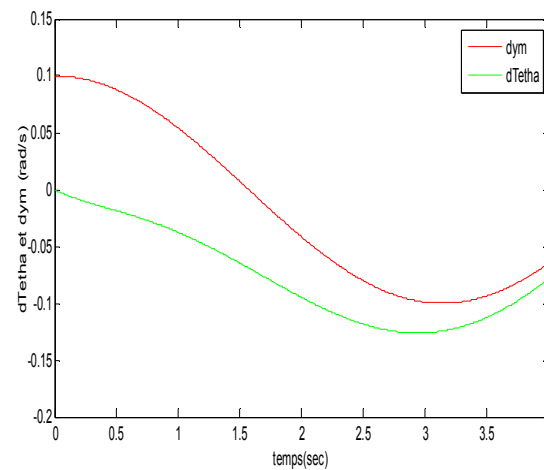
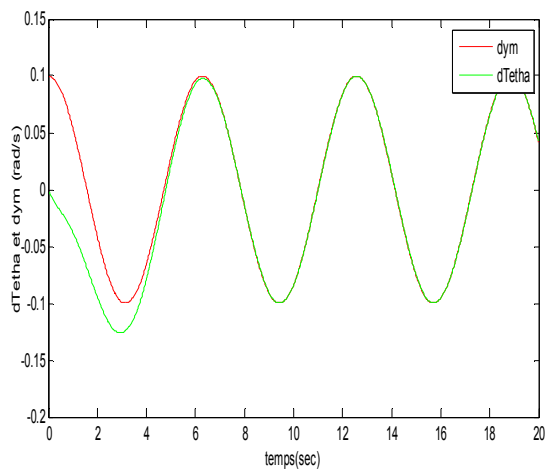


Fig. III.18. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

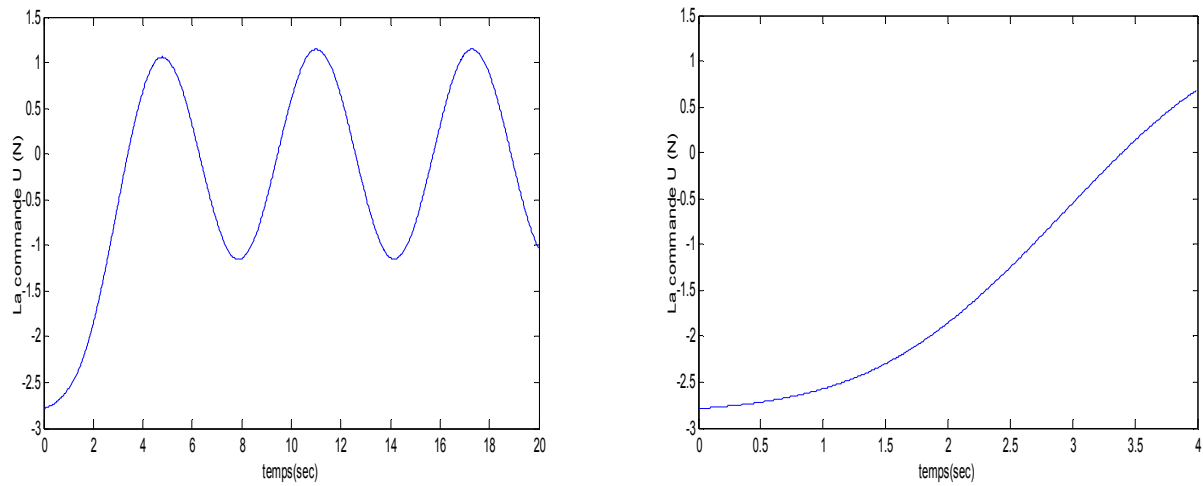
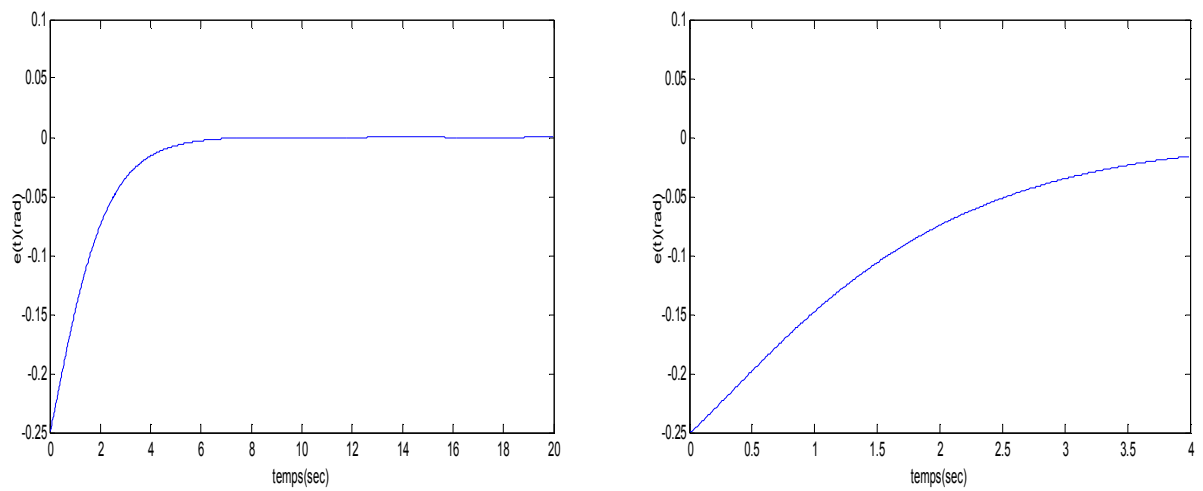
Fig. III.19. Variation de la commande U .

Fig. III.20. Variation de l'erreur de position.

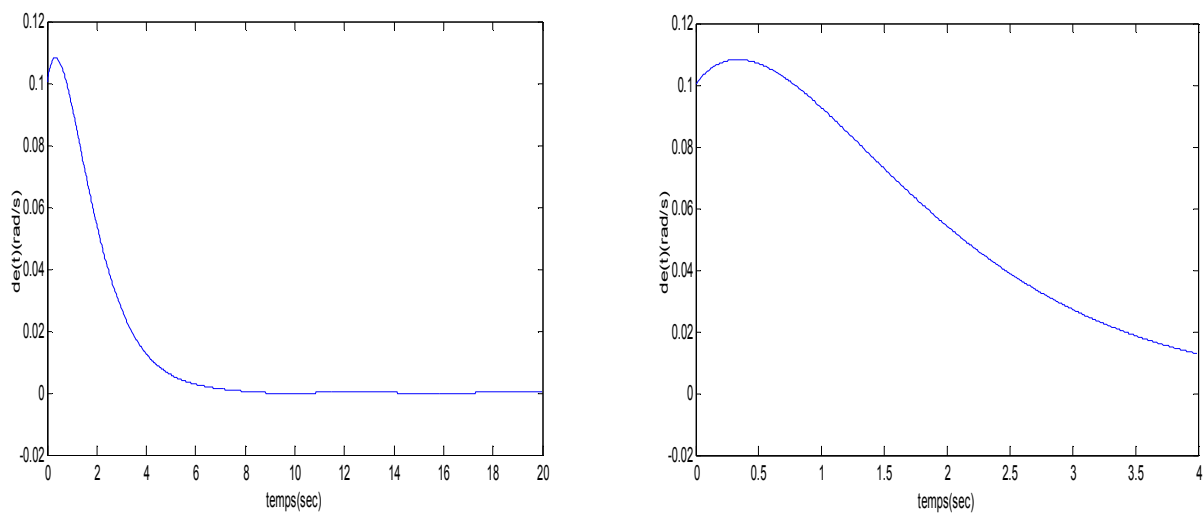


Fig. III.21. Variation de l'erreur de vitesse.

Si f et g sont inconnues, on approxime f et g par des systèmes flous, on a donc besoin de déterminer les limites f^u, g^u et g_L .

$$|f(x_1, x_2)| = \left| \frac{g \sin(x_1) - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m} \right)} \right| \leq \frac{9.8 + \frac{0.025}{1.1} x_2^2}{\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1}}$$

$$\Rightarrow f^u = 15.78 + 0.036 x_2^2 \quad (\text{III.56})$$

$$|g(x_1, x_2)| = \left| \frac{\cos(x_1) \frac{1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m} \right)} \right| \leq \frac{1}{1.1 \left(\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1} \right)} \Rightarrow g^u = 1.46 \quad (\text{III.57})$$

Pour

$$|x_1| = \frac{\pi}{6}, |g(x_1, x_2)| \geq \frac{\cos(\pi/6)}{1.1 \left(\frac{2}{3} + \frac{0.05}{1.1} \cos^2(\pi/6) \right)} \Rightarrow g_L = 1.12 \quad (\text{III.58})$$

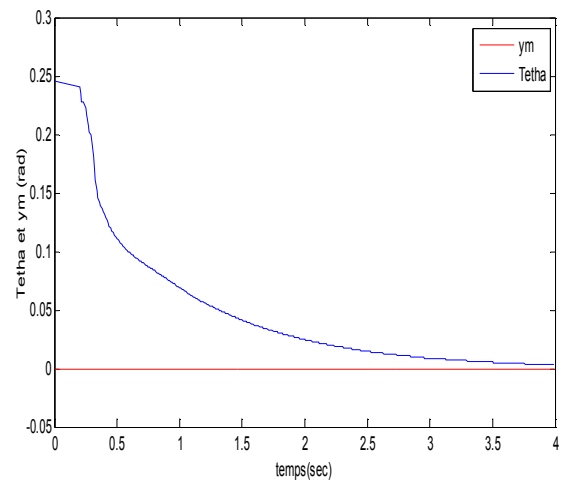
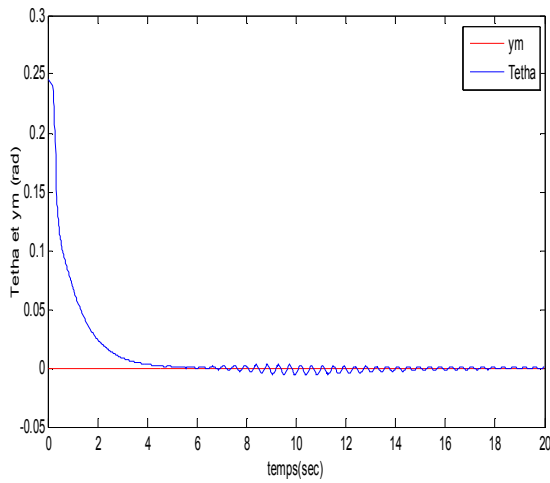
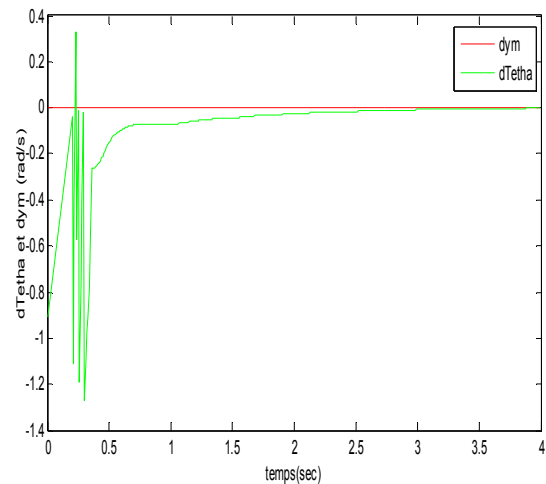
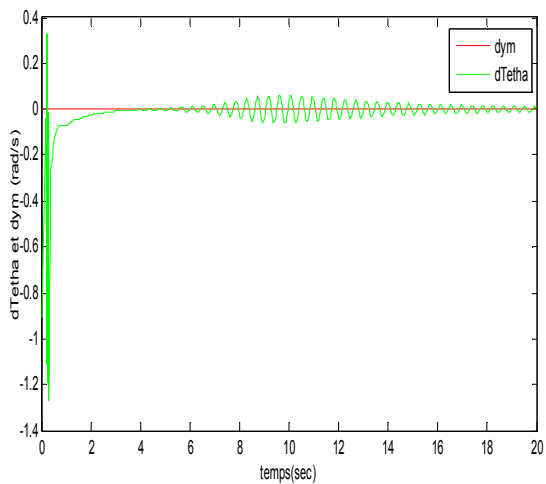
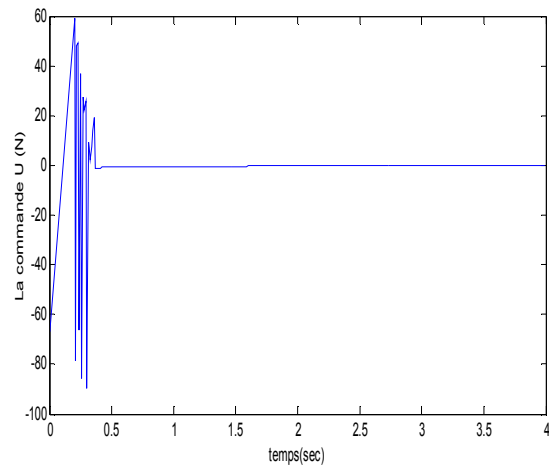
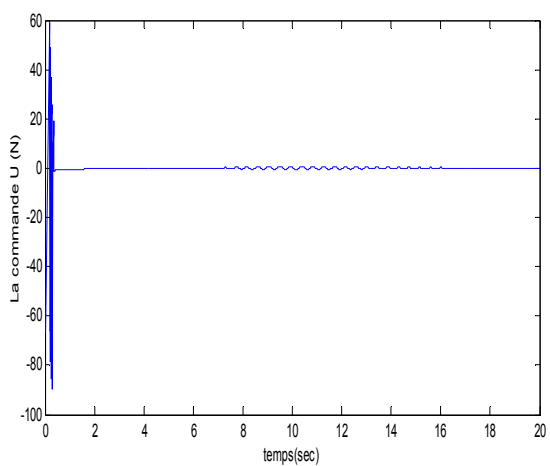
$$|x_1| \leq \frac{\pi}{6} \text{ et } |u| \leq 180 \quad (\text{III.59})$$

On détermine les paramètres : $M_f, M_g, \varepsilon, k_1, k_2$ et $\tilde{V}$.

$$|y_m| \leq \frac{\pi}{15}, \text{ et selon la règle (III.49), } \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{\min}} \right)^{1/2} \leq \frac{\pi}{10}, \text{ et on considère } k_1 = 2, k_2 = 1 \text{ et}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, \text{ la résolution de l'équation (III.31) donne } P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda_{\min} = 2.93 \text{ et}$$

$$\tilde{V} = 0.267, \text{ (III.49) et (III.50) } \Rightarrow M_f = 16, M_g = 1.6, \varepsilon = 0.7.$$

a) Cas de régulation $y_m(t) = 0$ **Fig. III.22.** Variation de la position angulaire (rad).**Fig. III.23.** Variation de la vitesse angulaire (rad/s).**Fig. III.24.** Variation de la commande U.

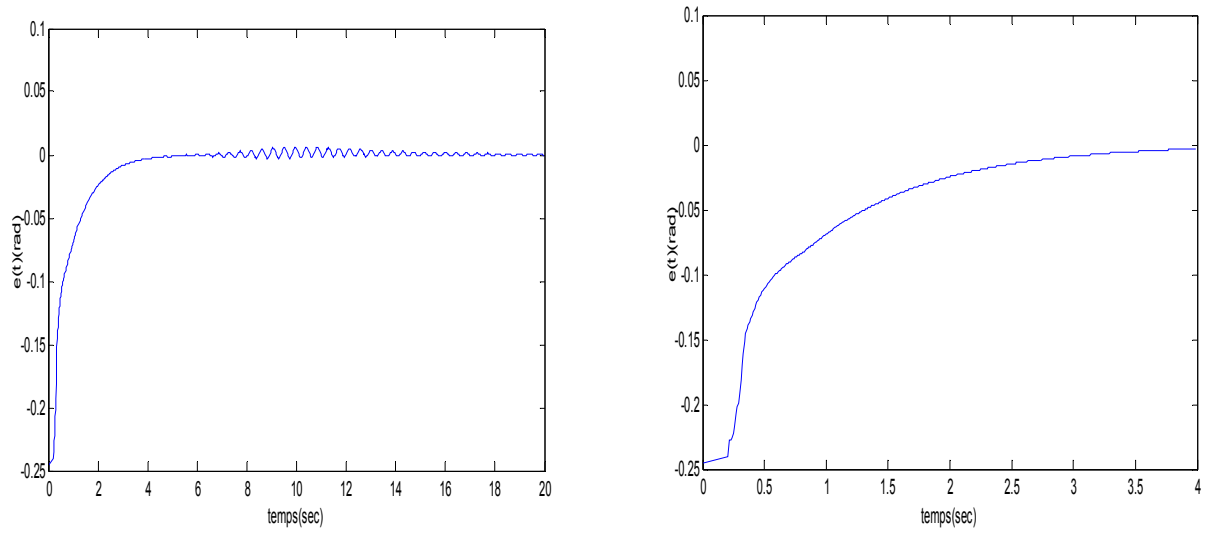


Fig. III.25. Variation de l'erreur de position.

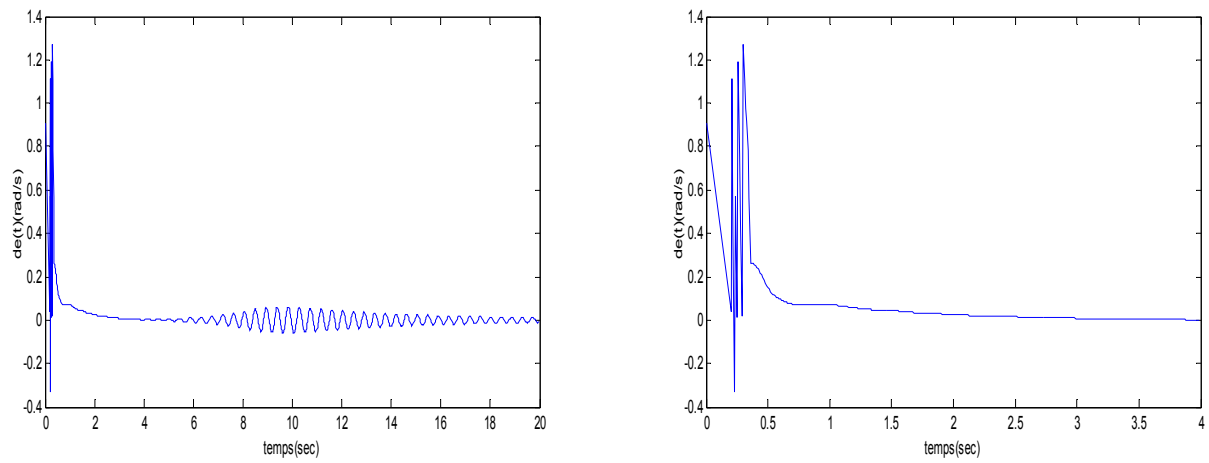


Fig. III.26. Variation de l'erreur de vitesse.

b) Cas de poursuite : $y_m(t) = 0.1\sin(t)$

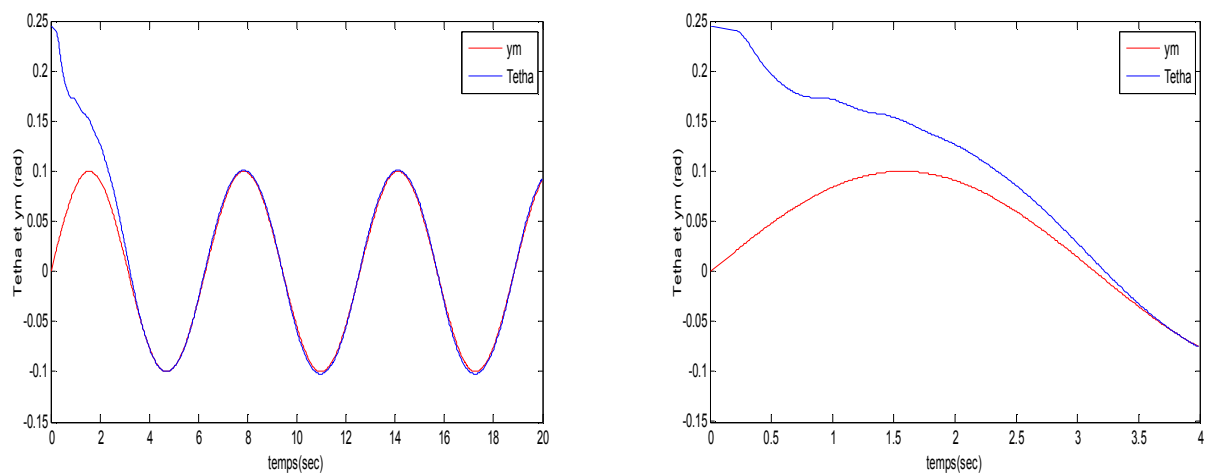


Fig. III.27. Variation de la position angulaire (rad).

