الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis

in Mathematics

Option: Applied Mathematics

Theme:

General Boundary Stabilization of Memory-Type Thermo-Viscoelastic System with Second Sound and Logarithmic Source

Presented by:

Badreddine Saoudi

Supervisor: **Dr. Amal Boudiaf**

Thesis defended on June 1, 2026, in front of the jury composed of:

Ms.	Fouzia Bouzghaia	Dr.	Setif 1University Ferhat Abbas	President
Ms.	Amal Boudiaf	Dr.	Setif 1University Ferhat Abbas	Supervisor
Mr.	Sallah eddine Boutiah	Dr.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

الملخص

في هذه الأطروحة، نعتبر نظاما مرنا حراريا لزجا مع موجة ثانية و منبعا لوغاريتميا ذو تخميد يعطى على صورة حد لزوجة عند الحدود. سنثبت ان هذا النوع من التبديد قوي كفاية للمحافظة على الاستقرارالعام لنظام المرونة الحرارية. حاولنا إيجاد شروط ملائمة تمكننا من برهنة الاضمحلال العام لطاقة الحل لهذا النظام. للوصول لهذا الهدف اتبعنا طرق مختلفة كطريقة الطاقة، تابعي ليابونوف، خصائص معينة للدوال المحدبة.

الكلمات المفتاحية : المرونة الحرارية اللزجة ،الاضمحلال العام ،الموجة الثانية ، المنبع اللوغاريتمي ،التخميد الاحتكاكي ،التحدب.

Résumé

Dans ce mémoire nous étudions la stabilisation d'un système thermo-viscoélastique avec second son et source logarithmique, les amortissements sont de types frontières. Nous montrons que ce type de dissipation est suffisamment fort pour maintenir la stabilité générale de ce système. On a introduit des conditions convenables sur les données qui nous permis de démontrer la décroissance générale de l'énergie. Pour obtenir ces résultats, différentes méthodes ont été utilisées telles que la méthode de l'énergie, la fonctionnelle de Lyapunov, certaines propriétés des fonctions convexes.

Mots clés : thermo-viscoélastique, décroissance générale, second son, source logarithmique ,amortissement frontière, convexité.

Abstract

In this thesis, we study the stabilization of a thermo-viscoelastic system with second sound and logarithmic source with a weak frictional damping. We show that this type of dissipation is strong enough to maintain the general stability of this system. We introduced suitable conditions on the data which allowed us to prove the general decay of energy. we use the multiplier method such as the energy method, the Lyapunov functional, certain properties of convex functions.

Key words : thermo-viscoelastic, general decay, second sound, logarithmic source, frictional damping,convexity.

Contents

General Introduction 2

1 Basic results in functional analysis 7

1.1 Notation . . . 8
1.2 Lebesgue Spaces $L^p(\Omega)$ . . . 8
1.3 Hölder's Inequality . . . 9
1.4 Young's Inequality . . . 9
1.5 Sobolev Spaces . . . 9
1.6 Concepts of trace on the boundary . . . 10
1.7 Poincaré Inequality . . . 11
1.8 Green's Formula . . . 11
1.9 Convolution Product . . . 12
1.10 Leibniz's Rule . . . 12
1.11 Convex function . . . 13

2 General decay of energy for a Thermo-viscoelastic system with second sound and logarithmic source 14

2.1 Statement of Problem . . . 15
2.2 Notations and Preliminaries . . . 15
2.3 Main Results . . . 17
Conclusion . . . 34

Bibliography 35

Scanné avec CamScanner