

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FERHAT ABBAS - SETIF
UFAS (ALGERIE)

MEMOIRE

Présenté à la Faculté des Sciences de l'ingénieur

Département d'électrotechnique

Pour l'Obtention du Diplôme de

MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE

Option : Automatique

Par

M^{elle} AIDA CHERIF

Thème

MODELISATION ET SIMULATION DES MICROSYSTEMES

A BASE DE CERAMIQUES

Applications : transformateur piézoélectrique

et contrôle actif des vibrations

Soutenue le :

devant la commission d'examen:

Dr M. MOSTEFAI
Dr S. BELKHIAT
Dr D. CHICOUCHE
Dr N. BOUZIT
Melle S. BOUMOUS

M.C à l'université de Sétif
M.C à l'université de Sétif
M.C à l'université de Sétif
M.C à l'université de Sétif
M.A à l'université de Sétif

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Invitée

DEDICACE

A mes parents.

A ma grande mère.

A mon frère : HASSAN.

A mes très chères sœurs : SALOI et YASMINA.

A tout les étudiants de poste de graduation .

Et à tout qui aime AIDA.

Remerciements

Je remercie tout d'abord le monsieur Sâad BELKHEIAT, pour m'avoir proposer ce thème, son encadrement efficace, ses précieux conseils et la confiance qu'il m'a témoigné.

Mes remerciements s'adressent ensuite à Monsieur le docteur M. MOSTEFAI pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider mon jury de mémoire.

Je remercie très sincèrement les docteurs D. CHICOUCHE vice doyen à la faculté des sciences de l'ingénieur, N. BOUZIT chef de département d'électronique d'avoir accepter d'examiner ce mémoire. Que mademoiselle S. BOUMOUS trouve ici tous mes remerciements pour l'aide et ces conseils pour la réalisation de ce mémoire.

Sommaire

Enumération	a
Introduction générale	1

Chapitre I

Généralités sur les matériaux piézoélectriques

I.1 Introduction	3
I.2 Généralité sur les micro-systèmes	3
I.2.1 Historique	3
I.2.2 Définition des micro-systèmes	4
I.2.3 Microsystèmes et matériaux piézoélectriques	4
I.3 La piézoélectricité	5
I.3.1 Historique	5
I.3.2 Définition de la piézoélectricité	5
I.3.2.1 Effet piézoélectrique direct	5
I.3.2.2 Effet piézoélectrique inverse	6
I.3.3 Symétrie et piézoélectricité	6
I.3.4 Vieillessement	8
I.3.5 Equations piézoélectriques	9
I.3.6 Coefficients piézoélectriques	10
I.4 Les matériaux piézoélectriques	11
I.4.1 Les céramiques	11
I.4.2 Les polymères	12
I.5 Résonance vibratoire du matériau piézoélectrique	12
I.5.1 Les modes de vibration	12
I.5.2 Schéma électromécanique équivalent	13
I.5.3 Coefficients de couplages	14
I.5.4 Facteur de qualité mécanique	15
I.6 L'état de l'art	15

I.6.1 Choix du matériau	15
I.6.2 Le choix du zirconate-titanate de plomb (PZT)	16
I.6.3 Etat de l'art et applications des matériaux piézoélectriques	17
I.6.4 Etat de l'art des MEMS en automatique	18
I.7 Conclusion	19

Chapitre II

Elaboration et caractérisation des couches minces (PZT)

II.1 Introduction	20
II.2 Notion de couche mince	20
II.3 Méthodes de déposition des couches minces	21
II.3.1 Déposition par pulvérisation	21
II.4 Caractérisation piézoélectrique du PZT en couche mince	23
II.4.1 Effet piézoélectrique direct	23
II.4.1.1 Modélisation du film piézoélectrique	24
II.4.1.2 Expression analytique de la tension aux bornes du PZT	27
II.4.1.3 Simulation numérique	28
II.4.1.4 Les résultats de la simulation	28
II.4.2 Effet piézoélectrique inverse	30
II.4.2.1 Effet de l'épaisseur piézoélectrique (t_p) sur le moment induit	32
II.4.2.2 Effet de la largeur piézoélectrique (b_p) sur le moment induit	33
II.4.3 Vieillissement des couches piézoélectriques	34
II.5 Modélisation des actionneurs et capteurs piézoélectriques	35
II.5.1 Modélisation d'actionneur	36
II.5.2 Modélisation du capteur	38
II.6 Applications	40
II.7 Conclusion	40