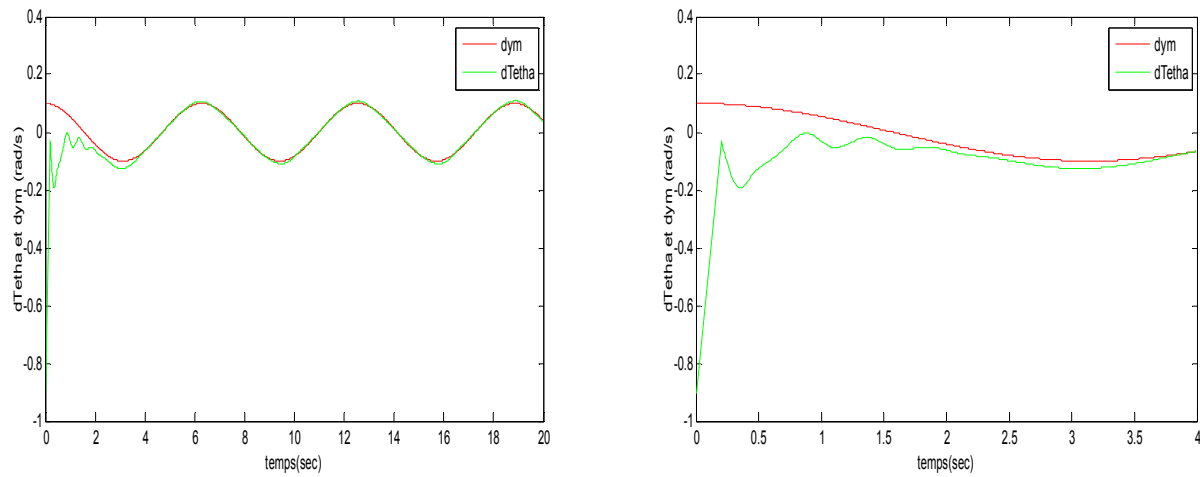


Fig. III.28. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

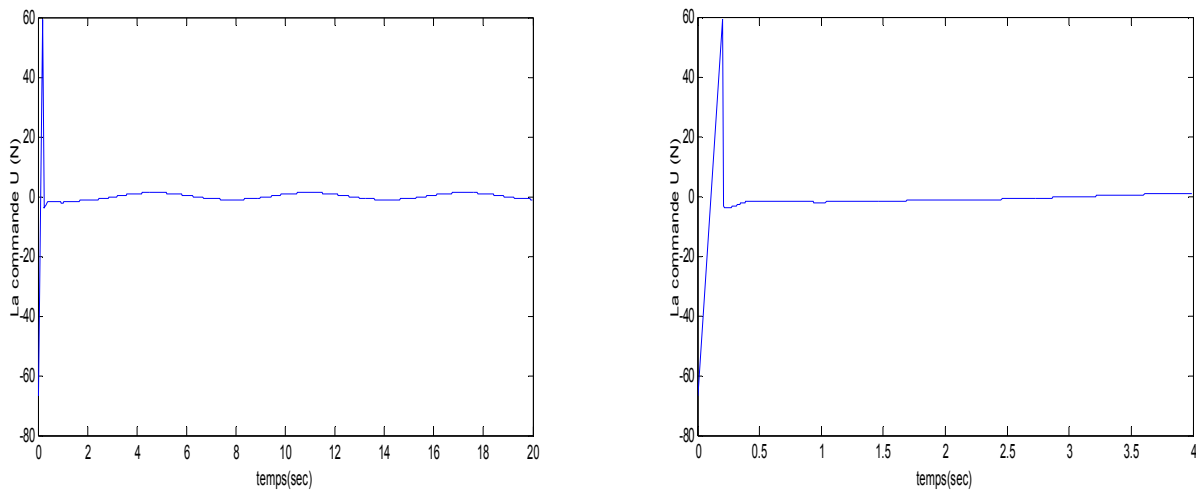


Fig. III.29. Variation de la commande U .

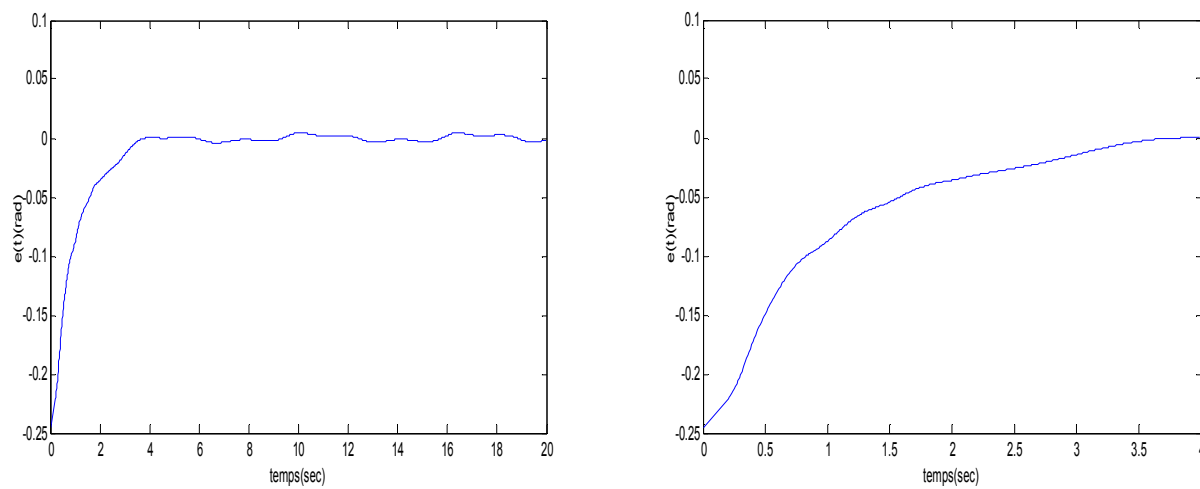


Fig. III.30. Variation de l'erreur de position.

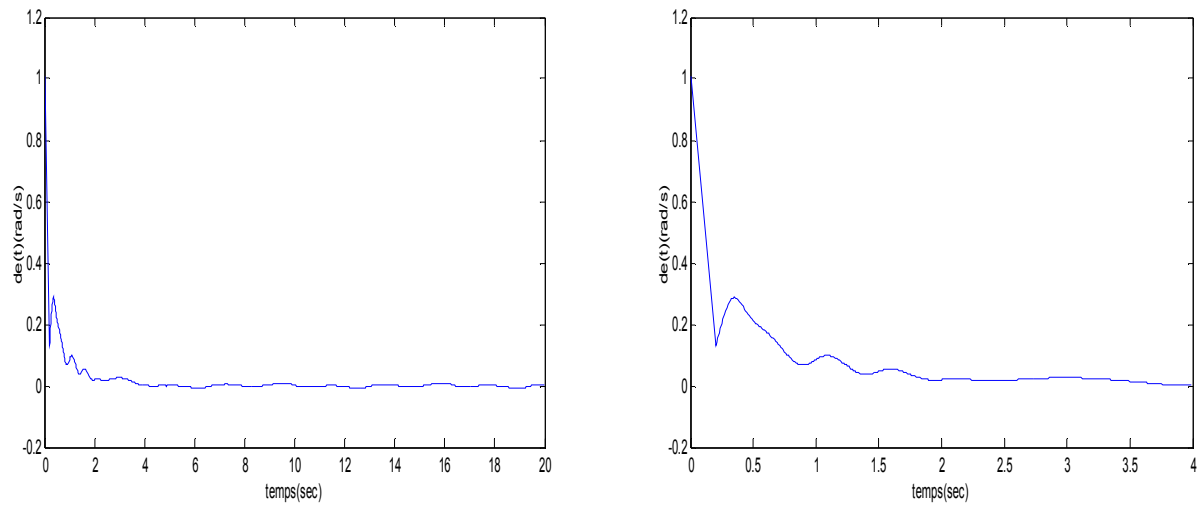


Fig. III.31. Variation de l'erreur de vitesse.

c) Cas d'une perturbation $d(t) = 2\sin(\pi t)$ dans $[4 \ 6]$

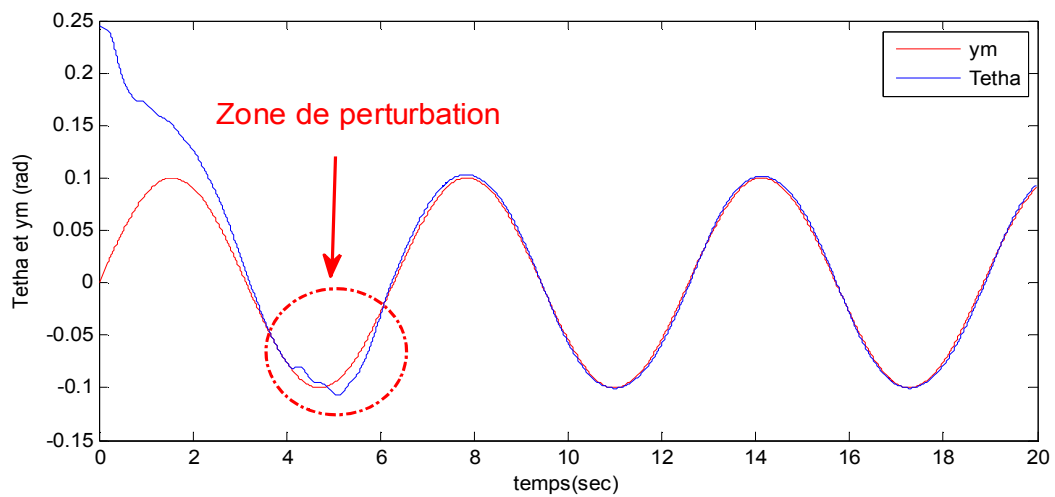


Fig. III.32. Variation de la position angulaire (rad).

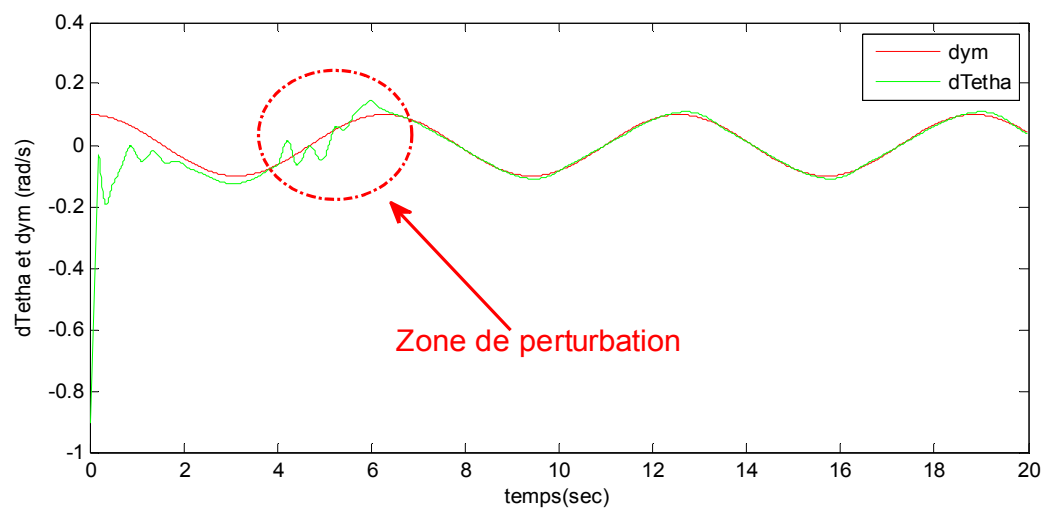
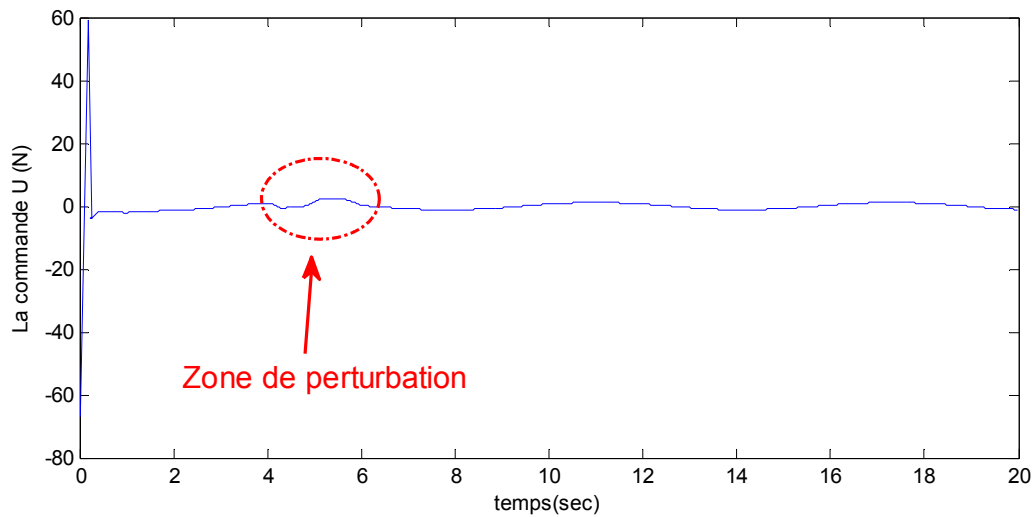
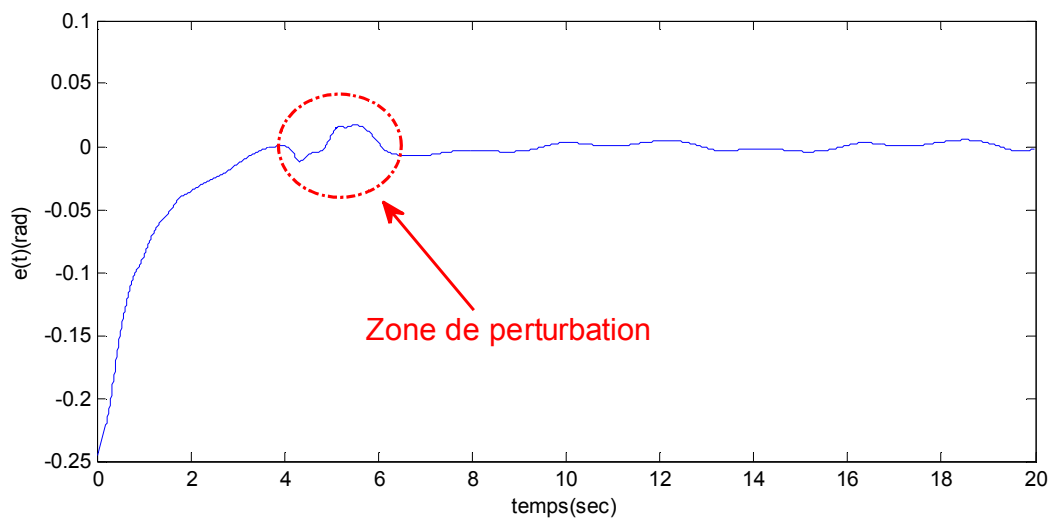
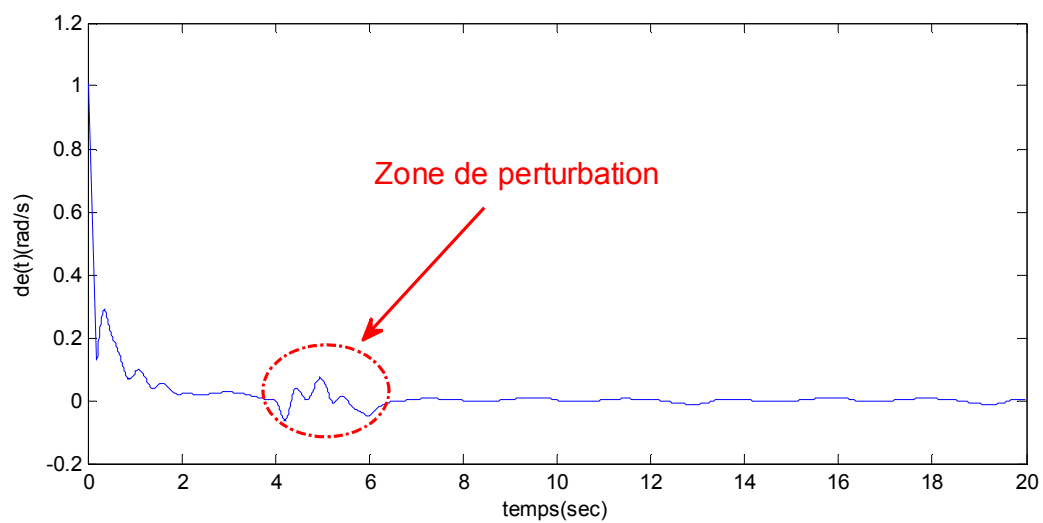


Fig. III.33. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

**Fig. III.34.** Variation de la commande U .**Fig. III.35.** Variation de l'erreur de position.**Fig. III.36.** Variation de l'erreur de vitesse.

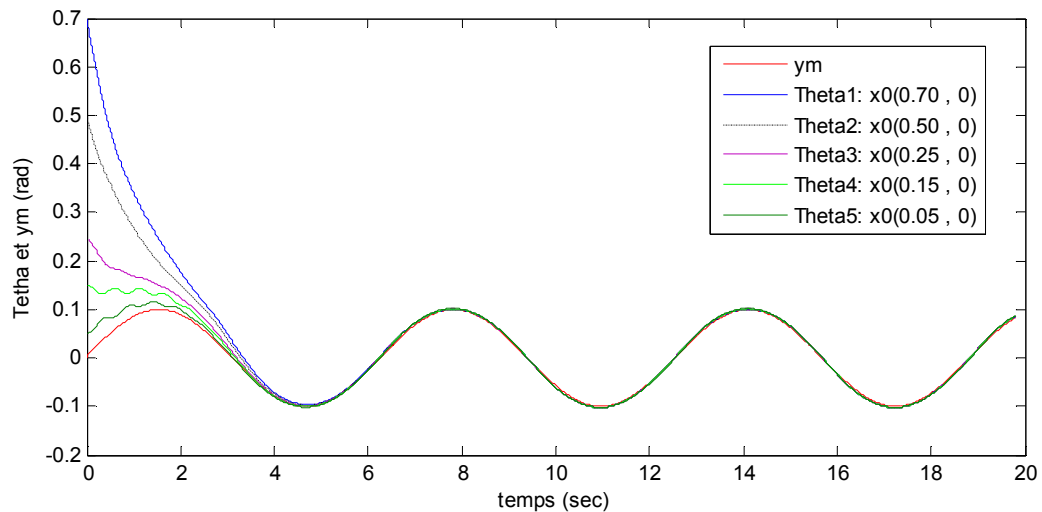


Fig. III.37. Variation de la position angulaire pour des conditions initiales différentes.

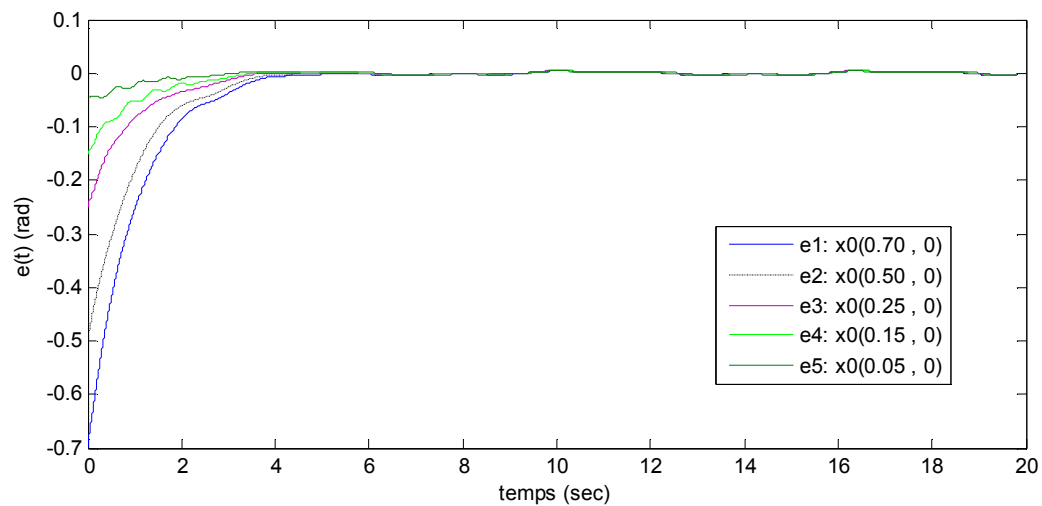


Fig. III.38. Variation de l'erreur de position pour des conditions initiales différentes.

