الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Setif 1 University - Ferhat ABBAS

Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

Faculty of Sciences

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis

in Mathematics

Option : Optimization and Control

Theme :

BRANCH-AND-BOUND TECHNIQUES FOR MULTIDIMENSIONAL OPTIMIZATION PROBLEMS

Presented by

Miss. **Sara Omari** & Miss. **Khalida Ghabrid**

Supervisor: Dr. **Djaouida Guettal**

Thesis defended on June 18, 2026, in front of the jury composed of:

Ms.	Aziza Aib	Dr.	Setif 1University Ferhat Abbas	President
Ms.	Djaouida Guettal	Dr.	Setif 1University Ferhat Abbas	Supervisor
Ms.	Nassima Anane	Dr.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

ملخص:

يتناول هذا العمل التحسين الشامل للدوال غير المحدبة، وغير القابلة للاشتقاق، والدوال الهولدرية المستمرة. حيث نستعرض الأسس النظرية ذات الصلة، ونقدم طريقة " الفرع والحد " (Branch-and-Bound) كنهج كلاسيكي للتحسين الشامل، بالإضافة إلى طريقة التحويل الاختزالي التي تبني منحنيات α-كثيفة لتسهيل المشكلات متعددة الأبعاد. كما يُقترح خوارزمية هجينة تجمع بين هاتين الطريقتين لدوال هولدر، مع إثبات تقاربها رياضياً، وتقديم تطبيقات عددية تؤكد فعاليتها مقارنة بالنهج الكلاسيكية.

الكلمات المفتاحية: التحسين الشامل، الدوال الهولدرية المستمرة، خوارزمية التفرع و التحديد، منحنيات α-الكثيفة، طريقة التحويل الاختزالي .

Résumé :

Ce travail traite de l'optimisation globale de fonctions non convexes, non dérivables et de Hölder (ou höldériennes). Nous passons en revue les fondements théoriques associés et présentons la méthode classique de « branch-and-bound » (séparation et évaluation) pour l'optimisation globale, ainsi que la méthode de transformation réductrice qui construit des courbes α-denses permettant de simplifier les problèmes multidimensionnels. Un algorithme hybride combinant ces deux méthodes pour les fonctions de Hölder est proposé sa convergence est prouvée mathématiquement et des applications numériques sont présentées pour confirmer son efficacité par rapport aux approches classiques.

Mots-clés : Optimisation globale, fonctions höldériennes continues, algorithme de Branch-and-Bound, α-dense curves, méthode de transformation réductrice.

Abstract:

This work addresses the global optimization of nonconvex, non-differentiable, Hölder continuous functions. We review the relevant theoretical foundations and present the classical branch-and-bound method for global optimization, alongside the reducing transformation method, which constructs α-dense curves to simplify multidimensional problems. A hybrid algorithm combining these two methods for Hölder functions is proposed, its convergence is mathematically proven, and numerical applications are presented to confirm its effectiveness compared to classical approaches.

Keywords: Global optimization, Hölder continuous functions, Branch-and-Bound algorithm, α-dense curves, reducing transformation method.

Gratitude

We thank *God*, the Almighty, for granting us the privilege to study and follow the path of knowledge.

We express our deepest gratitude to our supervisor,

Dr. Djaouida Guettal

for her unwavering support, trust, and invaluable guidance, which greatly contributed to the improvement of this work. Her availability and assistance were essential to the successful completion of this Master's thesis.

We are also highly grateful to the members of the honorable jury,

Dr. Aziza Aïb and *Dr. Nassima Anane*

for accepting the invitation to evaluate this work.

Finally,

our heartfelt thanks extend to everyone who assisted and supported us, both directly and indirectly, throughout this journey.

Omari Sara & Ghabrid Khalida