Chapitre III

Modélisation des micro-transformateurs piézoélectriques

III.1	Introduction	42
III.2	Principe de fonctionnement de transformateur piézoélectrique	43
III.3	Structure physique du transformateur piézoélectrique	43
III.3.1	Le transformateur piézoélectrique vibrant en mode longueur	43
III.3.2	Le transformateur vibrant en mode épaisseur	44
III.4	Modélisation du transformateur piézoélectrique composite	45
III.4.1	Modélisation de la céramique polarisé suivant l'épaisseur	45
III.4.2	Modélisation de la céramique polarisée suivant la longueur	51
III.4.3	Modèle complet	52
III.5	Modèle de mode de vibration suivant l'épaisseur	56
III.5.2	Modèle complet	59
III.6	Simulation	63
III.6.1	Transformateur piézoélectrique composite	63
III.6.2	Transformateur piézoélectrique épaisseur	66
III.6.3	Transformateur en couche mince	71
III.6.4	Filtre basse bande	72
III.6.4.1	Tension d'entrée	73
III.6.4.2	Tension de sortie	73
III.6.4.3	L'influence des composants de transformateur sur la tension de sortie	74
III.7	Conclusion	75

Chapitre IV

Contrôle actif des vibrations

IV.1	Introduction	80
IV.2	Notions de gouvernabilité et d'observabilité	80
IV.2.1	Gouvernabilité ou contrôlabilité d'état	80
IV.2.2	Observabilité	80
IV.3	Contrôle par rétroaction (feedback control)	81
IV.3.1	Principe	81
IV.3.2	Contrôle optimal	82
IV.4	Définition des structures intelligentes	82
IV.5	Etat de l'art des structures intelligentes	83

IV.6	Modélisations	84
IV.6.1	Modèle de la poutre	84
IV.6.2	Modèle du poutre avec les couches piézoélectriques	85
IV.6.3	Modèle d'espace d'état	86
IV.7	Principe de la chaîne de contrôle actif	86
IV.8	Simulation	87
IV.8.1	Contrôle multivariable de structure intelligente	87
IV.8.2	Contrôle monovariable de structure intelligente	90
IV.9	Conclusion	94
 Conclusion générale et perspectives		96
Annexe		98
Bibliographie		100

Chapitre I

Généralités sur les matériaux piézoélectriques

I.1 Introduction

Les matériaux piézoélectriques (et piézo-magnétiques) sont souvent appelés matériaux “intelligents” ou “adaptatifs” parce qu’ils ont la capacité d’adapter eux mêmes leur réponse mécanique à une modification thermique, électrique ou magnétique de l’environnement, ou encore parce qu’ils peuvent fournir une réponse mécanique appropriée consécutive à une excitation de nature électrique, magnétique ou thermique de la part d’un opérateur. Ces propriétés sont utilisées pour la réalisation de capteurs et actionneurs.

Ce chapitre consiste à décrire le phénomène piézoélectrique ou la piézoélectricité, ses effets directs et inverses et de définir les micro-systèmes. Les principaux matériaux piézoélectriques intégrés dans les micro-systèmes sont exposés. Parmi ces matériaux le PZT est utilisé dans les modèles et applications étudiés dans les chapitres qui suivent. Ce choix est justifié par le fait que ce matériau possède d’excellentes propriétés piézoélectriques.