III.3 Conclusion

Ce chapitre fut en sa grande partie, un rappel succinct à la théorie de la commande adaptative avec une petite introduction à la logique floue type-1, où nous avons présenté les fondements théoriques ainsi que les notions de base de cette logique, très efficace dans ce domaine. On a utilisé une approximation floue pour pouvoir bien manipuler les fonctions inconnues du système et proposer par la suite, une commande adaptative floue. Les résultats de simulation d'un pendule inversé montrent une bonne performance de poursuite. Cependant, ce type de commande ne permet pas d'obtenir de bonne performance de poursuite en présence de perturbation. Dans ce contexte, on propose une commande robuste par la combinaison entre la commande par mode glissant terminal et un contrôleur adaptatif flou.

Chapitre IV

Concept général de la
commande adaptative floue
par mode glissant terminal

CHAPITRE IV

Concept général de la commande adaptative floue par mode glissant terminal

IV.1 Introduction

Ces dernières années, l'intégration des techniques floues et des approches de commande par mode glissant au sein de l'automatique, constituaient un foyer très actif de recherches. On prétend que leur combinaison va conduire à de nouveaux algorithmes de contrôle qui exploitent les avantages des deux paradigmes. Beaucoup d'excellents travaux présentant le concept de la logique floue dans des techniques de commande par mode glissant ont été récemment introduits. A titre d'exemple on peut citer l'allègement du phénomène de chattering grâce à l'incorporation de techniques floues au sein de la commande par mode glissant [45]. En outre, l'utilisation des techniques floues peut élargir les limites connues des incertitudes qui sont exigées pour le contrôleur de mode glissant traditionnel [46].

IV.2 Technique de linéarisation d'entrée-sortie

D'une manière générale, la linéarisation d'entrée-sortie est une approche de la conception de commande non-linéaire pour des problèmes de poursuite, obtenue en différenciant continuellement la sortie y par rapport au temps, jusqu'à ce qu'une relation explicite entre y et la commande d'entrée u , apparait. Un contrôleur est ensuite formulé pour annuler la non-linéarité et pour transférer (entièrement ou en partie) la dynamique d'un système non-linéaire dans une dynamique linéaire, à fin que les techniques de commande linéaire peuvent être appliquées. Si la fonction de sortie doit être différenciée n_r fois pour que l'entrée u apparait, on dit que le système a "le degré relatif" n_r . On peut montrer que n_r est plus petit ou égal à n pour n'importe quel système commandable [12].

Considérant maintenant un système mono-entrée mono-sortie (SISO)

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + g_0(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (IV.1)$$

où $x \in R^n$ est un vecteur d'état, et $f_0, g_0 : R^n \rightarrow R^n$, $h : R^n \rightarrow R^n$, sont des fonctions suffisamment lisses. D'autre part, $f_0(0) = 0, h(0) = 0$ sont supposées vérifiées, et on suppose aussi que le vecteur d'état x est disponible. En différenciant y par rapport au temps, on obtient :

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} f_0(x) + \frac{\partial h}{\partial x} g_0(x) u \quad (\text{IV.2})$$

$$= f_1(x) + g_1(x) u. \quad (\text{IV.3})$$

Si $g_1(x)$ n'est pas nulle, alors pour annuler la non-linéarité dans (IV.2), nous pouvons choisir linéarisation la loi de commande par retour d'état u sous la forme suivante :

$$u = \frac{r - f_1(x)}{g_1(x)} \quad (\text{IV.4})$$

Le système (IV.2) devient une équation différentielle linéaire

$$\dot{y} = r \quad (\text{IV.5})$$

Supposons maintenant que le but de la commande est d'orienter la fonction de sortie $y(t)$, en la contraindre à suivre une trajectoire de référence y_d . La nouvelle commande d'entrée peut être donc choisie comme suit :

$$r = \dot{y}_d - \alpha(y - y_d), \quad (\text{IV.6})$$

où $\alpha > 0$. Il résultera dans l'équation de l'erreur de poursuite suivante

$$\dot{e} + \alpha e = 0 \quad (\text{IV.7})$$

où $e = y - y_d$ et α est un facteur de gain. Il est clair que (IV.7) représente une dynamique exponentiellement stable de l'erreur où $e(t)$ convergera exponentiellement vers zéro. Si $e(0) = \dot{e}(0) = 0$, $e(t)$ doit être égal à zéro pour tout $t \geq 0$, ce qui signifie que la poursuite est parfaite [47].

IV.3 Conception de la commande adaptative floue par mode glissant terminal

IV.3.1 Base d'un système flou

Un système flou, est construit à partir d'une collection de règles floues SI-ALORS dont la $j^{ème}$ règle est donnée par :

R^j : SI x_1 est A_1^j et... et x_n est A_n^j ALORS y est B^j . En utilisant une fuzzification par singleton, une défuzzification par le centre de gravité, et le produit d'inférence, le système flou devient :

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^m y^j \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}, \quad (IV.8)$$

où $\mu_{A_i^j}(x_i)$ est la fonction d'appartenance du variable linguistique x_i et y^j est le point dans R auquel μ_{B_j} prend sa valeur maximum (supposons que $\mu_{B_j}(y^j) = 1$).

En présentant le vecteur régressif $\xi(x)$, (IV.8) peut être réécrit sous la forme compacte suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x), \quad (IV.9)$$

où $\theta = (y^1, \dots, y^m)^T$, $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x))^T$.

$$\xi(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}, \quad (IV.10)$$

IV.3.2 Commande adaptative floue par mode glissant

Il est supposé que le modèle nominal du système non-linéaire est dénoté par $f(x, t)$, $g(x, t)$. Considérons le système (SISO) non-linéaire incertain suivant [27] :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, \\ \dot{x}_n = f(x, t) + \Delta f(x, t) + (g(x, t) + \Delta g(x, t))u(t) + d_0(x, t), \end{cases} \quad (IV.11)$$

où $i = 1, 2, \dots, n-1$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x_1, \dot{x}_1, \dots, x_1^{(n-1)}]^T$, $f(x, t)$ et $g(x, t)$ sont les fonctions continues du modèle nominal, avec $g(x, t) > 0$, $d_0(x, t)$ est une perturbation externe, et une fonction continue aussi.

Définissant $d(x, t) = \Delta f(x, t) + \Delta g(x, t)u(t) + d_0(x, t)$, nous pouvons récrire le système non-linéaire comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, \\ \dot{x}_n = f(x, t) + g(x, t)u(t) + d(x, t), \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

Dans ce chapitre, nous supposons en plus, que $d(x, t)$ et $\dot{d}(x, t)$ sont deux fonctions continues limitées.

L'objectif est donc de déterminer une commande par mode glissant de telle sorte que la sortie du système, y , suit une trajectoire de référence, y_m , c'est à dire, l'erreur de poursuite : $e = y_m - y$ converge vers zéro.

Soit le polynôme d'Hurwitz : $S^{n-1} + k_{n-1}S^{n-2} + \dots + k_2S + K_1$, où les coefficients k_i sont choisis tels que ses racines soient à partie réelles négatives. On considère la surface de glissement suivante :

$$S(x, t) = -\left(\frac{d}{dt} + k_i\right)^{n-1}e = -k_1e - k_2\dot{e} - \dots - k_{n-1}e^{(n-2)} - e^{(n-1)} \quad (\text{IV.13})$$

Le processus de la commande par mode glissant peut être divisé en deux phases : la première la phase est celle d'approche quand $S(x, t) \neq 0$, et la seconde, c'est celle de glissement quand $S(x, t) = 0$. Une condition suffisante pour assurer la transition de la trajectoire de l'erreur de poursuite de la phase d'approche à celle de glissement est :

$$\frac{1}{2}S^2(x, t) = S(x, t)\dot{S}(x, t) \leq -\eta|S(x, t)|; \quad \eta > 0 \quad (\text{IV.14})$$

avec

$$\begin{aligned} \dot{S}(x, t) &= -k_1\dot{e} - k_2\ddot{e} - \dots - k_{n-1}e^{(n-1)} - e^{(n)} \\ &= -k_1\dot{e} - k_2\ddot{e} - \dots - k_{n-1}e^{(n-1)} - (y_r - y)^{(n)} \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

qu'on peut exprimer sous la forme :

$$\dot{S}(x, t) = -\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - y_m^{(n)} + f(x, t) + g(x, t)u + d(x, t) \quad (\text{IV.16})$$

En substituant (IV.16) dans (IV.14), on obtient :

$$\text{sign}(S(x, t)) \left[-\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - y_m^{(n)} + g_0(x)u + d(x, t) \right] \leq -\eta \quad (\text{IV.17})$$

La commande suivante permet de satisfaire la condition d'attraction (IV.14) :

$$u = \frac{1}{g(x, t)} \left[-f(x, t) + \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + y_m^{(n)} - D \text{sign}(S(x, t)) \right] \quad (\text{IV.18})$$

où D est une constante positive à déterminer.

Du fait que les fonctions f , g et la perturbation d sont inconnues dans les systèmes pratiques, la loi de commande (IV.18) est habituellement difficile à obtenir.

En utilisant les systèmes flous $\hat{f}$, $\hat{g}$ et $\hat{h}$ pour une approximation les fonctions f , g et le terme de commutation $D \text{sign}(S(x, t))$ [47], la loi résultante de commande sera

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x, t)} \left[-\hat{f}(x, t) + \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + y_m^{(n)} - \hat{h}(S(x, t)) \right] \quad (\text{IV.19})$$

$$\begin{cases} \hat{f}(x | \theta_f) = \theta_f^T \xi(x), \\ \hat{g}(x | \theta_g) = \theta_g^T \xi(x), \\ \hat{h}(S | \theta_h) = \theta_h^T \xi(S). \end{cases} \quad (\text{IV.20})$$

avec

$$\hat{h}(S | \theta_h^*) = D \text{sign}(S) \quad (\text{IV.21})$$

Ici les paramètres dans $\xi(x)$ sont supposés fixés, alors que les paramètres θ_f^T , θ_g^T et θ_h^T sont libres pour être conçus par loi d'adaptation.

➤ Remarque 1

Dans (IV.20) et (IV.21), en utilisant le système flou, le terme de commutation est remplacé par le système flou continu $\hat{h}(S | \theta_h)$. On peut donc éliminer complètement le phénomène de chattering [47].

IV .3.3 Commande adaptative floue par mode glissant terminal

Soit une surface de glissement de la forme suivante :

$$S = e_2 + \alpha_0 e_1 + \beta_0 e_1^{q_0/p_0} \quad (\text{IV.22})$$

Où $\alpha_0, \beta_0 > 0$, p_0 et q_0 sont des constantes positives tels que $p_0 > q_0$, $1 < p_0/q_0 < 2$,
 $e_1 = y_m - y$ et $e_2 = \dot{y}_m - \dot{y}$

La condition d'existence d'un TSM si $V = \frac{1}{2}S^2$ est donnée par :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2 < -k |S| \quad (\text{IV.23})$$

où $k > 0$

On considère le système (IV.12) avec $n = 2$, si les fonctions f et g sont connues, alors la loi de commande est donnée par:

$$u = \frac{1}{g(x,t)} (\ddot{y}_m - f(x,t) + \alpha_0 e_2 + \beta_0 \frac{q_0}{p_0} e_1^{\frac{(q_0-p_0)}{p_0}} e_2 + \phi S + \gamma S^{q/p}) \quad (\text{IV.24})$$

$$R = \ddot{y}_m + \alpha_0 e_2 + \beta_0 \frac{q_0}{p_0} e_1^{\frac{(q_0-p_0)}{p_0}} e_2 + \phi S \quad (\text{IV.25})$$

Selon (III.24) le temps pour atteindre l'équilibre $x_1 = 0$ est déterminé par :

$$t_s = \frac{p}{\alpha_0(p-q)} \ln \frac{\alpha_0 |x_1(0)|^{(p-q)/p} + \beta_0}{\beta_0} \quad (\text{III.26})$$

Cependant, f et g sont toujours inconnues dans la commande pratique. En utilisant des systèmes flous pour remplacer les fonctions f , g et le terme $\gamma S^{q/p}$ dans la commande (IV.24). Ainsi, la loi de commande proposée devient alors :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x,t)} \left(-\hat{f}(x,t) + R + \hat{h}(S) \right) \quad (\text{IV.27})$$

IV.3.4 Lois d'adaptation

Pour le système non-linéaire (IV.1), si la loi de commande (IV.27) est appliquée, $\hat{f}$, $\hat{g}$ et $\hat{h}$ sont donnés par (IV.20), les vecteurs des paramètres : θ_f^T , θ_g^T et θ_h^T sont ajustés par les lois d'adaptation (IV.39), (IV.40), (IV.41), alors les signaux en boucle fermé du système seront limités et l'erreur de poursuite convergera vers zéro asymptotiquement.

On définit les paramètres optimaux du système flou :

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in R^n} \left| \hat{f}(x | \theta_f) - f(x, t) \right| \right], \quad (\text{IV.28})$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in R^n} \left| \hat{g}(x | \theta_g) - g(x, t) \right| \right], \quad (\text{IV.29})$$

$$\theta_h^* = \arg \min_{\theta_h \in \Omega_h} \left[\sup_{x \in R^n} \left| \hat{h}(S | \theta_h) - \hat{h}(S | \theta_h^*) \right| \right], \quad (\text{IV.30})$$

où Ω_f , Ω_g et Ω_h sont des ensembles de contraintes pour θ_f , θ_g et θ_h respectivement. Ces ensembles sont définis comme suit :

$$\Omega_f = \left\{ \theta : \left| \theta_f \right| \leq M_f \right\} \quad (\text{IV.31})$$

$$\Omega_g = \left\{ \theta_g : \left| \theta_g \right| \leq M_g \right\} \quad (\text{IV.32})$$

$$\Omega_h = \left\{ \theta : \left| \theta_h \right| \leq M_h \right\} \quad (\text{IV.33})$$

Avec M_f , M_g et M_h sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$w = f(x, t) - \hat{f}(x | \theta_f^*) + (g(x, t) - \hat{g}(x | \theta_g^*))u, \quad (\text{IV.34})$$

avec [47]

$$\left| w \right| \leq w_{\max}. \quad (\text{IV.35})$$

A partir de (IV.22), la dérivée de la surface est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{e}_2 + \alpha_0 e_2 + \beta_0 \frac{q_0}{p_0} e_1^{(q_0/p_0-1)} \dot{e}_1 \\ &= \ddot{y}_m - f(x, t) - g(x, t)u + d(t) + \alpha_0 e_2 + \beta_0 \frac{q_0}{p_0} e_1^{(q_0/p_0-1)} \dot{e}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -(f(x, t) - \hat{f}(x / \theta_f) + (g(x, t) - \hat{g}(x / \theta_g)))u + \hat{h}(S / \theta_h) - R - d(t) + \ddot{y}_m + \alpha_0 e_2 \\
 &\quad + \beta_0 \frac{q_0}{p_0} e_1^{(q_0/p_0-1)} \dot{e}_1 \\
 &= \hat{f}(x / \theta_f^*) - \hat{f}(x / \theta_f) + (g(x / \theta_g^*) - \hat{g}(x / \theta_g))u + \hat{h}(S / \theta_h^*) - \hat{h}(S / \theta_h) \\
 &\quad + d(t) + w - \hat{h}(S / \theta_h^*) - \phi S \\
 &= \varphi_f^T \xi(x) + \varphi_g^T \xi(x)u(t) + \varphi_h^T \phi(S) + d(t) + w - \hat{h}(S / \theta_h^*) - \phi S
 \end{aligned} \tag{IV.36}$$

où $\varphi_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\varphi_g = \theta_g - \theta_g^*$ et $\varphi_h = \theta_h - \theta_h^*$.

On considère maintenant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}(S^2 + \frac{1}{r_1}\varphi_f^T\varphi_f + \frac{1}{r_2}\varphi_g^T\varphi_g + \frac{1}{r_3}\varphi_h^T\varphi_h). \tag{IV.37}$$

où r_1, r_2 et r_3 sont des constantes positives.

La dérivée de V par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= S\dot{S} + \frac{1}{2r_1}\varphi_f^T\dot{\varphi}_f + \frac{1}{2r_2}\varphi_g^T\dot{\varphi}_g + \frac{1}{2r_3}\varphi_h^T\dot{\varphi}_h \\
 &= S(\varphi_f^T\xi(x) + \varphi_g^T\xi(x)u + \varphi_h^T\phi(S) + d(t) + w - \hat{h}(S / \theta_h^*)) + \frac{1}{2r_1}\varphi_f^T\dot{\varphi}_f \\
 &\quad + \frac{1}{2r_2}\varphi_g^T\dot{\varphi}_g + \frac{1}{2r_3}\varphi_h^T\dot{\varphi}_h \\
 &= S\varphi_f^T\xi(x) + \frac{1}{2r_1}\varphi_f^T\dot{\varphi}_f + S\varphi_g^T\xi(x)u + \frac{1}{2r_2}\varphi_g^T\dot{\varphi}_g + S\varphi_h^T\phi(S) + \frac{1}{2r_3}\varphi_h^T\dot{\varphi}_h \\
 &\quad + S(d(t) - \hat{h}(S / \theta_h^*)) + Sw - \phi S^2 \\
 &< \frac{1}{r_1}\varphi_f^T(r_1S\xi(x) + \dot{\varphi}_f) + \frac{1}{r_2}\varphi_g^T(r_2S\xi(x)u + \dot{\varphi}_g) + \frac{1}{r_3}\varphi_h^T(r_3S\phi(S) + \dot{\varphi}_h) \\
 &\quad + Sw - \phi S^2 - |S|\eta,
 \end{aligned} \tag{IV.38}$$

où $\dot{\varphi}_f = \theta_f$, $\dot{\varphi}_g = \theta_g$, $\dot{\varphi}_h = \theta_h$.

Ce qui nous permet de choisir les lois d'adaptation suivantes [47]:

$$\dot{\theta}_f = r_1 S \xi(x), \quad (\text{IV.39})$$

$$\dot{\theta}_g = r_2 S \xi(x) u, \quad (\text{IV.40})$$

$$\dot{\theta}_h = r_3 S \phi(S), \quad (\text{IV.41})$$

On utilise les lois d'adaptation suivantes pour ajuster les vecteurs de paramètre θ_f , θ_g et θ_h respectivement :

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} r_1 S \xi(x) & \text{si } (|\theta_f| < M_f) \text{ ou } (|\theta_f| = M_f \ \& \ S \theta_f^T \xi(x) \leq 0) \\ p \{r_1 S \xi(x)\} & \text{si } (|\theta_f| = M_f \ \& \ S \theta_f^T \xi(x) > 0) \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

Où l'opérateur de projection $p \{*\}$ est défini comme :

$$p \{r_1 S \xi(x)\} = r_1 S \xi(x) - r_1 S \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(x)}{|\theta_f|^2} \quad (\text{IV.43})$$

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} r_2 S \xi(x) u & \text{si } (|\theta_g| < M_g) \text{ ou } (|\theta_g| = M_g \ \& \ S \theta_g^T \xi(x) u \leq 0) \\ p \{r_2 S \xi(x) u\} & \text{si } (|\theta_g| = M_g \ \& \ S \theta_g^T \xi(x) u > 0) \end{cases} \quad (\text{IV.44})$$

Où

$$p \{r_2 S \xi(x) u\} = r_2 S \xi(x) u - r_2 S \frac{\theta_g \theta_g^T \xi(x)}{|\theta_g|^2} u \quad (\text{IV.45})$$

$$\dot{\theta}_h = \begin{cases} r_3 S \phi(S) & \text{si } (|\theta_h| < M_h) \text{ ou } (|\theta_h| = M_h \ \& \ S \theta_h^T \phi(S) \leq 0) \\ p \{r_3 S \phi(S)\} & \text{si } (|\theta_h| = M_h \ \& \ S \theta_h^T \phi(S) > 0) \end{cases} \quad (\text{IV.46})$$

Où l'opérateur de projection $p\{\cdot\}$ est défini, dans ce cas par :

$$p\{r_3 S \phi(S)\} = r_3 S \phi(S) - r_3 S \frac{\theta_h \theta_h^T \phi(S)}{|\theta_h|^2} \quad (\text{IV.47})$$

Substituant (IV.39), (IV.40) et (IV.41) dans (IV.38), nous obtenons alors :

$$\dot{V} \leq S \dot{w} - \phi S^2 - \eta |S|. \quad (\text{IV.48})$$

A partir du théorème universel d'approximation, On peut prévoir que le terme $S \dot{w}$ devrait être très petit s'il n'est pas égal à zéro dans le système adaptatif flou [48]. Donc nous avons

$$\dot{V} \leq 0. \quad (\text{IV.49})$$

Par conséquent, l'erreur de poursuite convergera vers zéro asymptotiquement.

