

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics



جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis

in Mathematics

Option : Optimization and control

Theme :

**Developing an Interior Point Method for Convex
Quadratic Programming**

Presented by

Lina Tesslim SINACER

Rania GRACHI

Supervisor: **Dr. Moufida GOUTALI**

Thesis defended on June 17, 2026, in front of the jury composed of:

Mr. Mohamed ACHACHE

Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas

President

Mrs. Moufida GOUTALI

MCB. Setif 1 University Ferhat Abbas

Supervisor

Mr. Welid GRIMES

MCB. Setif 1 University Ferhat Abbas

Examiner

2025/2026

Contents

Glossary of Notation	8
Introduction	11
1 Convex Analysis and Mathematical Programming	14
1.1 Basic Elements of Convex Analysis	14
1.2 Mathematical Programming	16
1.2.1 Local and Global Optimal Solutions	16
1.2.2 Classification of mathematical programs	17
1.2.3 Qualification of constraints	17
1.3 Solving Mathematical Programming Problems	18
1.3.1 Existence and Uniqueness of Optimal Solutions	18
1.3.2 Optimality Conditions	18
1.4 Newton’s Method	19
1.5 Convex Quadratic Programming	20
1.5.1 Solution Methods for Convex Quadratic Optimization	21
1.5.2 Perturbed Problem (Logarithmic Barrier)	21
2 A New Short-Step IPA for Convex Quadratic Optimization	23
2.1 The new search direction for CQO by using AET	24
2.1.1 The Proximity Measure	26
2.1.2 Primal–Dual IP Algorithm for CQO	27
2.2 Convergence Behavior and Computational Complexity of the Proposed Algorithm	28
2.2.1 Preliminary Results	28
2.2.2 Feasibility Analysis	29

2.2.3	Complexity Analysis	35
3	Numerical experimentation	37
3.1	Examples with fixed size	38
3.1.1	Results of Examples (Table (3.1))	41
3.2	Example with variable size	42
3.2.1	Results of Example (Table (3.2))	43
3.3	Discussion of Numerical Results	44
	Conclusion	45
	Bibliography	46

الملخص:

تناولت هذه المذكرة تطوير طريقة من طرق النقاط الداخلية الأولية-الثانوية لحل مسائل البرمجة التربيعية المحدبة. وتعتمد الطريقة المقترحة على تحويل جبري للشرط المركزي بهدف اشتقاق اتجاه بحث جديد يسهم في تحسين كفاءة الخوارزمية وأدائها العددي. وقد تمت دراسة الخصائص النظرية للطريقة من خلال تحليل التقارب والتعقيد الحسابي، كما تم اختبارها عددياً على مجموعة من المسائل المعيارية. وأظهرت النتائج العددية فعالية الطريقة المقترحة في الوصول إلى الحل الأمثل بعدد قليل من التكرارات وبكفاءة حسابية جيدة، مما يؤكد جدواها في حل مسائل البرمجة التربيعية المحدبة.

الكلمات المفتاحية: البرمجة التربيعية المحدبة، ذات القيود الخطية، طرق النقاط الداخلية الأولية-الثانوية، خوارزميات تتبع المسار المركزي، التحويل الجبري، الشرط المركزي، اتجاه البحث، تحليل التقارب، تحليل التعقيد، التجارب العددية.

Abstract:

This thesis deal with the development of a primal-dual interior-point method for solving convex quadratic programming problems. The proposed approach is based on an algebraic transformation of the centrality condition in order to derive a new search direction that improves the efficiency and numerical performance of the algorithm. The theoretical properties of the method are investigated through convergence and computational complexity analyses. In addition, numerical experiments are conducted on a set of benchmark problems. The obtained results demonstrate that the proposed method efficiently reaches the optimal solution with a small number of iterations and satisfactory computational performance, confirming its effectiveness for solving convex quadratic programming problems.

Keywords: Convex Quadratic Programming, Linearly Constrained Convex Programming, Primal-Dual Interior-Point Methods, Central Path Following Algorithms, Algebraic Transformation, Centrality Condition, Search Direction, Convergence Analysis, Complexity Analysis, Numerical Experiments.

Résumé:

Ce mémoire porté sur le développement d'une méthode de points intérieurs primale-duale pour la résolution des problèmes de programmation quadratique convexe. La méthode proposée repose sur une transformation algébrique de la condition de centralité afin de dériver une nouvelle direction de recherche permettant d'améliorer l'efficacité et les performances numériques de l'algorithme. Les propriétés théoriques de la méthode ont été étudiées à travers l'analyse de la convergence et de la complexité de calcul. En outre, des expérimentations numériques ont été réalisées sur un ensemble de problèmes de référence. Les résultats obtenus montrent que la méthode proposée atteint efficacement la solution optimale avec un nombre réduit d'itérations et de bonnes performances de calcul, ce qui confirme son intérêt pour la résolution des problèmes de programmation quadratique convexe.

Mots-clés : Programmation quadratique convexe, Programmation convexe sous contraintes linéaires, Méthodes de points intérieurs primale-duale, Algorithmes de suivi du chemin central, Transformation algébrique, Condition de centralité, Direction de recherche, Analyse de convergence, Analyse de complexité, Expérimentations numériques.