

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics



جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis in Mathematics

Option : Applied Mathematics

Theme :

Gaussian processes and applications.

Presented by

Mr. BOUABDALLAH Ihab Rabah

Supervisor: **Pr. KAOUACHE Rafik**

Thesis defended on June 09, 2026, in front of the jury composed of:

Mr. Didi Abdelouheb	Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas	President
Mr. Kaouache Rafik	Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas	Supervisor
Mr. Djenaihi Youcef	Prof. Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

Table des matières:

Introduction	1
Préliminaires : Espace de probabilité	3
1. Introduction	3
2. Notion de probabilité	3
2.1. Événement	3
2.2. Opérations sur les événements	3
2.3. Probabilité	4
2.4. Indépendance	4
3. Notion de variable aléatoire	5
Définitions	5
Variables aléatoires réelles discrètes	6
Variables aléatoires réelles continues	7
4. Caractéristiques des variables aléatoires	9
Espérance	9
Variance	9
Chapitre 1 : Processus gaussiens	11
1.1. Introduction	11
1.2. Vecteurs aléatoires gaussiens	11
1.3. Simulation d'un vecteur gaussien	11
Simulation de vecteur gaussien dans $\mathbb{R}$	12
Simulation de vecteur gaussien dans $\mathbb{R}^2$	13
Simulation de vecteur gaussien dans $\mathbb{R}^3$	14
1.4.1. Processus stochastique	14
1.4.2. Processus gaussien	16
1.5. Processus de Wiener (mouvement brownien)	17
1.5.1. Introduction	17
1.5.2. Définition Processus de Wiener	17
1.5.3. Simulation de Processus de Wiener	18
1.5.4. Pont Brownien	22
Chapitre 2 : Intégrale stochastique d'Itô	30
2.1. Introduction	30

2.2. Martingales à temps continu	30
2.3. Construction de l'intégrale stochastique	32
2.4. Calcul d'Itô	34
2.4.1. Exemple d'application	35

Conclusion

Annexes : Codes Matlab

Bibliographie

Résumé:

Ce travail nous a permis d'étudier les processus gaussiens (le mouvement brownien) ainsi que l'intégrale et le calcul d'Itô. Nous avons présenté leurs principales propriétés théoriques et quelques applications importantes dans les modèles stochastiques. Les simulations réalisées avec Matlab dans chapitre 1 ont aussi permis de mieux comprendre le comportement de ces processus. Enfin, cette étude constitue une base importante pour approfondir les équations différentielles stochastiques et leurs applications en mathématiques financières (modèle de Black et Scholes).

Summary:

This work has allowed us to study Gaussian processes (Brownian motion) as well as Itô's integral and calculus. We have presented their main theoretical properties and some important applications in stochastic models. The simulations carried out with Matlab in Chapter 1 also provided a better understanding of the behavior of these processes. Finally, this study constitutes an important foundation for further exploring stochastic differential equations and their applications in financial mathematics (the Black-Scholes model).

المُلخَص:

لقد مكّنا هذا العمل من دراسة العمليات الغاوسية (الحركة البرونية) بالإضافة إلى تكامل وحساب إيتو. وقد قدّمنا خصائصها النظرية الرئيسية وبعض التطبيقات المهمة في النماذج العشوائية. كما أتاحت المحاكاة التي تمت باستخدام برنامج "ماتلاب" في الفصل الأول فهماً أفضل لسلوك هذه العمليات. وأخيراً، تشكل هذه الدراسة قاعدة مهمة لتعميق البحث في المعادلات التفاضلية العشوائية وتطبيقاتها في الرياضيات المالية (نموذج بلاك وشولز).