IV.4 Application

Dans cette partie, on utilise notre AFTSMC pour commander le pendule inversé, les équations dynamiques de ce système sont :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u \end{cases} \quad (\text{IV.50})$$

Avec :

$$f(x_1, x_2) = \frac{g \sin(x_1) - \frac{m l x_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{M + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M + m} \right)} \quad \text{et} \quad g(x_1, x_2) = \frac{\frac{\cos(x_1)}{M + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M + m} \right)}.$$

$y = x_1 = \theta$ et $x_2 = \dot{\theta}$, $X = [x_1, x_2]^T$ est le vecteur d'état $g = 9.8m / s^2$

m_c : la masse du chariot.

m : la masse de poutre.

$2l$: la longueur de la poutre.

y : la sortie du système.

IV.4.1 Résultats de simulation

Considérons les fonctions d'appartenance définies sur l'univers $[-\pi/6, \pi/6]$ comme suit :

$$\mu_{NM}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24}\right)^2\right], \mu_{NS}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i + \pi/12}{\pi/24}\right)^2\right],$$

$$\mu_Z(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i}{\pi/24}\right)^2\right], \mu_{PS}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i - \pi/12}{\pi/24}\right)^2\right],$$

$$\mu_{PM}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i - \pi/6}{\pi/24}\right)^2\right], \quad i = 1, 2,$$

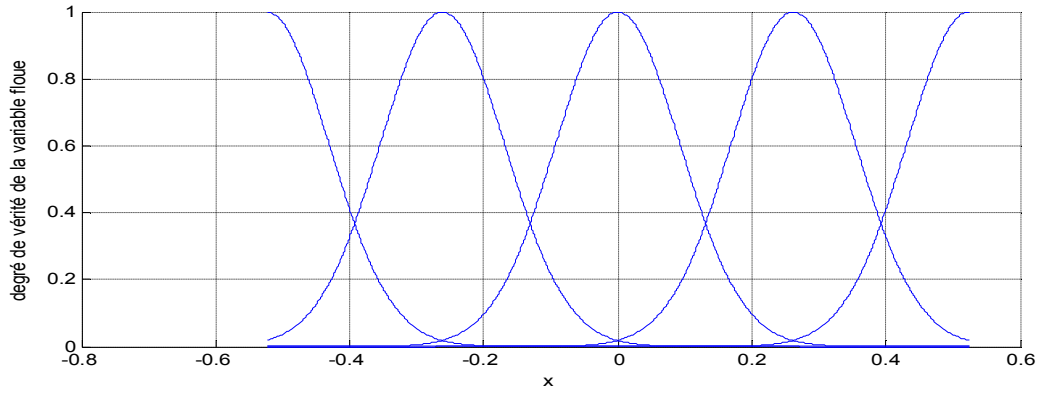


Fig. IV.1. Forme des fonctions d'appartenance.

Alors il y a, respectivement, 25 règles pour une approximation des fonctions du système f et g . Considérons les fonctions d'appartenances pour la surface de glissement $S(t)$ comme suit [47] :

$$\mu_N(S) = \frac{1}{1 + \exp(5(S + 3))},$$

$$\mu_Z(S) = \exp(-S^2),$$

$$\mu_P(S) = \frac{1}{1 + \exp(5(S - 3))}.$$

Les résultats de simulation sont illustrés par les graphes suivants pour les conditions initiales $x(0) = (0.25, 0)^T$ et le signal de référence $y_m(t) = 0.1 \sin(t)$.

$\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1, p_0 = 9, q_0 = 5, \varphi = 20, r_1 = 50, r_2 = 1, r_3 = 10, M_f = 16, M_g = 1.6$ et $M_h = 1.6$

a) Cas de régulation $y_m(t) = 0$

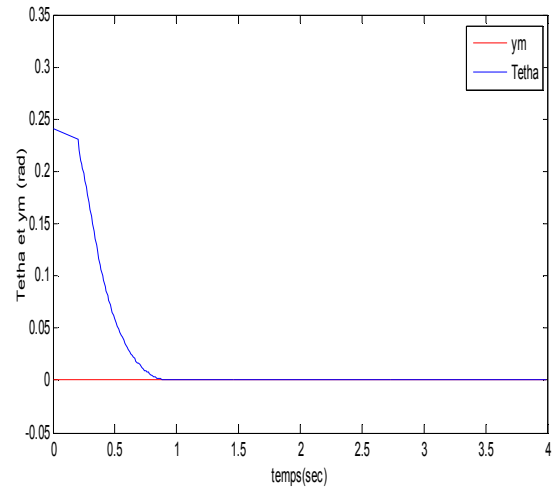
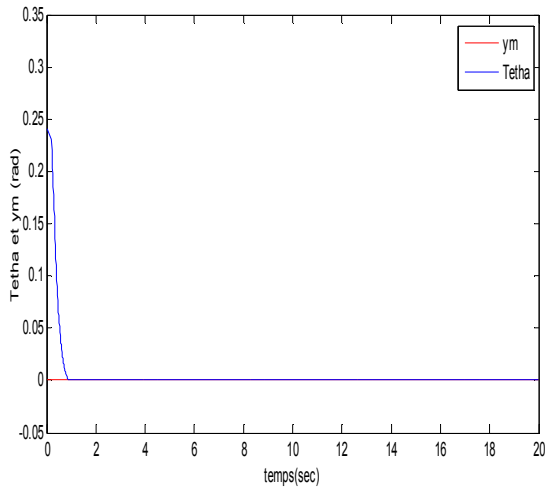


Fig. IV.2. Variation de la position angulaire (rad).

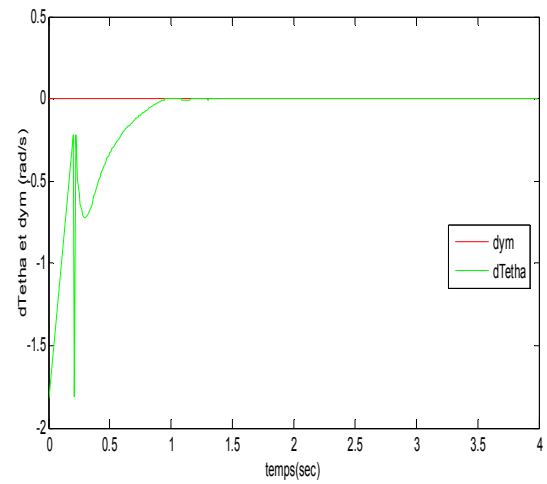
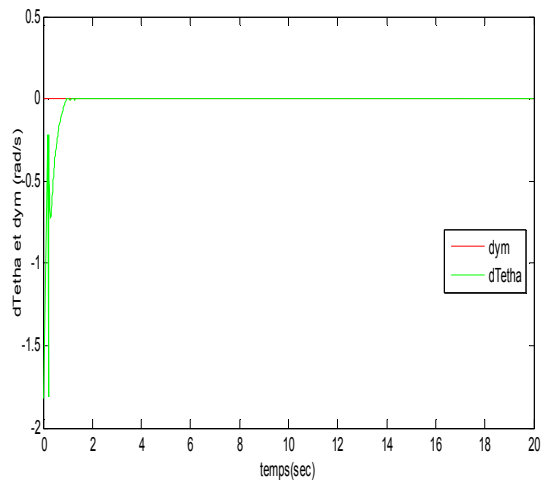


Fig. IV.3. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

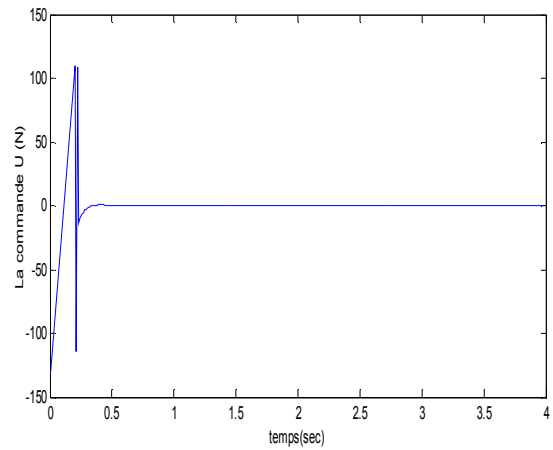
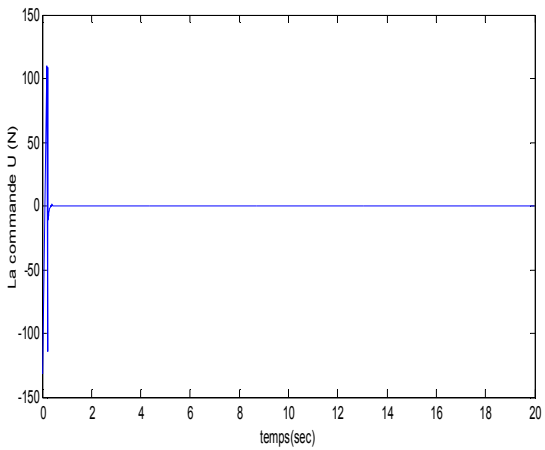


Fig. IV.4. Variation de la commande U.

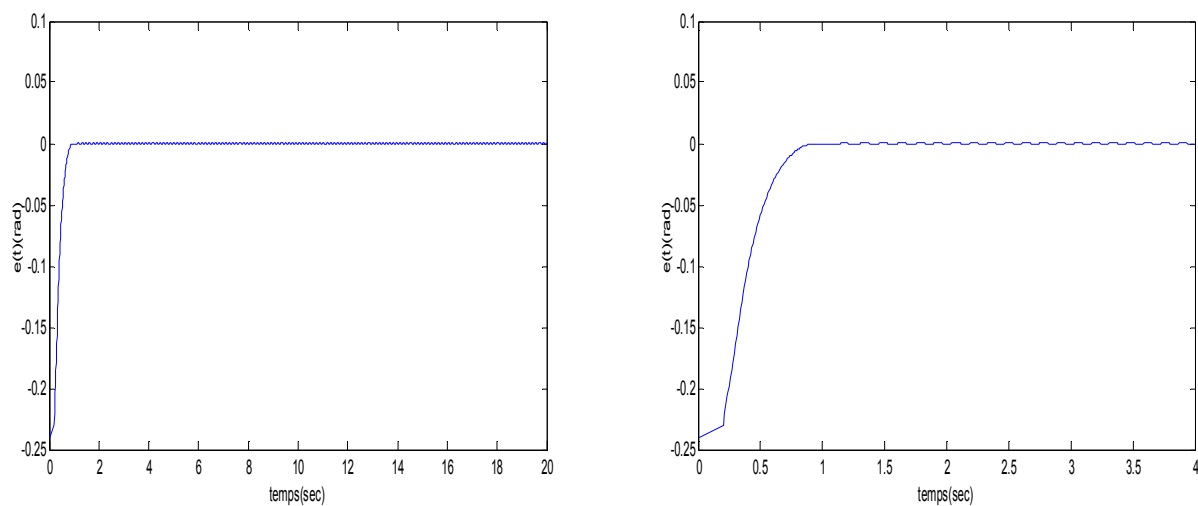


Fig. IV.5. Variation de l'erreur de position.

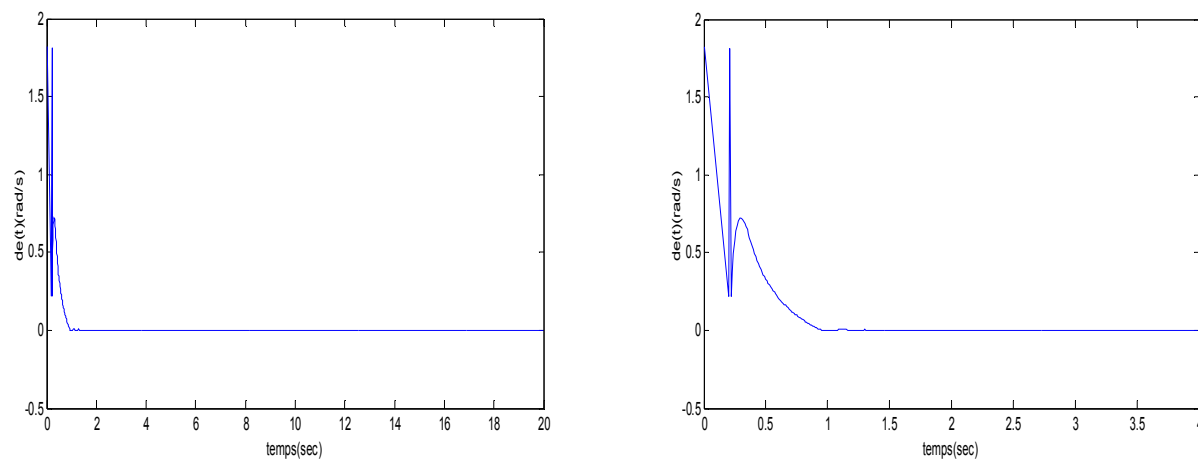


Fig. IV.6. Variation de l'erreur de vitesse.

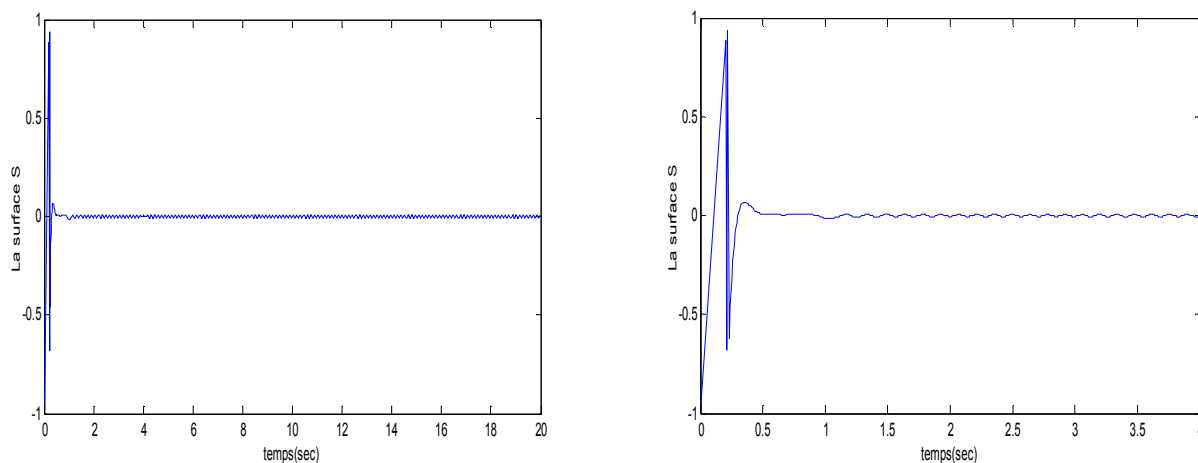


Fig. IV.7. Variation de la surface S.

b) Cas de poursuite : $y_m(t) = 0.1\sin(t)$

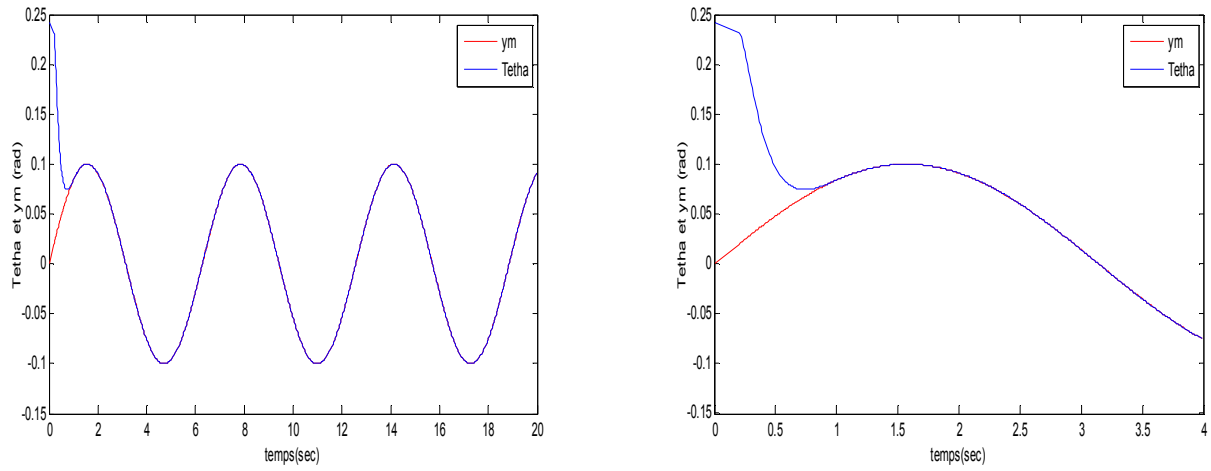


Fig. IV.8. Variation de la position angulaire (rad).

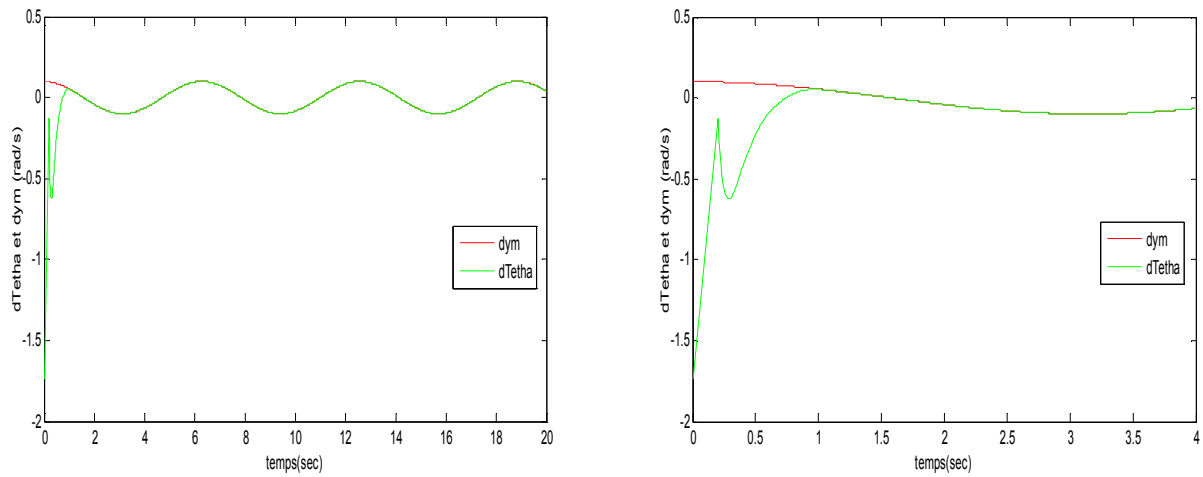


Fig. IV.9. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

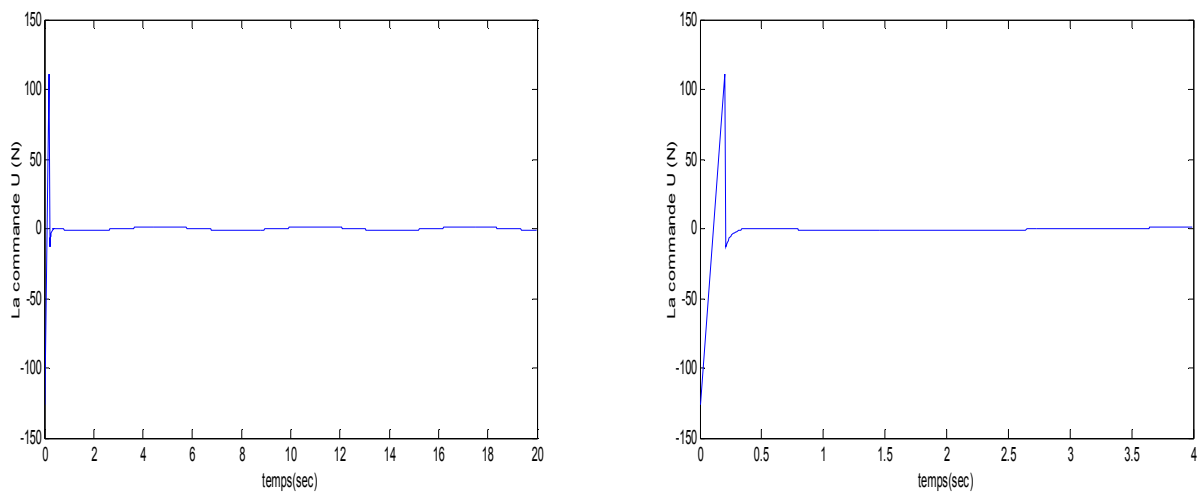


Fig. IV.10. Variation de la commande U.

