



Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

MEMOIRE DE MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Algèbre et Géométrie

Thème

Quelques propriétés sur la c -normalité des groupes

Présenté par :

Ahed Zaiou

Wail Lahlali

Dirigé par :

Dr. Amel Dilmi

Mémoire soutenu le 27 Juin 2026, devant le jury composé de :

Président

Pr. Nadir Trabelsi

Université Sétif 1 Ferhat Abbas

Encadrant

Dr. Amel Dilmi

Université Sétif 1 Ferhat Abbas

Examineur

Dr. Abderraouf Bouchelaghem

Université Sétif 1 Ferhat Abbas

Promotion : 2025 / 2026

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	1
Remerciements	2
Notations	4
Introduction	6
1 Généralités sur les groupes finis	8
1.1 Introduction	8
1.2 Théorèmes de Sylow	8
1.3 Groupes Résolubles	10
1.4 Groupes Nilpotents	11
1.4.1 Séries Centrales des Sous-Groupes	11
1.4.2 Groupes Nilpotents	13
2 C-normalité des groupes	16
2.1 Introduction	16
2.2 Résultats préliminaires	17
2.3 Résultats principaux	21

Résumé

Dans ce mémoire nous avons étudié les principales propriétés des sous-groupes c -normaux ainsi que les principaux résultats obtenus par Yanming Wang qui affirment que cette notion permet de caractériser la résolubilité des groupes finis.

Le premier résultat établit qu'un groupe fini est soluble si et seulement si tous ses sous-groupes maximaux sont c -normaux.

Le second résultat relie la notion de c -normalité à l'indice normal introduit par W. E. Deskins affirmant que la c -normalité d'un sous-groupe maximal est équivalente à l'égalité entre son indice normal et son indice dans le groupe.

Mots -Clés: groupe fini; groupe soluble; sous-groupe c -normal; sous-groupe maximal; indice; indice normal.

Classification AMS 2020 : 20D10, 20D20

Abstract

In this thesis, we studied the c -normality of groups and its properties and the principal results established by Yanming Wang, which show that the notion of c -normality provides a characterization of the solvability of finite groups.

The first main result states that a finite group is soluble if and only if all of its maximal subgroups are c -normal.

The second result establishes a close relationship between the notion of c -normality and the normal index introduced by W. E. Deskins. More precisely, it proves that a maximal subgroup is c -normal if and only if its normal index is equal to its index in the group.

Keywords: Finite group; soluble group; c -normal subgroup; maximal subgroup; index; normal index.

AMS 2020 Classification: 20D10, 20D20

المخلص

في هذه المذكرة درسنا أهم خصائص الزمر الجزئية ذات الخاصية (س)-النظامية و النتائج التي حصل عليها Yanming Wang حيث تنص النتيجة الأولى على أن الزمرة المنتهية تكون قابلة للحل إذا وفقط إذا كانت جميع زمريها الجزئية العظمى ذات الخاصية (س)-النظامية. أما النتيجة الثانية، فتبرز العلاقة الوثيقة بين خاصية الزمر الجزئية (س)-نظامية ومفهوم المؤشر النظامي الذي قدمه W. E. Deskins ، حيث تثبت أن الزمرة الجزئية العظمى تكون ذات الخاصية (س)-النظامية إذا وفقط إذا كان المؤشر النظامي مساوياً لمؤشرها العادي في الزمرة.

الكلمات المفتاحية: زمرة منتهية، زمرة جزئية (س)-نظامية، زمرة جزئية عظمى، زمرة قابلة للحل، المؤشر العادي، المؤشر النظامي.

تصنيف AMS 2020 : 20D10, 20D20 .