



Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatiques

Filière : Mathématiques

Spécialité : Algèbre et géométrie

Thème

Le phénomène d'extension de Théorème de Hartogs

Présenté par:

BENYAYA Selsabill

Dirigé par

Dr.BELAIB Mohamed Tahar

Mémoire soutenue le 24 Juin 2026, devant le jury composé de :

Président	Dr. KHALOUTA Ali
Encadrant	Dr. BELAIB Mohamed Tahar
Examineur	Dr. DERGUINE Mustafa

Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Université Sétif 1 Ferhat Abbas

Année universitaire: 2025-2026

Table des matières

1	Les fonctions holomorphes dans le plan complexe $\mathbb{C}$	5
1.1	Préliminaires	6
1.1.1	Convergence dans $\mathbb{C}$	6
1.2	Sous-ensembles du plan complexe $\mathbb{C}$	6
1.3	Fonctions holomorphes	9
1.3.1	Dérivées d'ordre supérieur	14
1.4	Fonctions analytiques et séries de Taylor	14
2	Les fonctions analytiques de plusieurs variables complexes	20
2.1	Série entière a plusieurs variables	21
2.1.1	Domaine de convergence d'une série entière multiple.	21
2.2	Fonctions analytiques	24
2.2.1	Fonction développable en série entière	24
2.3	Fonctions holomorphes de plusieurs variables complexes	24
2.4	Formule intégrale de Cauchy	26
2.5	Développement en série d'une fonction holomorphe	27
2.5.1	Calcul des coefficients du développement de Taylor d'une fonction holomorphe	28
3	Sur Le phénomène d'extension de Théorème de Hartogs	31
3.1	Fonctions holomorphes et équation $\bar{\partial}$	32
3.2	Sur le théorème de Serre	35
3.3	Sur le théorème de Hartog	37
3.3.1	Approche par les équations aux dérivées partielles	39

Abstract

This dissertation deals with the Hartogs extension phenomenon in the theory of several complex variables. After introducing the fundamental concepts of holomorphic and analytic functions, it presents the main properties of functions of several complex variables. The study then focuses on Hartogs' theorem, which shows that certain singularities can be removed through holomorphic extension. This work highlights the importance of the Hartogs phenomenon in understanding the behavior of holomorphic functions and its applications in complex analysis.

Keywords : Hartogs' theorem phenomenon; Taylor series; Holomorphic functions; Cauchy formula; Analytic extension.

Résumé

Ce mémoire porte sur l'étude du phénomène d'extension de Hartogs en analyse complexe de plusieurs variables. Après avoir présenté les notions fondamentales des fonctions holomorphes et analytiques, il développe les principaux résultats relatifs aux fonctions de plusieurs variables complexes. L'étude se concentre ensuite sur le théorème de Hartogs, qui montre que certaines singularités peuvent être supprimées grâce au prolongement holomorphe. Ce travail met ainsi en évidence l'importance du phénomène de Hartogs dans la compréhension des propriétés des fonctions holomorphes et de leurs applications en analyse complexe.

Mots-clés : Phénomène de théorème de Hartogs ; Series de Taylors ; Fonctions holomorphes ; Formule de Cauchy ; Prolongement analytique.

ملخص

تناول هذه المذكرة ظاهرة امتداد هارتوغس في التحليل العقدي لعدة متغيرات. بعد عرض المفاهيم الأساسية للدوال التحليلية والهولومورفية، تم التطرق إلى أهم خصائص الدوال ذات المتغيرات العقدية المتعددة. ثم ركزت الدراسة على مبرهنة هارتوغس التي تبين إمكانية إزالة بعض التفردات بواسطة الامتداد الهولومورفي. وتبرز هذه الدراسة أهمية ظاهرة هارتوغس في فهم سلوك الدوال الهولومورفية وتطبيقاتها في مجال التحليل العقدي.

الكلمات المفتاحية : ظاهرة نظرية هارتوغز؛ متسلسلة تايلور؛ الدوال الهولومورفية؛ صيغة كوشي؛ التمديد التحليلي.