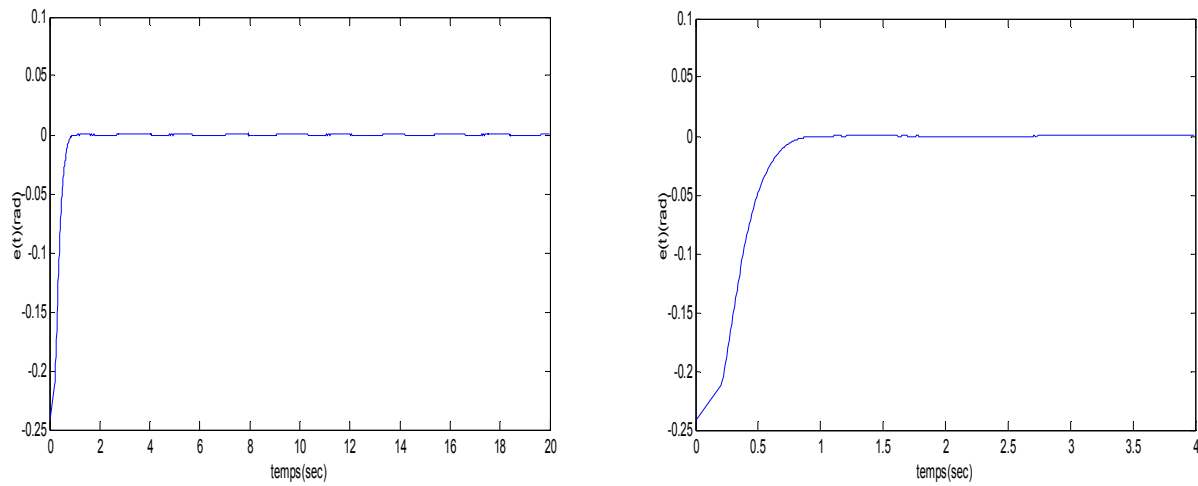


Fig. IV.11. Variation de l'erreur de position.

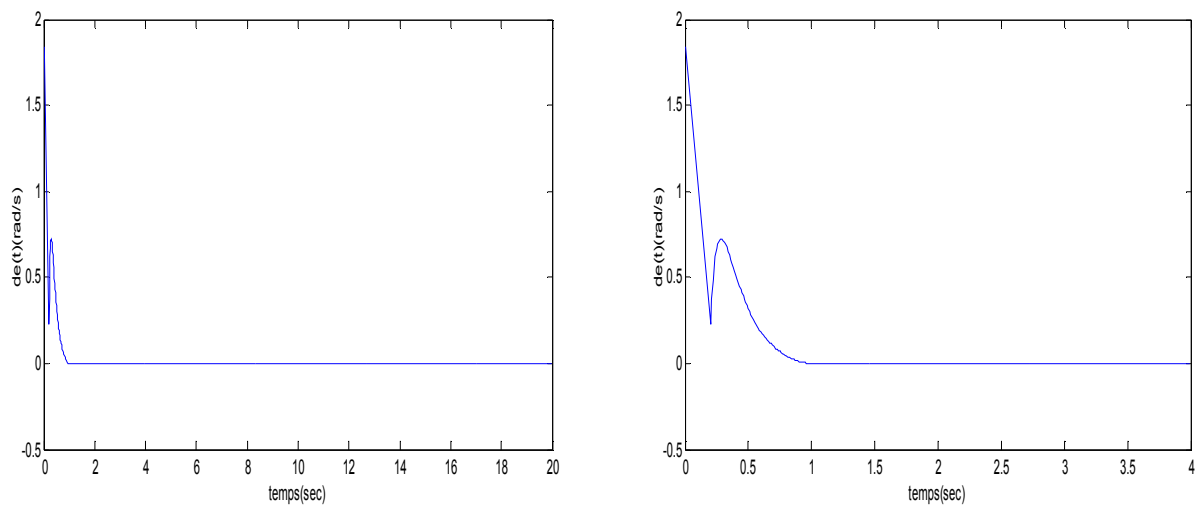


Fig. IV.12. Variation de l'erreur de vitesse.

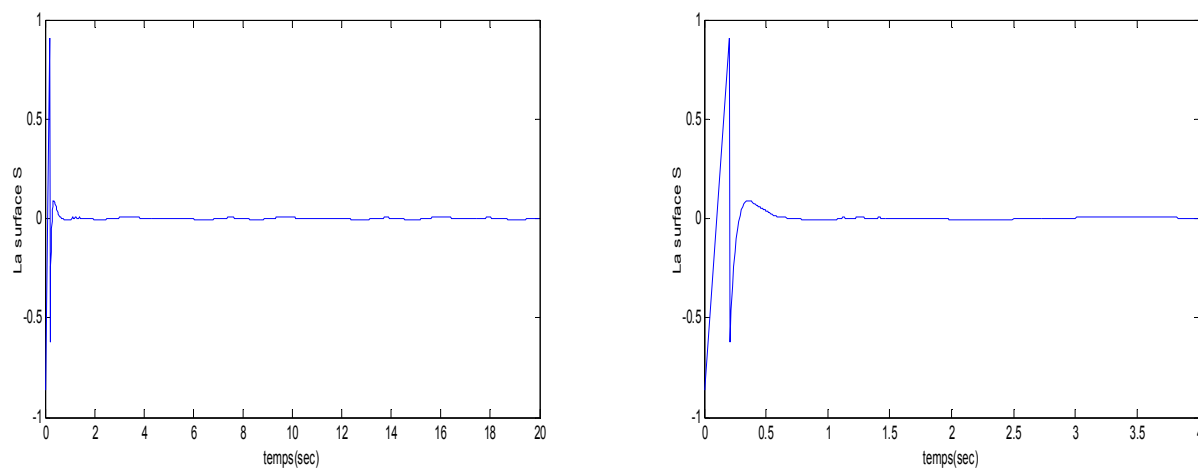


Fig. IV.13. Variation de la surface S .

$$t_s = \frac{5}{2(5-3)} \ln \frac{2|0.25|^{(5-3)/5} + 1}{1} = 0.956 \text{ sec}$$

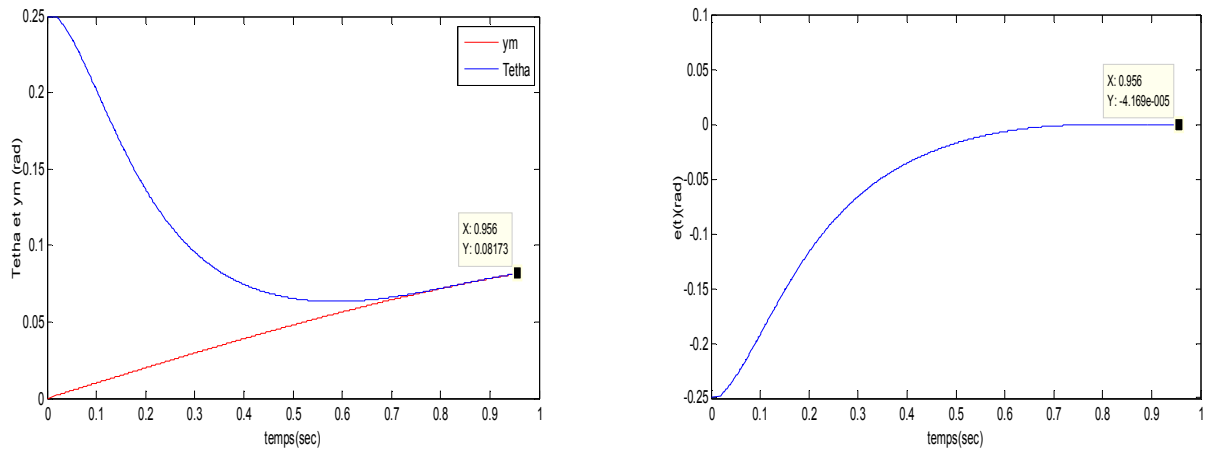


Fig. IV.14. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$.

c) Cas d'une perturbation $d(t) = 2\sin(\pi t)$ dans [4 6]

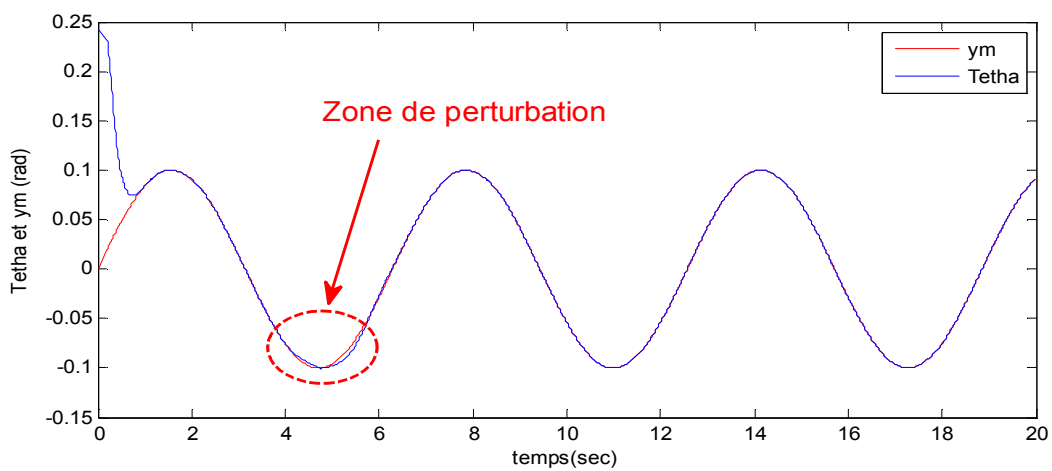


Fig. IV.15. Variation de la position angulaire (rad).

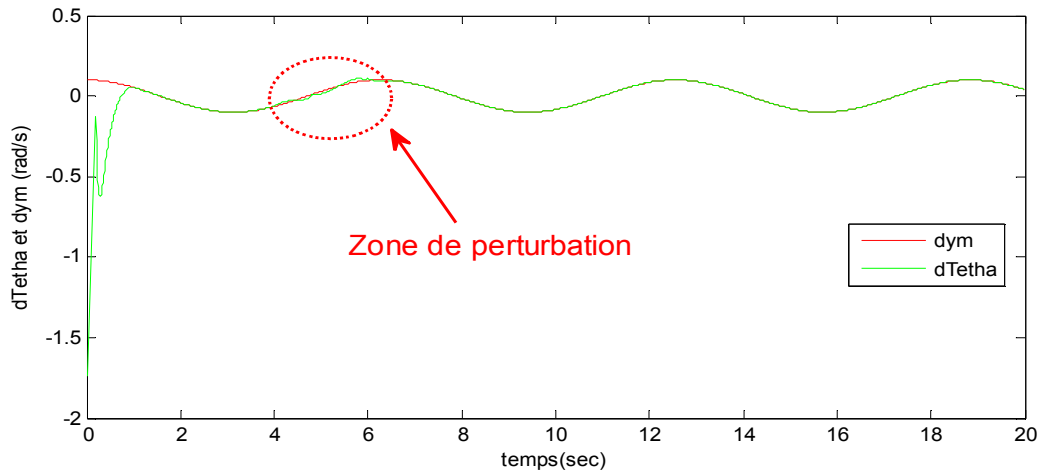


Fig. IV.16. Variation de la vitesse angulaire (rad/s).

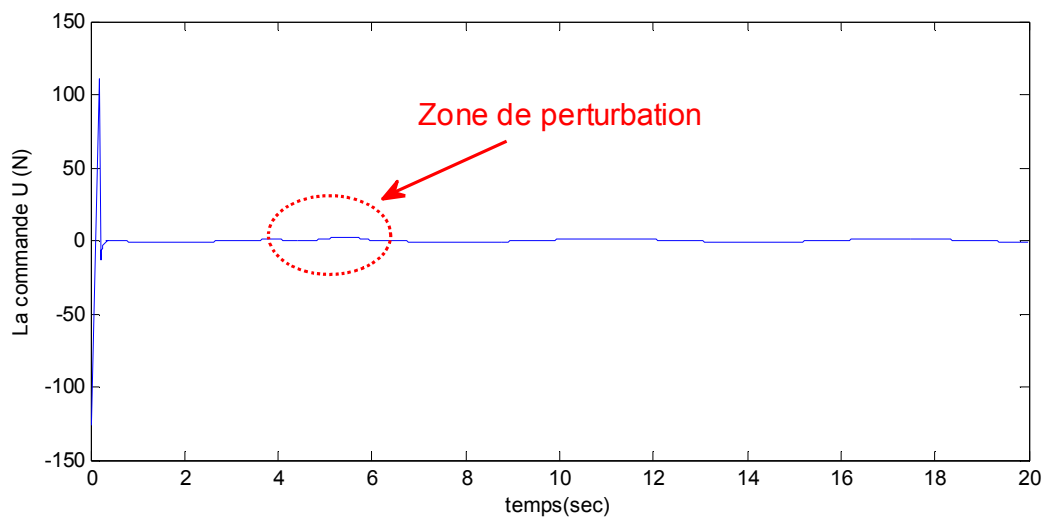


Fig. IV.17. Variation de la commande U.

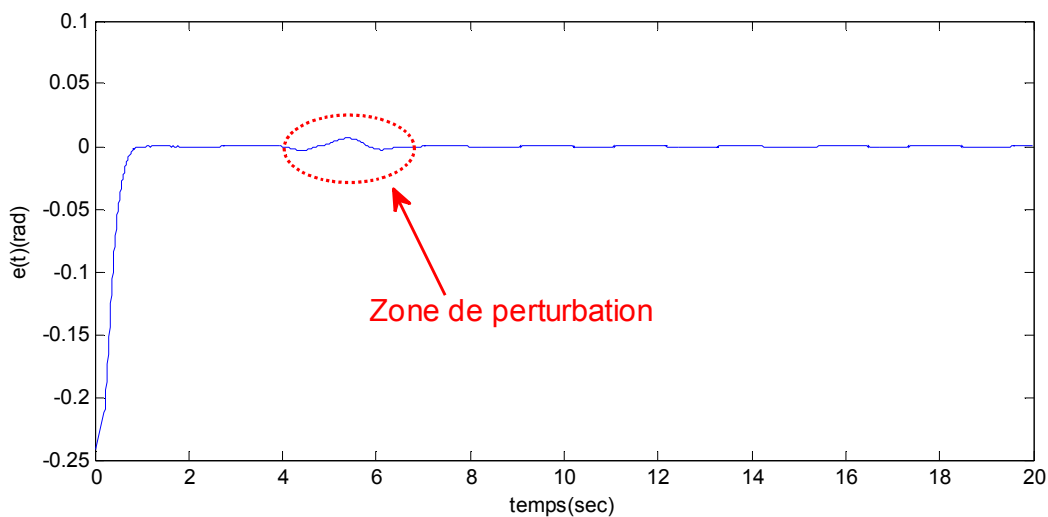


Fig. IV.18. Variation de l'erreur de position.

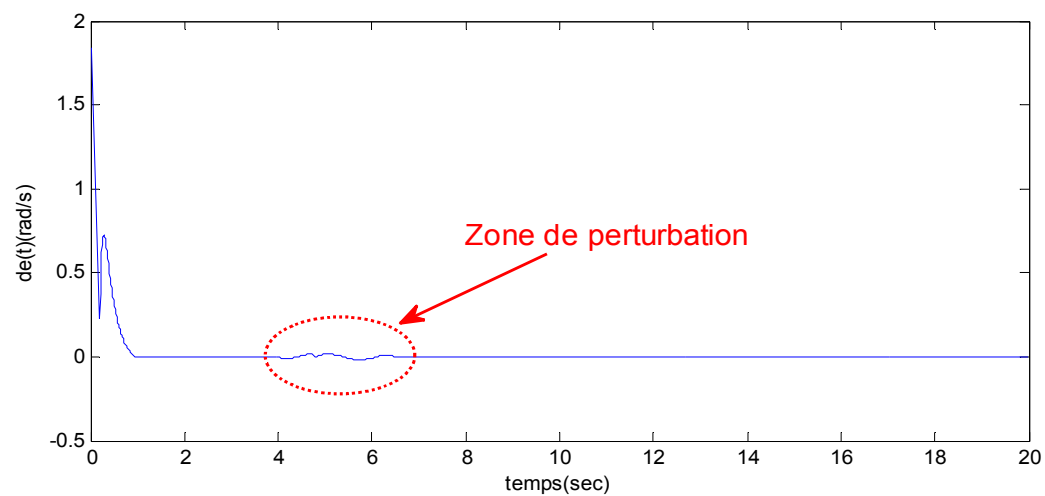


Fig. IV.19. Variation de l'erreur de vitesse.

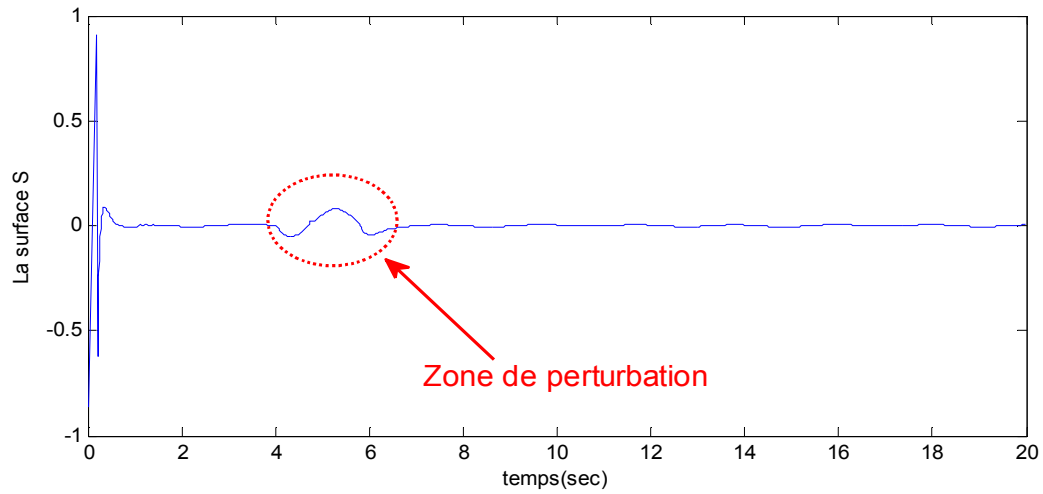


Fig. IV.20. Variation de la surface S.

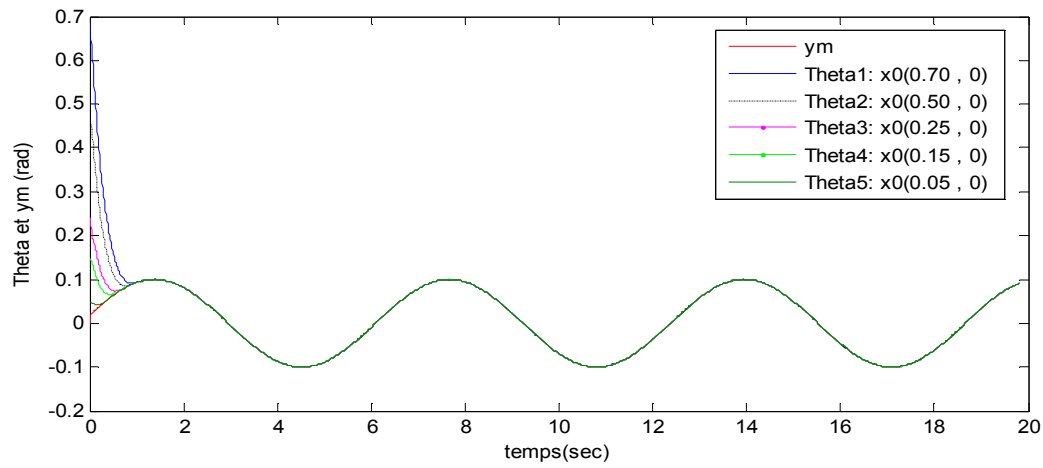


Fig. IV.21. Variation de la position angulaire en absence de perturbation pour des conditions initiales différentes.

