République algérienne démocratique et populaire
Ministère de l'Enseignement supérieur et de
la Recherche scientifique

Faculté des Sciences

FERHAT ABBAS UNIVERSITÉ- SÉTIF

FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT : MATHÉMATIQUES

Mémoire de Master

DOMAINE : MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

BRANCHE : **Mathématiques**

SPÉCIALITÉ : Analyse non linéaire et équations aux dérivées partielles

Présentée par:

Chouache Charihene

Thème

Modélisation de la chimiotaxie tumorale et Équations aux Dérivées partielles

Président: Aibeche Aissa	**Prof**	UFA Setif 1
Encadrante: Hechaichi Hadjer	**MCB**	UFA Setif 1
Examinatrice: Laidoune Karima	**MCB**	UFA Setif 1

Promotion: 2025/2026

Table des matières

Introduction générale

1 Outils mathématiques

1.1 Espaces fonctionnels

1.1.1 Espaces de Lebesgue

1.1.2 Espaces de fonctions régulières

1.2 Théorème de densité

1.3 Dualité

1.4 Inégalité de Young

1.5 Inégalité de Hölder

1.6 Espaces de Sobolev et théorème d'injection

1.6.1 Dérivées au sens des distributions

1.6.2 Définition

1.6.3 Théorème d'injection de Sobolev

1.7 Espaces de fonctions à valeurs vectorielles

1.8 Principe du maximum fort

1.9 Formule de Green

1.10 Lemme d'Aubin-Lions

1.11 Convergences forte et faible

1.12 Convergence dominée et lemme de Fatou

1.13 Inégalités de Cauchy

1.14 Inégalité de Gagliardo-Nirenberg-Sobolev

1.14.1 Cas particuliers fondamentaux

2 Modélisation

2.1 Système de Keller Segel et ses variantes

2.1.1 Le système classique de Keller-Segel

2.1.2 Variantes des systèmes de Keller-Segel

2.1.3 Système de chemotaxie avec terme logistique

2.1.4 Système de chimiotaxie-stationnaire et de chimiotaxie Navier-stokes

2.1.5 Modèle Chimiotaxie-Navier-Stokes (Bactéries dans un fluide)

2.2 Modélisation spatio-temporelle du chimiotactisme tumoral

2.2.1 Introduction

2.3 Le système d'équations

2.3.1 Schéma illustratif du modèle

2.4 Travaux déjà faits

2.5 Phénoménologie et Hypothèses Biologiques

2.6 Signification des termes et Interprétation Biologique

2.6.1 Dynamique de la Population Immunitaire
2.6.2 Cinétique et Dégradation du Signal Chimique
2.6.3 Hétérogénéité Membranaire et Angiogenèse
2.6.4 Échappement Cellulaire
2.7 Dérivation Mathématique par les Lois de Conservation
2.7.1 Le Théorème de la Divergence de Gauss
2.7.2 Bilan de masse
2.7.3 La Loi de Fick
2.7.4 Application du principe de conservation de la masse
2.7.5 Validation des Hypothèses de Recherche
2.7.6 Conclusion
3 Existence globale des solutions très faibles de chimiotaxie
3.1 Notions de solution
3.2 Présentation du modèle
3.2.1 Hypothèses et définitions
3.3 Régularisation
3.4 Estimation a priori
3.4.1 Estimation de la masse totale
3.4.2 Estimation d'entropie et contrôle de gradient
3.4.3 Estimation de la dérivée temporelle
3.4.4 Compacité
3.4.5 Estimation dans un espace dual
3.5 Passage à la limite
3.6 Conclusion

Abstract

This thesis studies chemotaxis, a directed cell migration driven by a chemical gradient, through Keller-Segel models and their modern variants. Chapter 2 presents the mathematical modeling framework, the different types of taxis, and the application to tumor and immune interactions. Chapter 3 focuses on the global existence of very weak solutions for a chemotaxis system with a logistic source. Following Winkler's strategy, a priori estimates are derived and the limit passage is achieved by compactness arguments. The study shows that consumption effects and boundary conditions can prevent blow-up.

Keywords chemotaxis, Keller-Segel model, very weak solutions, blow-up, compactness, tumor microenvironment.

ملخص بالعربية
تدرس هذه المذكرة ظاهرة الانجذاب الكيميائي، وهي هجرة خلوية موجهة بفعل تدرج كيميائي، وذلك من خلال نماذج كيلر--سيغل وامتداداتها الحديثة. يعرض الفصل الثاني الإطار الرياضي للنمذجة، وأنواع الانجذاب المختلفة، وتطبيقاتها في التفاعلات بين الورم والجهاز المناعي. أما الفصل الثالث فيتناول الوجود العالمي للحلول الضعيفة جدًا لنظام انجذاب كيميائي مع مصدر لوجستي. وبالاعتماد على استراتيجية وينكلر، يتم الحصول على تقديرات قبلية ثم المرور إلى النهاية باستعمال الحصر والاندماج. وتبين الدراسة أن الاستهلاك والحدود قد يحدان من حدوث الانفجار في الزمن المنتهي.

الكلمات المفتاحية : الانجذاب الكيميائي، نموذج كيلر--سيغل، الحلول الضعيفة جدًا، الانفجار في الزمن المنتهي، الحصر، البيئة المجهرية للورم.

Résumé

Ce mémoire étudie la chimiotaxie, phénomène de migration cellulaire guidée par un gradient chimique, à travers les modèles de Keller-Segel et leurs variantes. Le chapitre 2 présente les bases de la modélisation, les différentes formes de taxie, ainsi que l'application aux interactions tumorales et immunitaires. Le chapitre 3 s'intéresse à l'existence globale de solutions très faibles pour un système de chimiotaxie avec source logistique. En s'appuyant sur la stratégie de Winkler, on obtient des estimations a priori, puis un passage à la limite par compacité. L'étude montre que la dissipation due à la consommation et aux conditions aux limites peut prévenir le blow-up.

Mots-clés : chimiotaxie, Keller-Segel, solutions très faibles, blow-up, compacité, microenvironnement tumoral.