

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatiques

Filière : Mathématiques

Spécialité : Algèbre et géométrie

Thème

Surface de Riemann

Présenté par:

Beltas Khaoula

Dirigé par

Dr.BELAIB Mohamed Tahar

Mémoire soutenue le 24 Juin 2026, devant le jury composé de :

Président	Dr. Khalouta Ali
Encadrant	Dr. BELAIB Mohamed Tahar
Examineur	Dr. DERGUINE Mustafa

Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Université Sétif 1 Ferhat Abbas

Année universitaire: 2025-2026

1 Quelques rappels topologiques	3
1.1 Espaces topologiques	5
1.2 Espaces métriques	6
1.2.1 Applications continues.	6
1.2.2 Applications homéomorphismes	7
1.3 Topologie produit et topologie quotient	8
1.3.1 Topologie produit	8
1.3.2 Topologie quotient.	10
2 Variété topologique et différentiables	13
2.1 Variétés topologiques	15
2.2 Cartes, coordonnées locales et atlas	15
2.3 Variétés différentiables	18
2.3.1 Variétés différentiables	18
2.3.2 Applications lisses entre variétés	19
2.4 Variétés analytiques et complexes	20
3 Surface de Riemann.	22
3.1 Définitions.	24
3.2 Exemples de surfaces de Riemann.	25
3.3 Surfaces de Riemann isomorphes.	28
3.4 Homomorphisme d'anneaux induit par composition.	29
3.4.1 Propriété d'analyticité.	31
3.4.2 Fonctions méromorphes sur une surface de Riemann.	31

Abstract :

In this work, we have undertaken a rigorous study of Riemann surfaces as a fundamental point of convergence between topology, complex analysis, and geometry. We have delved into a key pillar of this rich mathematical structure, starting from topological foundations and extending to the study of its global properties through meromorphic functions. Although this approach is primarily theoretical, it opens up broad perspectives, particularly in exploring the physical and geometric applications of Riemann surfaces. This work illustrates the depth and unity of modern mathematics and attests to the conceptual beauty of the strong connections between analysis, geometry, and algebra.

Keywords: Riemann surfaces, Atlas, Complex Manifolds.

Résumé :

Dans ce travail, nous avons entrepris une étude rigoureuse des surfaces de Riemann en tant que point de convergence essentiel entre la topologie, l'analyse complexe et la géométrie. Nous avons approfondi une pierre angulaire de cette structure mathématique riche, en partant des fondements topologiques jusqu'à l'étude de leurs propriétés globales via les fonctions méromorphes. Bien que cette approche soit essentiellement théorique, elle ouvre de nombreuses perspectives, notamment dans l'exploration des applications physiques et géométriques des surfaces de Riemann. Ce travail illustre la profondeur et l'unité des mathématiques modernes, et témoigne de la beauté conceptuelle des liens solides entre l'analyse, la géométrie et l'algèbre.

Mots-clés: Surfaces de Riemann, Atlas, Variétés complexes.

ملخص :

في هذا العمل، قمنا بإجراء دراسة دقيقة لسطوح ريمان باعتبارها نقطة تقارب جوهرية بين الطوبولوجيا، والتحليل المركب، والهندسة. لقد تعمقنا في فهم ركيزة أساسية لهذا الهيكل الرياضي الغني، بدءاً من الأسس الطوبولوجية، وصولاً إلى دراسة خصائصها العالمية عبر الدوال الميرومورفية.

وعلى الرغم من أن هذا النهج نظري في جوهره، إلا أنه يفتح آفاقاً واسعة، لا سيما في استكشاف التطبيقات الفيزيائية والهندسية لسطوح ريمان. يوضح هذا العمل عمق ووحدة الرياضيات الحديثة، ويشهد على الجمال المفاهيمي للروابط المتينة بين التحليل، والهندسة، والجبر.

الكلمات المفتاحية: أسطح ريمان، أطلس، المتشعبات المركبة.