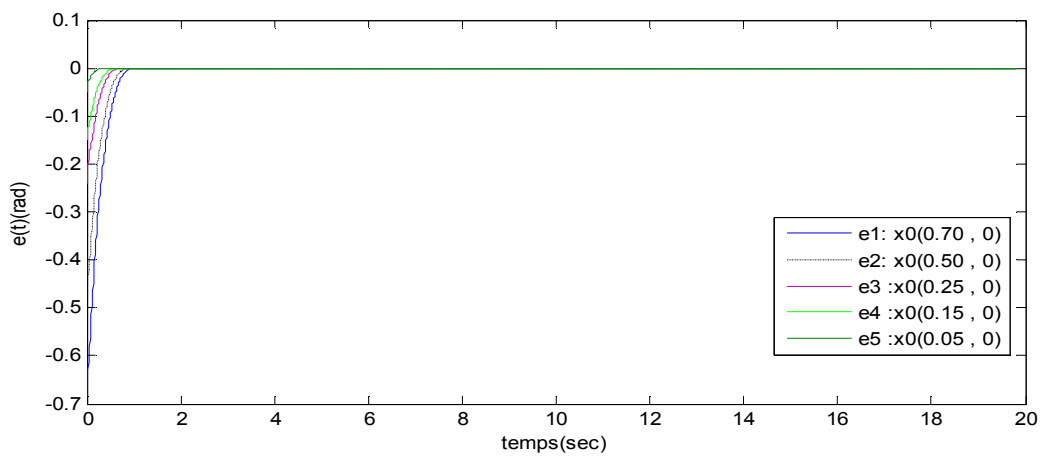


Fig. IV.22. Variation de l'erreur de position en absence de perturbation pour des conditions initiales différentes.

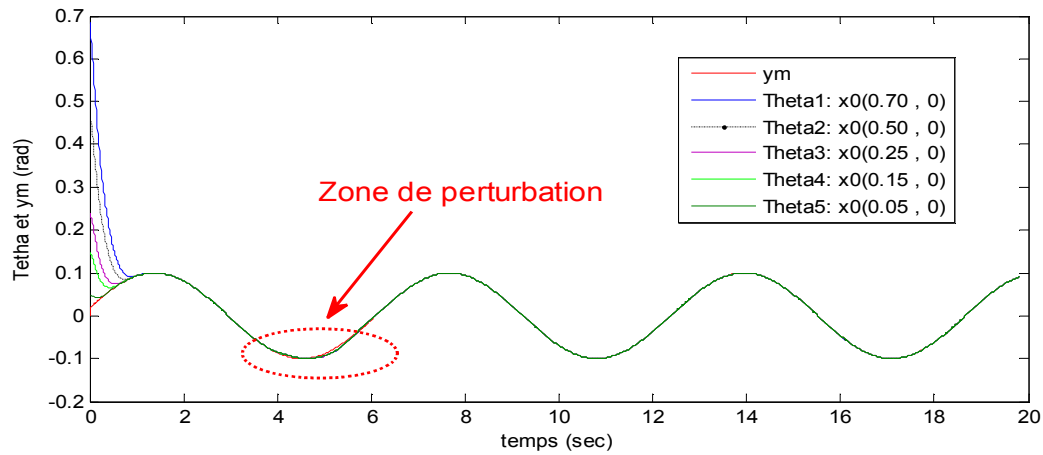


Fig. IV.23. Variation de la position angulaire en présence de perturbation pour des conditions initiales différentes.

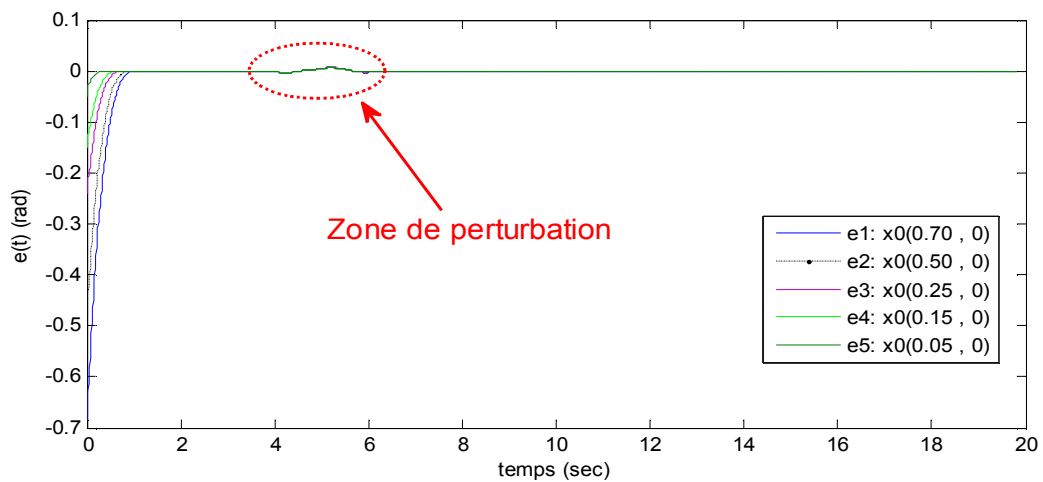


Fig. IV.24. Variation de l'erreur de position en présence de perturbation pour des conditions initiales différentes.

Les résultats de simulation montrent que la commande adaptative floue par mode glissant terminal permet d'obtenir de bonnes performances de poursuite désirée en présence de perturbation.

$x_1(0)(rad)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$t_s(sec)$	0.732	0.898	1.006	1.087	1.153

Tableau. IV.1. Le temps t_s pour des conditions initiales différentes.

➤ $x_1(0) = 0.1 \text{ rad}$, $t_s = 0.732 \text{ sec}$

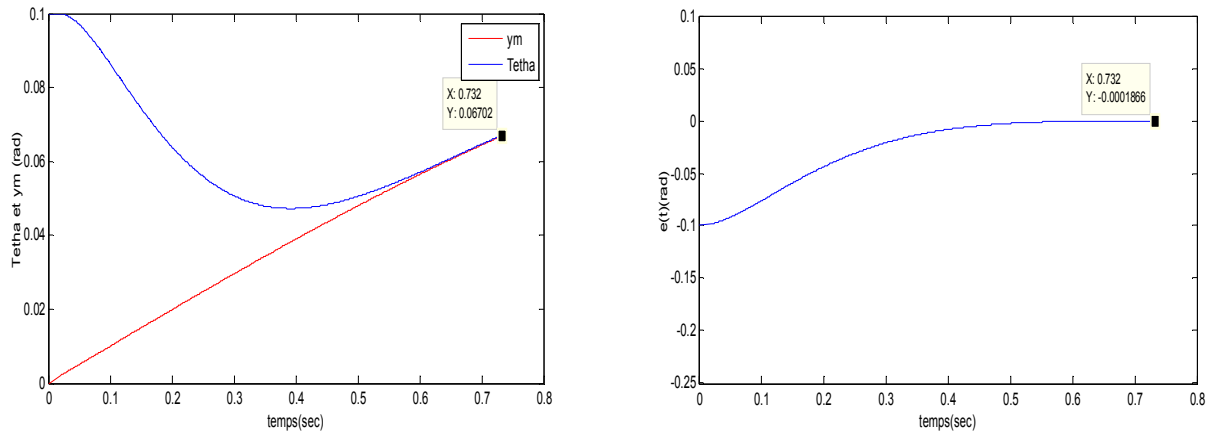


Fig. IV.25. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$.

➤ $x_1(0) = 0.2 \text{ rad}$, $t_s = 0.898 \text{ sec}$

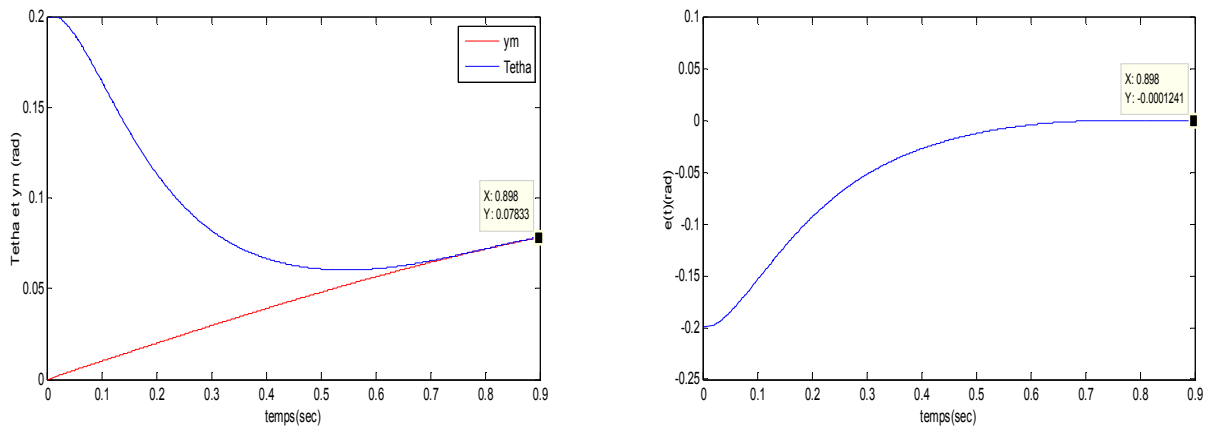


Fig. IV.26. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$.

➤ $x_1(0) = 0.3 \text{ rad}$, $t_s = 1.006 \text{ sec}$

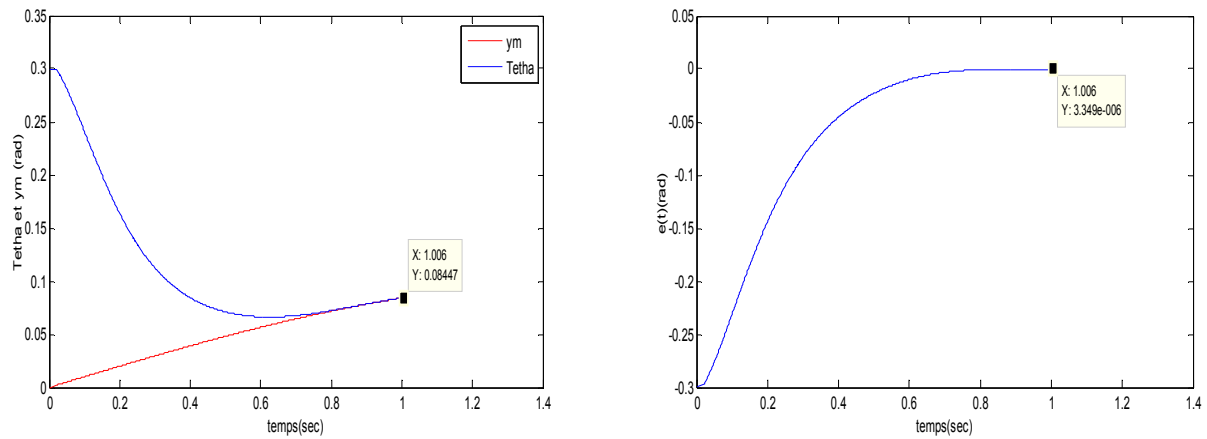


Fig. IV.27. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$.

➤ $x_1(0) = 0.4 \text{ rad}$, $t_s = 1.087 \text{ sec}$

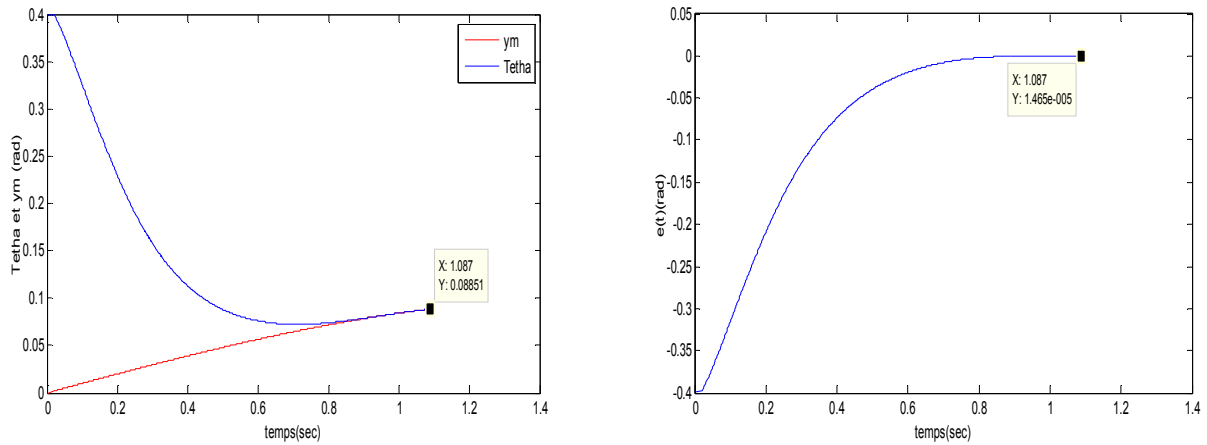


Fig. IV.28. Variation de la position angulaire et l'erreur e(t).

➤ $x_1(0) = 0.5 \text{ rad}$, $t_s = 1.153 \text{ sec}$

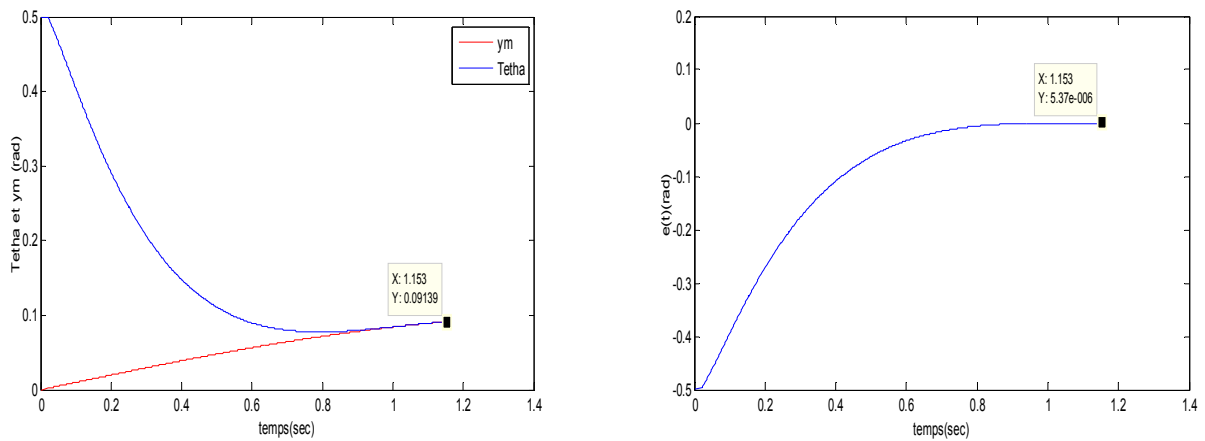


Fig. IV.29. Variation de la position angulaire et l'erreur e(t).

IV.5 Conclusion

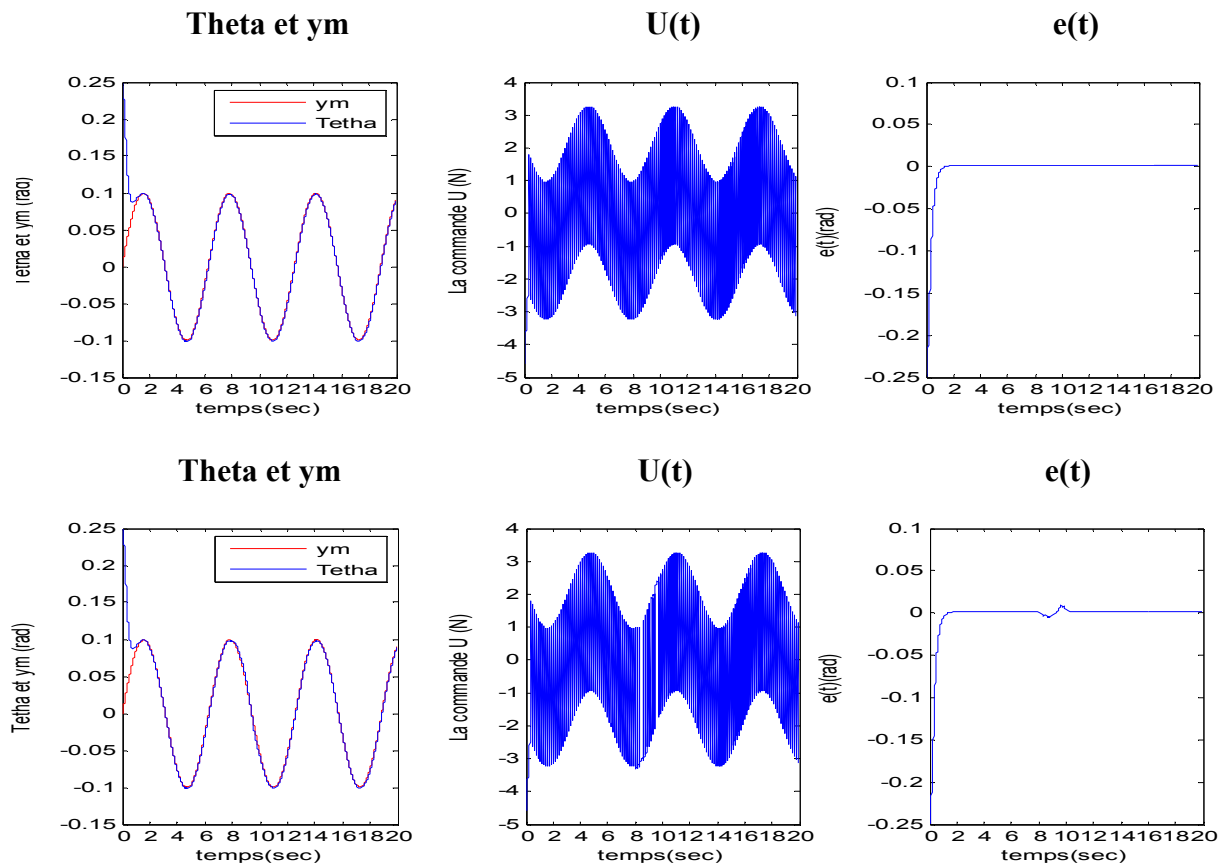
On a garanti que l'erreur de poursuite de la sortie converge vers zéro dans un temps fini. En bref, le phénomène de chattering dans la commande par mode glissant a été éliminé par la commutation floue. Les études de simulation indiquent une bonne poursuite de la sortie du système vers la sortie désirée. D'autre part, la commande AFTSMC permet d'assurer la convergence en temps fini.

