

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics



جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis in Mathematics

Option : Applied Mathematics

Theme :

Study of a Viscoplastic Problem with a Parameter

Presented by

Miss. Aya TIGROUSSINE

Supervisor: **Pr. Abdlbaki MEROUANI**

Thesis defended on June 18, 2026, in front of the jury composed of:

Mr. Rachid KARA	Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas	President
Mr. Abdlbaki MEROUANI	Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas	Supervisor
Mr. Moustafa DERGUINE	Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

Table des matières

Introduction générale	6
Notations	8
1 Modélisation et Formulation du problème	11
1.1 Introduction	11
1.2 Géométrie de la déformation	12
1.3 Espaces fonctionnels	13
1.4 Lois de comportement	14
1.4.1 Exemple d'essais	14
1.5 Lois de comportement élastique	20
1.6 Lois viscoplastiques	21
1.7 Conditions aux limites	22
1.8 Conclusion	23
2 Cadre Fonctionnel et Espaces de Hilbert	24
2.1 Introduction	24
2.2 Les espaces de Hilbert	25
2.2.1 Définition des espaces H et $\mathcal{H}$	25
2.2.2 Espaces associés à l'opérateur de déformation ε et à l'opérateur de divergence Div	26
2.2.3 Applications traces	28
2.3 Formule de base et espaces fonctionnels	29
2.3.1 Espaces fonctionnels	29
2.3.2 Formule de base réduite	29
2.4 Théorèmes d'existence	29
2.5 Lemmes techniques	30
2.6 Théorème 3 (Cauchy-Lipschitz)	31
3 Problème Viscoplastique avec Paramètre	32

3.1	Introduction	32
3.2	Problème mécanique et formulation variationnelle	33
3.2.1	Problème P : (viscoplasticité avec paramètre)	33
3.2.2	Existence et unicité de la solution	36
3.3	Application de la méthode en dimension 1	41
3.3.1	Équations du problème	42
3.4	Méthode de Cauchy–Lipschitz appliquée au problème variationnel .	44
	Conclusion générale	48
	Bibliographie	49

الملخص

تهدف هذه المذكرة إلى دراسة نموذج رياضي لمواد لزجة-لدنة مع معلمة داخلية، وذلك من خلال صياغة المسألة الميكانيكية وتحويلها إلى صياغة تغيرية ضمن فضاءات هيلبرت. كما تم توظيف أدوات التحليل الدالي، خاصة مبرهن ليبيشيف، لإثبات وجود ووحدانية الحل. وقد أظهرت النتائج أن النموذج المدروس يقبل حلاً ميلغرام وكوسى-لاكس وحيداً تحت فرضيات مناسبة على معطيات المسألة.

الكلمات المفتاحية

المواد اللزجة-اللدنة، فضاءات هيلبرت، الصياغة التغيرية، الوجود والوحدانية، التحليل الدالي.

Résumé

Ce mémoire porte sur l'étude d'un modèle mathématique de matériaux viscoplastiques avec paramètre interne. Le problème mécanique est formulé sous une forme variationnelle dans des espaces de Hilbert appropriés. En utilisant les théorèmes de Lax–Milgram et de Cauchy–Lipschitz, nous établissons l'existence et l'unicité de la solution du problème étudié.

Mots-clés :

Matériaux viscoplastiques, espaces de Hilbert, formulation variationnelle, existence et unicité, analyse fonctionnelle.

Abstract

This dissertation deals with the study of a mathematical model for viscoplastic materials with an internal parameter. The mechanical problem is reformulated as a variational problem in suitable Hilbert spaces. Using the Lax–Milgram and Cauchy–Lipschitz theorems, the existence and uniqueness of the solution are established.

Keywords:

Viscoplastic materials, Hilbert spaces, variational formulation, existence and uniqueness, functional analysis.