I.2 Généralité sur les micro-systèmes

I.2.1 Historique

Le concept de micro-système ou MEMS (*Micro Electro Mechanical Systems*) est apparu à la fin des années 80 aux Etats-Unis. Des actions ont été conduites à l’Université de Berkeley pour intégrer sur une même puce de silicium, les capteurs, le traitement du signal et les actionneurs. Il constitue une suite logique du progrès réalisé en microélectronique sur silicium, qui a permis la réduction des dimensions, l’augmentation de la qualité des composants et la réduction des coûts par l’emploi de procédés collectifs [3].

Depuis le début des années 90, de nombreux micro-systèmes ayant des fonctionnalités très diverses ont été développés : gyroscopes, magnétomètres, microphones, micro-moteurs, micro-pompes, etc... Bien qu’ayant nécessité un temps de développement plus important, à cause de leur plus grande complexité, ces micro-systèmes aient eu beaucoup plus de difficulté à s’imposer sur le marché. D’autres micro-systèmes ont, par contre, connu un grand succès commercial avec un marché important. Citons l’exemple des têtes d’imprimante à jet d’encre

ainsi que les têtes de lecture/écriture pour disques durs et dans une moindre mesure, les systèmes de projection d'image.

I.2.2 Définition des micro-systèmes

On peut définir les micro-systèmes ou les micro-électromécaniques comme des systèmes de petite dimension (plus petites qu'un centimètre cube) et qui accomplissent des fonctions de précision [4]. Ce concept a très rapidement suscité un vif intérêt dans le monde. Ils sont appelés MEMS aux Etats-Unis, Micro-machines au Japon et MST (Micro-systèmes Technologies) en Europe. On utilise en France le terme de micro-système [3].

Du point de vue du chercheur, ce concept pose des questions nouvelles en termes de matériaux. Un thème qui ouvre de nouveaux horizons, maîtrise de la technologie d'élaboration, robustesse, fiabilité etc.

Du point de vue de l'ingénieur, il y a, dans le concept, des perspectives d'intégration et de fabrication collective de nouveaux produits qui, par leur faible coût, devrait rapidement pénétrer des marchés tenus par des produits assemblés de manière plus classique et même ouvrir de nouveaux marchés, ne serait-ce que par le côté attractif de la réduction des dimensions et du développement de la commande et de l'automatisme des processus de production et de contrôle industriel.

Les micro-systèmes se composent de capteurs pour acquérir les informations du monde extérieur et d'actionneurs qui réagissent avec le monde extérieur. Très souvent l'électronique associée est intégrée sur le même substrat pour le traitement de données. Le terme micro-système est aussi utilisé pour décrire des systèmes hybrides dont les différents composants sont fabriqués indépendamment (avec différente technologie et différents substrats), ainsi pour décrire des systèmes monolithiques dont les composants sont fabriqués sur le même substrat. Les capteurs et les actionneurs sont fabriqués sur des microstructures de silicium, tandis que les parties de traitement de signal sont fabriquées avec les processus microélectroniques ordinaires.

I.2.3 Micro-systèmes et matériaux piézoélectriques

Dans le domaine en forte croissance des MEMS, les matériaux fonctionnels sont appelés à plus ou moins long terme à jouer un rôle important en vue de l'amélioration des performances et de la compétitivité des dispositifs [5].

Parmi eux, les piézo-électriques présentent un intérêt particulier en raison de la forte densité d'énergie élastique qu'ils peuvent générer dans un volume réduit et de leur faible impédance électrique: cela permet de faire des actionneurs basse tension fortement miniaturisés et des capteurs de micro-déformations très sensibles. Les concepts ont été validés sur des

démonstrateurs divers utilisables dans de nombreux domaines concernant l'optique, le contrôle de vibrations, l'acoustique haute fréquence [5]. L'intégration de ces matériaux dans des microsystèmes représente un saut technologique important et l'on voit apparaître (particulièrement au Japon) une nouvelle génération de MEMS où des couches minces de céramiques - voire de monocristaux - sont intégrés à des dispositifs originaux et performants.