Etude comparative

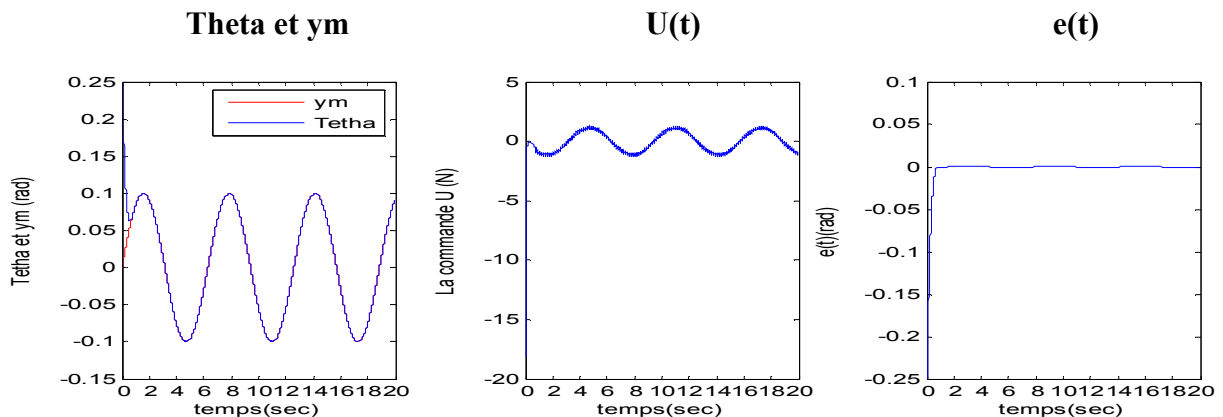
Etude comparative

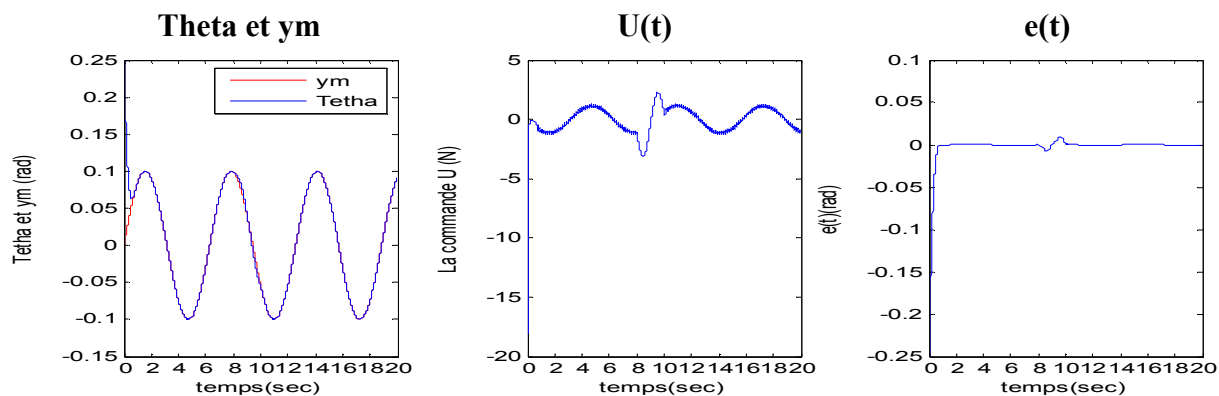
Dans cette partie, nous avons fixé les mêmes conditions $x(0) = [0.25, 0]^T$, $y_m(t) = 0.1 \sin(t)$ pour toutes commandes étudiées d'un pendule inversé. Les résultats de simulation sont obtenus pour deux cas, d'abord en l'absence d'une perturbation ensuite en présence d'une perturbation $d(t) = 3 \sin(\pi t)$ dans l'intervalle $[8 \ 10]$.

a) Commande par mode glissant

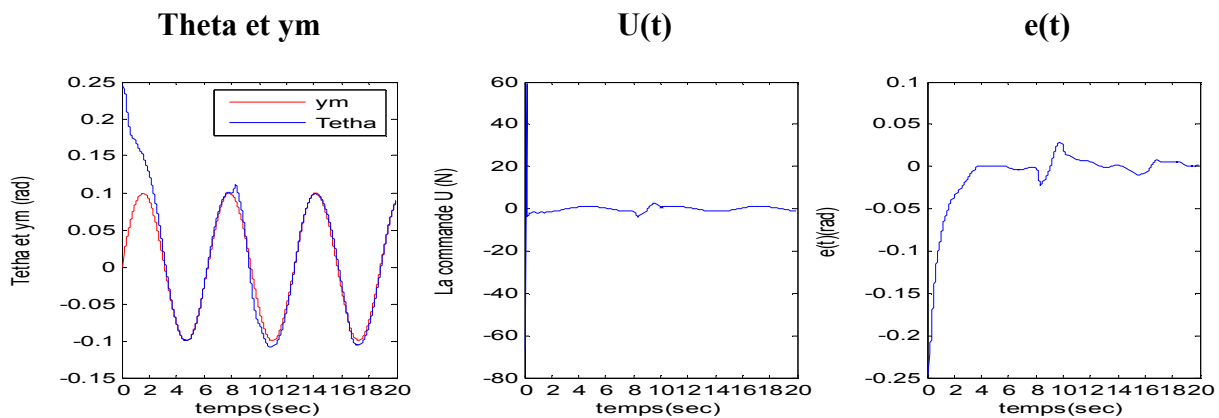
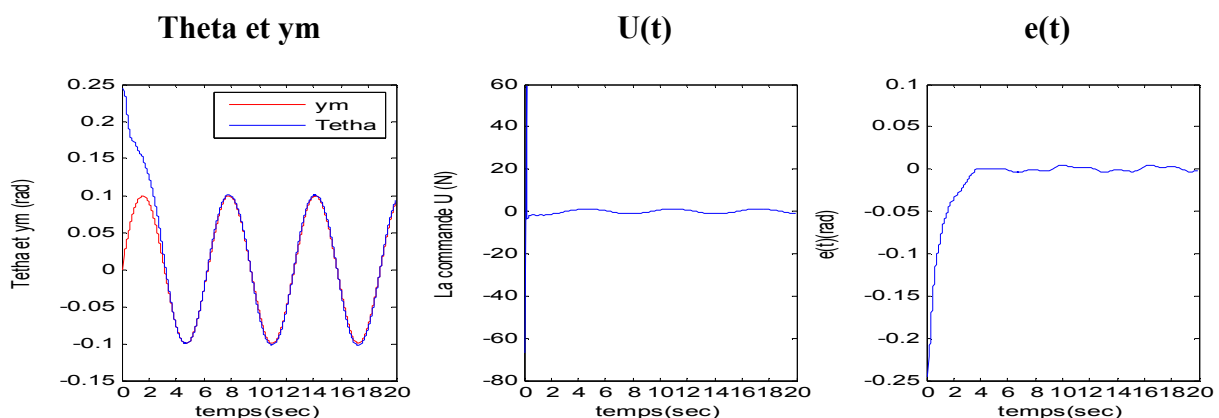


b) Commande par mode glissant terminal

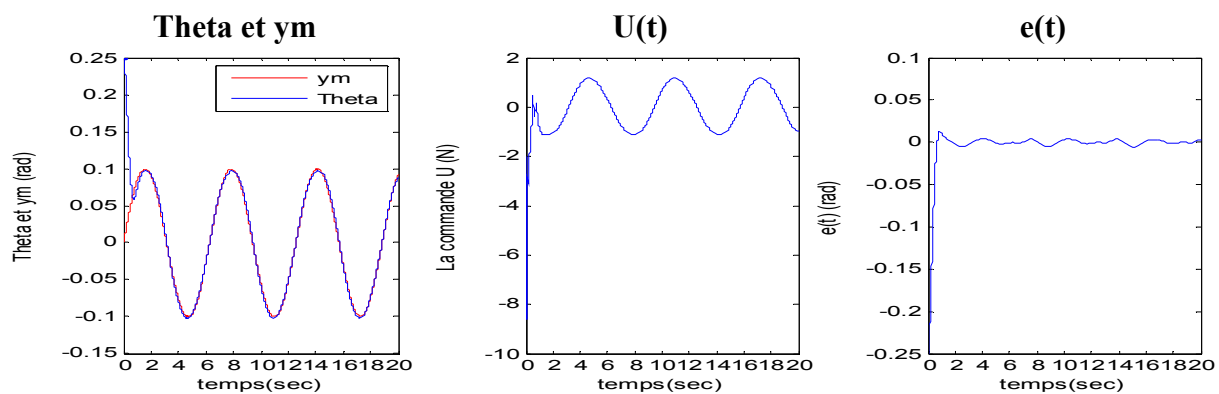


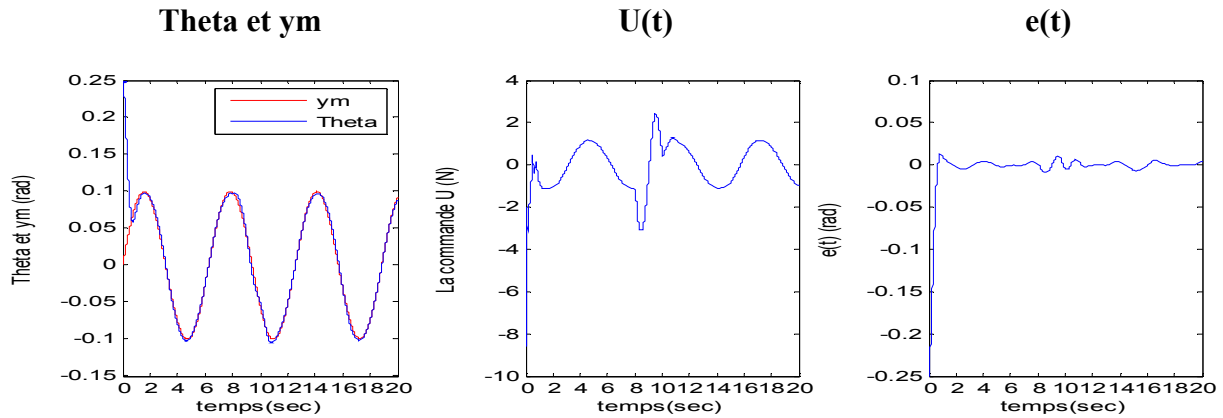


c) Commande adaptative floue

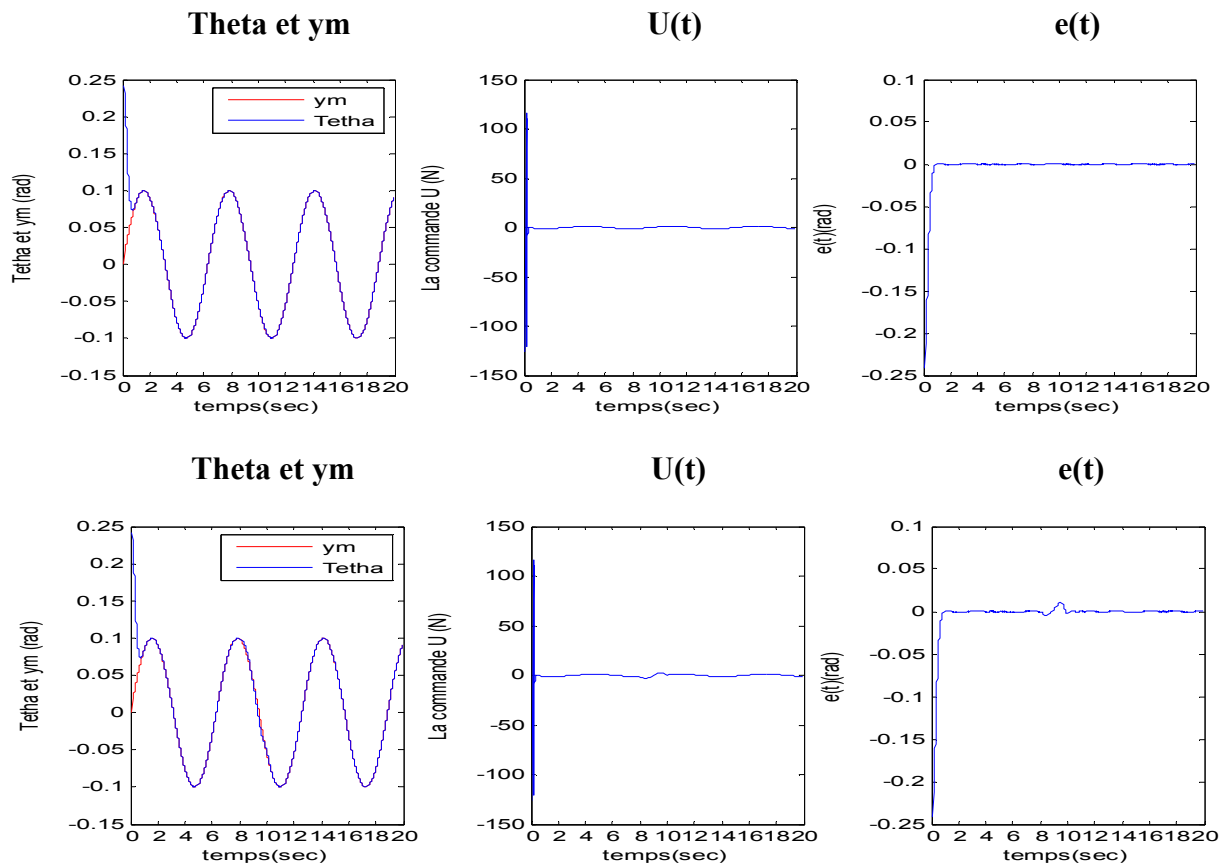


d) Commande adaptative floue par mode glissant





e) Commande adaptative floue par mode glissant terminal



Après les résultats de simulation de chaque commande, on peut mettre un tableau qui représente le temps de réponse à 2% De plus, il represente la performance de l'erreur au sens des moindres carées de chaque commande. Alors, le tableau est donnée ci-dessous :

	Temps de réponse à 2%(sec)	L'erreur au sens des moindres carrées
Commande par mode glissant (SMC)	1.122	7.6340×10^{-4}
Commande par mode glissant terminal(TSMC)	0.628	4.2605×10^{-4}
Commande adaptative floue (AFC)	3.378	0.0011
Commande adaptative floue par mode glissant (AFSMC)	1.253	7.3588×10^{-4}
Commande adaptative floue par mode glissant (AFSMC)	0.759	2.9093×10^{-4}

Tableau A. Temps de réponse à 2% et l'erreur au sens des moindres carrées.

Si les fonctions du système sont connues, on obtient :

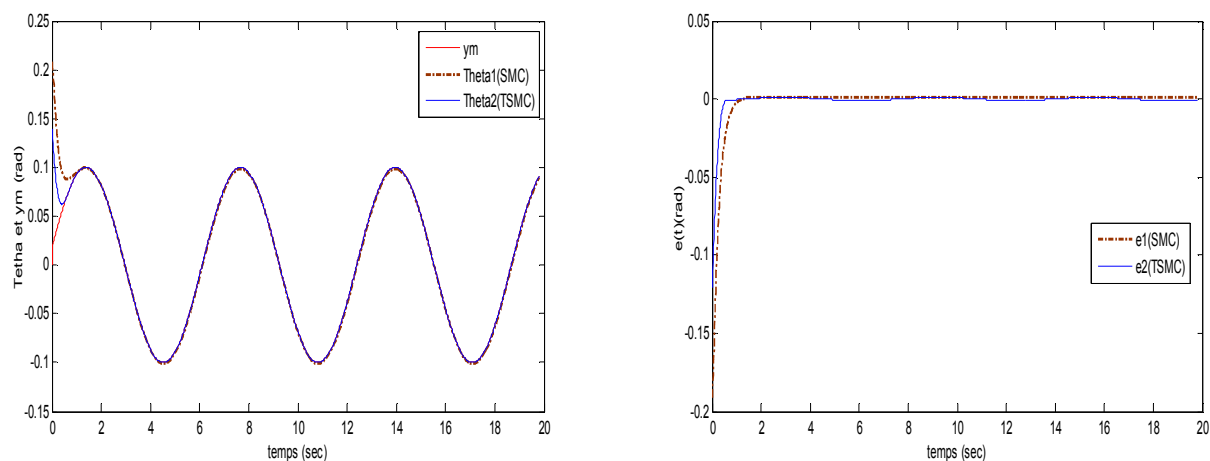


Fig. E.1. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$ en absence de perturbation.

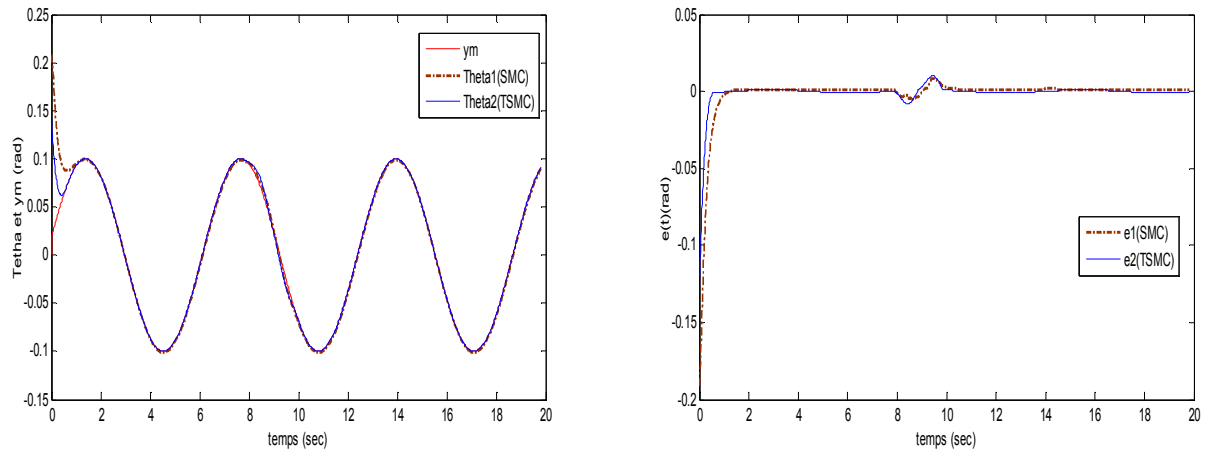


Fig. E.2. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$
en présence de perturbation.

Dans le cas où les fonctions du système sont inconnues, on obtient :

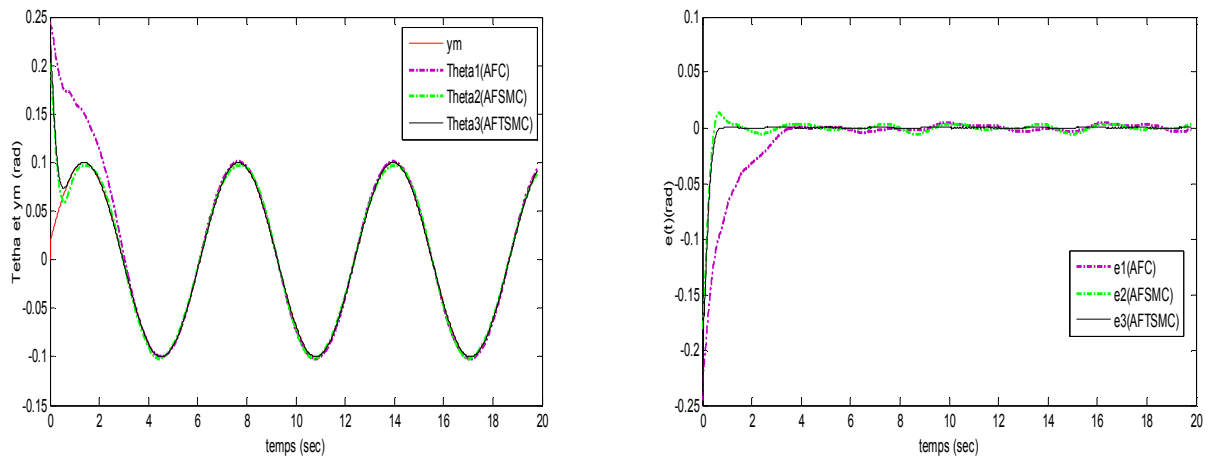


Fig. E.3. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$ en absence de perturbation.

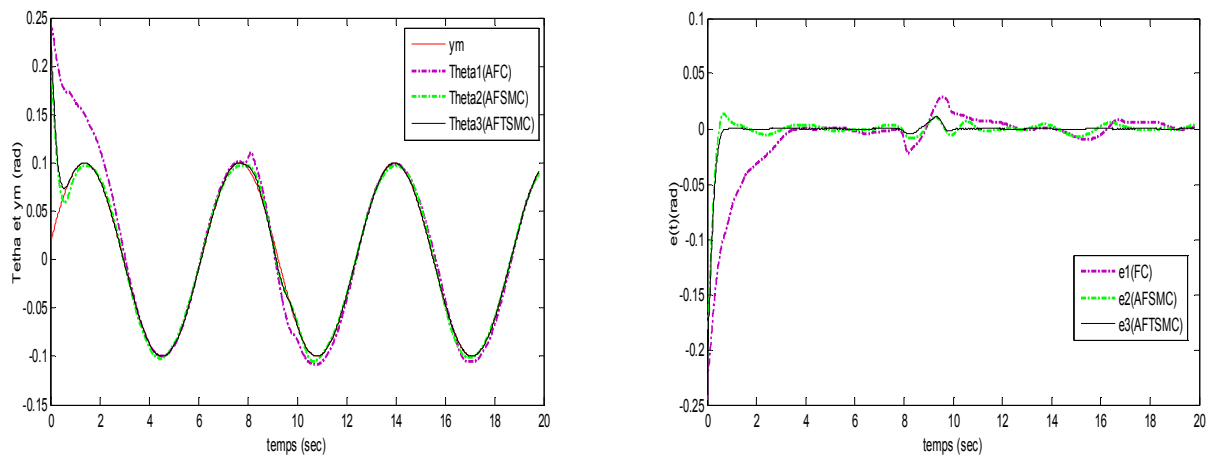


Fig. E.4. Variation de la position angulaire et l'erreur $e(t)$ en présence de perturbation.

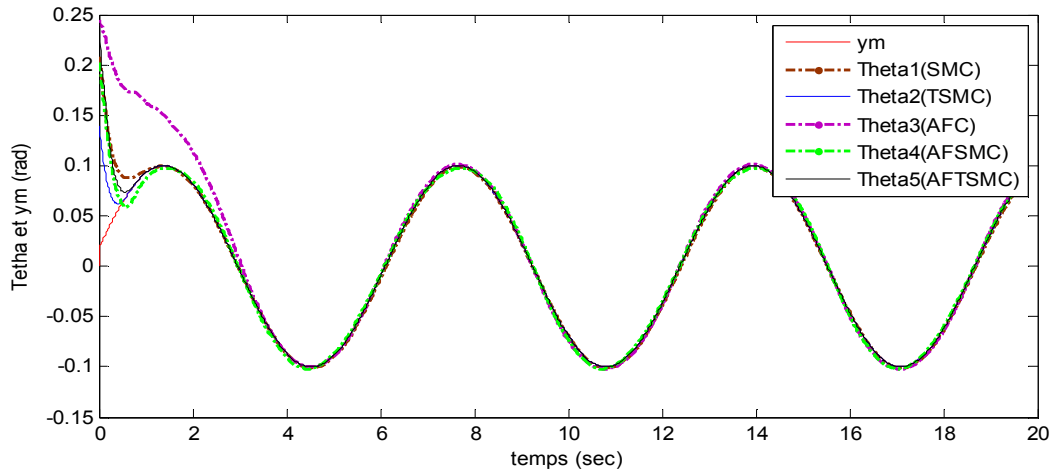


Fig. E.5. Variation de la position angulaire en absence de perturbation pour des commandes différentes.

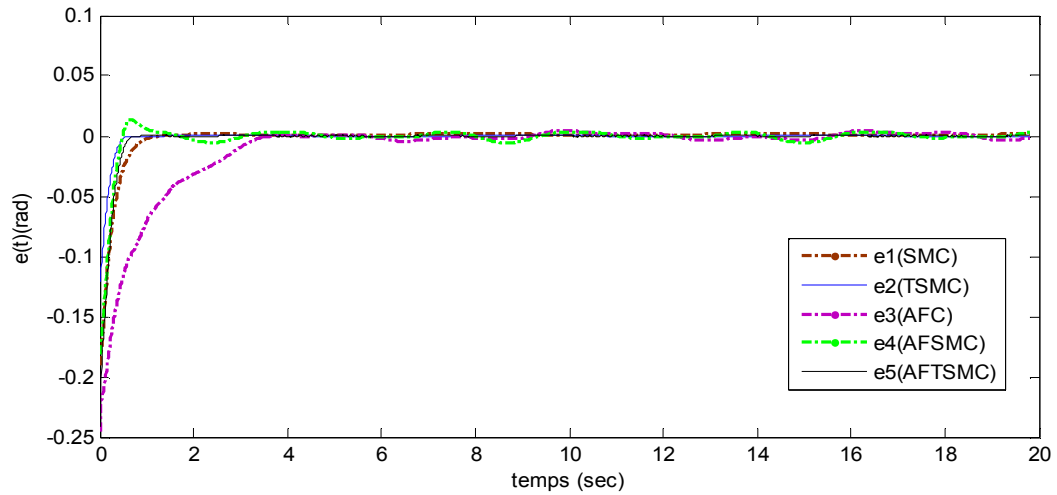


Fig. E.6. Variation de $e(t)$ en absence de perturbation pour des commandes différentes.

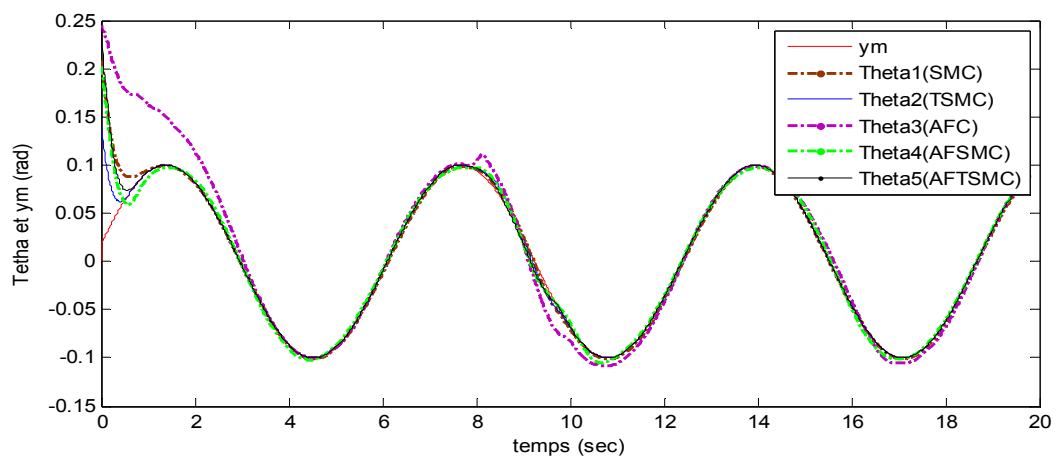


Fig. E.7. Variation de la position angulaire en présence de perturbation pour des commandes différentes.

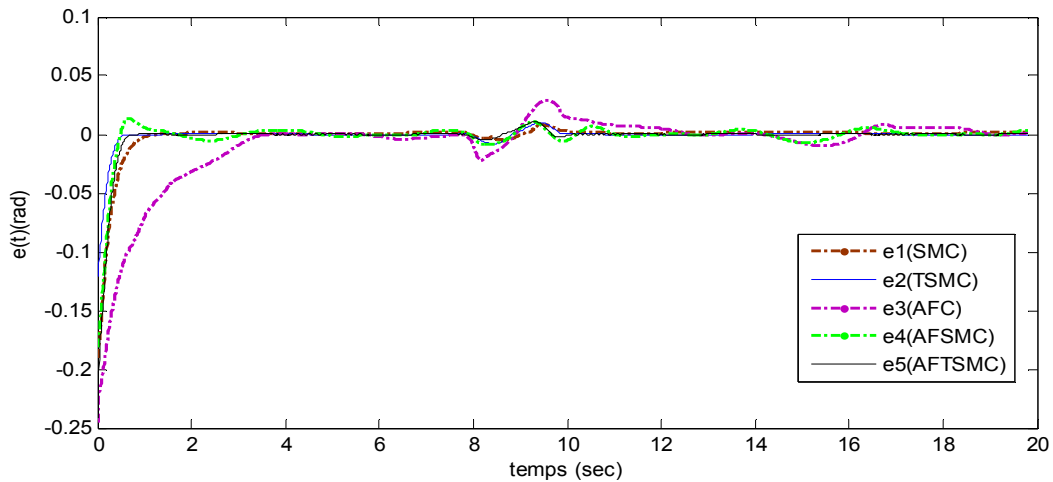


Fig. E.8. Variation de $e(t)$ en présence de perturbation pour des commandes différentes.

Il apparait selon le tableau A et les résultats de simulation que :

- Les commandes par mode glissant donnent un meilleur temps de réponse, avec phénomène de broutement qui consiste en des variations brusques et rapides du signal de commande. De plus, la commande par mode glissant terminal permet d'assurer la convergence en temps fini et garantit un temps de réponse court par rapport aux autres techniques. L'avantage saillant de ces commandes, c'est la robustesse contre des perturbations. Cependant, ce type des commandes a un inconvénient, il faut savoir le modèle mathématique précis du système.
- Dans la commande adaptative floue, le temps de réponse est beaucoup plus long. En outre, elle ne permet pas de maintenir de bonnes performances de poursuite en présence de perturbations externes.
- La commande adaptative floue par mode glissant terminal permet aussi d'assurer la convergence en temps fini, temps de réponse court et sans phénomène de broutement dans le signal de commande. D'autre part, elle permet de maintenir de bonnes performances de poursuite en présence de perturbations externes.

Il est clair que la commande adaptative floue par mode glissant terminal est bien meilleure que les autres techniques. Elle permet d'obtenir une convergence rapide non asymptotique et une meilleure précision. De plus, il n'exige pas un modèle mathématique précis du système sous cette commande.

Conclusion générale

Conclusion Générale

L'étude présentée dans ce mémoire a pour objectif d'aborder les techniques de l'intelligence artificielle qui constituent une alternative aux commandes classiques, généralement employées en automatique afin de répondre au mieux aux objectifs de performance pour la régulation d'un procédé. Les lois de commandes proposées sont appliquées et expérimentées à la stabilisation d'un pendule inversé qui est un système instable et possède des non-linéarités non négligeables. C'est un outil didactique et un problème classique souvent utilisé pour tester les caractéristiques de nouvelles lois de commande.

Le but de ce travail était une étude par simulation de la commande adaptative floue par mode glissant terminal (AFTSMC). On a essayé d'élaborer un contrôleur de convergence en temps fini combinant le mode glissant terminal TSM avec une approximation floue pour les systèmes non linéaires afin d'obtenir une convergence rapide non asymptotique et une meilleure précision dans le sens de Lyapunov. Des systèmes de logique floue sont employés pour rapprocher les fonctions inconnues de système. La loi adaptative est proposée pour réduire des erreurs d'approximation entre les fonctions non-linéaires et les systèmes flous. Ainsi, le phénomène de chattering peut être éliminé. L'algorithme de la commande par mode glissant terminal (TSM) a été étudié pour améliorer la performance de la commande. Le contrôleur TSM est particulièrement utile pour la commande de précision élevée comme il accélère le taux de convergence près du point d'équilibre. La stabilité de la commande AFTSMC a été prouvée. En bref, Les algorithmes développés ont été testés en simulant la commande d'un pendule inversé afin de nous permettre de procéder à l'élaboration de la tâche principale de notre travail à savoir la commande adaptative floue des systèmes non linéaires de convergence en temps fini.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] **H.K. Khalil.** Nonlinear Systems, Prentice Hall, 1996.
- [2] **A. Isodori.** Nonlinear control systems II, Springer-verlag, 1999.
- [3] **A. El Hajjaj et M. Ouladsine.** Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 48, no. 4, pp. 831-838, 2001.
- [4] **Takagi T. et M. Sugeno.** Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control, IEEE Trans. on Man, and Cyber., pp. 116-132, 1985.
- [5] **J.R. Noriega et H. Wang.** A direct adaptive neural network control for unknown nonlinear systems and its application, IEEE trans. Neural Networks, vol. 9, pp. 27-34, 1998.
- [6] **Kamyar Mehran.** Control Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling for Process Control, Industrial Automation, Robotics and Artificial Intelligence (EEE8005), school of Electrical, Electronic and Computer Engineering, Newcastle University, 2008.
- [7] **A. Hamzaoui, N. Essounbouli et J. Zaytoon.** Commande par mode glissant flou d'un système non linéaire incertain. SEE, Revue électronique des sciences et technologies de l'automatique, e-STA, 2003.
- [8] **S. Labiod, M.S. Boucherit et T.M. Guerra.** Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems, Fuzzy Sets and Systems, vol. 151, no. 1, pp. 59-77, 2005.
- [9] **M.Triki, M. Farza, T.Maatoug, M. M'Saad, Y. Koubaa et B. Dahhou.** Unknown inputs observers for a class of nonlinear systems, International Journal of Science and Techniques of Automatic control & computer engineering, IJ-STA, Volume 4, N°1, pp. 1218-1229, July 2010.
- [10] **Chi-Hsu Wang, Tsung-Chih Lin, Han-Leih Liu, Tsu-Tian Lee.** Indirect Adaptive Fuzzy-Neural Control with Observer and Supervisory Control for Unknown Nonlinear Systems, IEEE International Fuzzy Systems Conference, 2001.
- [11] **W. Perruquetti et J. P. Barbot.** Sliding Mode Control in Engineering, Marcel Dekker, 2002.

- [12] **Utkin, V. I.** Variable structure systems with sliding mode. IEEE Trans. On Auto. Cont, 26(2):212-222, 1977.
- [13] **J.J. Slotine**, 'Applied Non Linear Control', Prentice Hall, 1991.
- [14] **W.-S. Lin et C.-S. Chen.** Robust adaptive sliding mode control using fuzzy modeling for a class of uncertain MIMO nonlinear systems, IEE Proc. Control Theory and Applications, vol. 149, no. 3, pp. 193-201, 2002.
- [15] **B. Yoo et W. Ham.** Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 6, no. 2, pp. 315-321, 1998.
- [16] **N. Manamanni, A. Hamzaoui et N. Essounbouli.** Sliding mode control with adaptive fuzzy approximator for MIMO uncertain systems, European Control Conference, ECC'03, Cambridge (UK), 2003.
- [17] **Frédéric Nollet.** Lois de commande par modes glissants du moteur pas à pas, Ecole centrale de Lille, 2008.
- [18] **C.F. Hsu, T.-T. Lee, C.-M. Lin et L.-Y. Chen.** Robust neuro-fuzzy controller design via sliding-mode approach, IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Budapest (Hongrie), vol. 2, pp. 917- 922, 2004.
- [19] **K-K. D. Young**, Variable Structure Control for Robotics and Aerospace Applications, Ed., Elsevier Science, Published B.V., Amesterdam 1993
- [20] **J. Wang, S. S. Get and T. H. Lee.** Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control of a Class of Nonlinear Systems, Proceeding of the 3rd Asian Control conference, Shanghai, July 4-7, 2000.
- [21] **V.I. Utkin** "Sliding Modes and their application in variable structure systems", Edition MIR, URSS 1978
- [22] **C. Edwards & S.K Spurgeon**, "Sliding mode control, theories and application, Ed. Taylor and Francis 1998
- [23] **Song Chen, Zhong Su.** Global Fast Terminal Sliding Mode Control of a Brushless DC Motor Actuator U sing Time-delay Estimation. IEEE International Conference on Computer Application and System Modeling, 978-1-4244-7237-6, 2010.

- [24] **Z. Man, A. P. Paplinski, H. Wu.** A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 39: 2464 – 2469, 1994.
- [25] **K. Y. Zhuang, H. Y. Su, K. Q. Zhuang, J. Chu.** Adaptive terminal sliding mode control for high order nonlinear dynamic systems [J]. Journal of Zhejiang University, 4: 58 – 63, 2003.
- [26] **H. Sira-Ramirez.** Second Order Sliding Mode Control for Robot Arms with Time Base Generators for Finite-Time Tracking. Dynamics and Control, 11, 175–186, 2001.
- [27] **Jinkun LIU, Fuchun SUN.** A novel dynamic terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems, Journal of Control Theory and Applications , 5 (2) 189–193, 2007.
- [28] **Neila Mezghani Ben Romdhane and Tarak Damak.** Terminal sliding mode feedback linearization control, International Journal of Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, IJ-STA, Volume4, N°1, pp.1174-1187, July 2010.
- [29] **X. Yu and J.-X. Xu (Eds.)** Variable Structure Systems: Towards the 21st Century, LNCIS 274, pp. 109–127, 2002. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002.
- [30] **Shuanghe Yu, Jialu Du, Xinghuo Yu, He Xu.** A Novel Recursive Terminal Sliding Mode with Finite-Time Convergence, the International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11, 2008.
- [31] **Liping FAN, Yazhou YU.** Adaptive Non-singular Terminal Sliding Mode Control for DC-DC Converters, Advances in Electrical and Computer Engineering, Volume 1, N°2, 2011.
- [32] **K.J. Astrom, B. Wittenmark,** Adaptive control, Addison Wesley, 1995.
- [33] **A. J. Ampsefidis, J.T. Bialasiswicz and E. T. Wall.** Lyapunov Design of a New Model Reference Adaptive Control System using Partial a Priori Information. Vol.29, N°4, pp.337-348, 1993.
- [34] **V. Chalam,** Adaptive Control Systems: Technics and Applications, Marcel Dekker Inc, New York. basel, 1989.
- [35] **S. Sastry et M. Bodson,** Adaptive Control, Stability, Convergence and Robustness, Prentice Hall, 1989.

- [36] **H. Amrous**, Commande adaptative d'une machine synchrone a aimants permanents, Thèse de Magister, ENP, Alger, 2009.
- [37] **J. M. Mendel**, 'Fuzzy systems for engineering: A tutorial'. Proc. IEEE, vol. 83, no.3, pp. 347-377, 1995.
- [38] **K.M. Passino and S. Yurkovich**, 'Fuzzy Control'. Addison-Wesley Longman Inc., 1998.
- [39] **S. Labiod**, 'Contribution à la Commande Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires', Thèse de Doctorat, ENP, Alger, 2005.
- [40] **H. Buhler**, 'Le réglage par logique floue'. Presses Polytechniques Rommandes, Lausanne, 1994.
- [41] **A. Kaufmann**, "Introduction à la logique floue," Techniques de l'ingénieur, Mesures et contrôle, R 7032, 1996.
- [42] **A. BEN TAZIRI**, La logique floue
http://www.tn.refer.org/hebergement/cours/logique_floue/index.html
- [43] **J . Aguilar-Martin**, "La logique floue et ses application industrielles, France, 1995.
- [44] **L. X. Wang**, "Stable Adaptive Fuzzy Controller with Application to Inverted Pendulum Tracking ", IEEE Trans. on Systems, Man. Cyber.-part B, vol. 26, N°. 5, Oct. 1996.
- [45] **J. Wang, A. B. RAD, P. Chan**. Indirect adaptive fuzzy sliding mode control: Part I: fuzzy switching[J]. Fuzzy Sets and Systems, 122(1): 21 – 30, 2001.
- [46] **R. Wai, C. Lin, C. F. Hsu**. Adaptive fuzzy sliding-mode control for electrical servo drive[J]. Fuzzy Sets and Systems, 143(2): 295 –310, 2004.
- [47] **Jinkun LIU, Fuchun SUN**. Chattering free adaptive fuzzy terminal sliding mode control for second order nonlinear system, Journal of Control Theory and Applications, 4-385–391, 2006.
- [48] **L. Wang**. A Course in Fuzzy Systems and Control [M]. Upper Saddle River, NL: Prentice-Hall, 1997.

-----ملخص-----

المنطق الغير واضح يستخدم في التحكم في بعض الأنظمة الغير واضحة بسبب خاصيتها العالمية للتقريب. معظم العمل في هذا المجال مبني على تركيب ليبونوف لتأكيد الثبات. ولأجل الإسراع في عملية التقريب, الكثير من الكتاب استعانوا من التقريب في وقت محدود عن طريق وضع الانزلاق الانتهائي. هذا يسمح تحقيق أداء عالي بهذا المقدار من الدقة مع التقريب في وقت محدود. الكثير من الكتاب اتفقوا ان وضع الانزلاق لتأكيد الثبات في دائرة مغلقة مع الأنظمة الغير واضحة لتقريب الوظائف المجهولة الخاصة بهذا النظام لتتقل الأوامر و تكيف وضع الانزلاق. في هذه المذكرة, غرضنا أن نطور مراقب التقريب في زمن محدود وذلك بدمج وضع الانزلاق أالانتهائي مع التقريب الغير واضح للأنظمة الغير خطية للحصول على تقريب سريع, غير مقارب و دقة أحسن.

الالفاظ المفتاحية : التحكم الغامض, التحكم التأقلمي, وضع الانزلاق, الانتهائي, تقريب في زمن محدود الانظمة اللاخطية.

-----Abstract-----

Fuzzy logic is used in the control, of uncertain systems because of its universal approximation properties. Most work in this area is based on the Lyapunov synthesis of ensuring stability. In order to accelerate the convergence, several authors have made use of convergence in finite time by expanding the terminal sliding mode or TSM. This approach allows achieving high performance in accuracy in finite time convergence. Many authors have associated the sliding mode to ensure stability in closed loop with fuzzy systems to approximate unknown functions of the system to deliver orders and adaptive fuzzy sliding mode. In this work, we propose to develop a controller convergence in finite time combining the terminal sliding mode TSM with a fuzzy approximation for nonlinear systems to obtain rapid convergence non asymptotic and better accuracy.

Key-words: Fuzzy control, adaptive control, sliding mode, terminal, convergence in finite time, nonlinear systems.

-----Résumé-----

La logique floue est utilisée dans la commande des systèmes incertains à cause de ses propriétés d'approximation universelle. La plupart des travaux dans ce domaine sont basés sur la synthèse de Lyapunov garantissant ainsi la stabilité. Dans le but d'accélérer la convergence, plusieurs auteurs ont fait recours à la convergence en temps fini en développant le TSM ou mode glissant terminal. En effet, cette approche permet de réaliser de hautes performances tant en précision qu'en temps fini de convergence. Nombre d'auteurs ont associé le mode glissant pour garantir la stabilité en boucle fermée avec les systèmes flous pour approximer les fonctions inconnues du système pour proposer ainsi des commandes adaptatives floues de mode glissant. Dans ce travail, nous proposons d'élaborer un contrôleur de convergence en temps fini combinant le mode glissant terminal TSM avec une approximation floue pour les systèmes non linéaires afin d'obtenir une convergence rapide non asymptotique et une meilleure précision.

Mots-clés : Commande floue, contrôleur adaptatif, mode glissant, terminal, convergence en temps fini, systèmes non linéaires.