I.3 La piézoélectricité

I.3.1 Historique

La piézoélectricité, la pyroélectricité et la ferroélectricité [6] sont connues depuis de nombreuses années. Le phénomène électrique qui résulte de l'action d'une contrainte mécanique sur certains cristaux fut observé qualitativement pour la première fois en 1817 par l'Abbé René Just HAUY. L'étude théorique et expérimentale de ce phénomène furent entreprises par les frères pierre et Jacques CURIE en 1880 à qui l'on attribue la découverte de l'effet piézoélectrique direct.

L'effet piézoélectrique inverse fut énoncé théoriquement par LIPMAN en 1881 et vérifié expérimentalement la même année par les frères CURIE. Cet effet inverse se manifeste par une déformation mécanique provoquée par l'application d'un champ électrique.

Les premières applications industrielles apparaissent pendant la première guerre mondiale avec le générateur d'ondes ultrasonores pour la mesure et la détection sous-marine mis au point par Paul LANGEVIN. A partir de 1943 les progrès technologiques permettent l'élaboration des premiers matériaux piézoélectriques sous forme de céramiques de titanate de baryum. Quelques années plus tard, des céramiques formées de solutions solides de zircono titanate de plomb (PZT) furent mises au point. Aujourd'hui les céramiques de type PZT sont utilisées dans de nombreuses applications telles que les générateurs d'impulsion, les capteurs et les actionneurs.

I.3.2 Définition de la piézoélectricité

Piézo est un préfixe grec qui signifie serrer ou presser [1]. Le phénomène piézoélectrique repose sur le principe de la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique. La transformation de ces énergies est réversible.

I.3.2.1 Effet piézoélectrique direct

Il s'agit d'une polarisation électrique induite par une déformation mécanique dans un réseau cristallin c'est à dire cette déformation du cristal induit un déplacement des centres de gravité des charges positives et des charges négatives. Il en résulte l'apparition d'un moment dipolaire. Cette polarisation est proportionnelle à la déformation et change de signe avec elle.

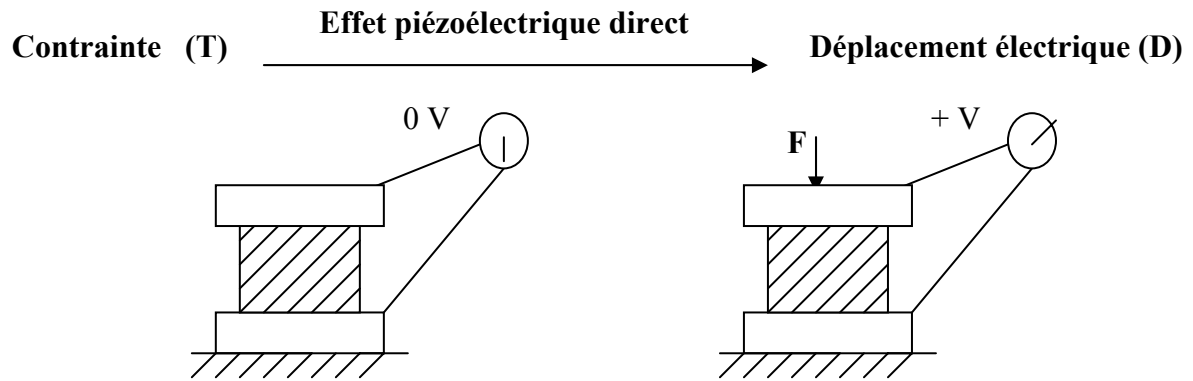


Figure I.1- Effet piézoélectrique direct

I.3.2.2 Effet piézoélectrique inverse

Sous l'effet d'un champ électrique, une structure piézoélectrique sera le siège de champs de déformations et de contraintes induites (c'est un effet que l'on peut qualifier de moteur). Ces effets piézoélectriques ne peuvent être observés que sur les corps solides diélectriques.

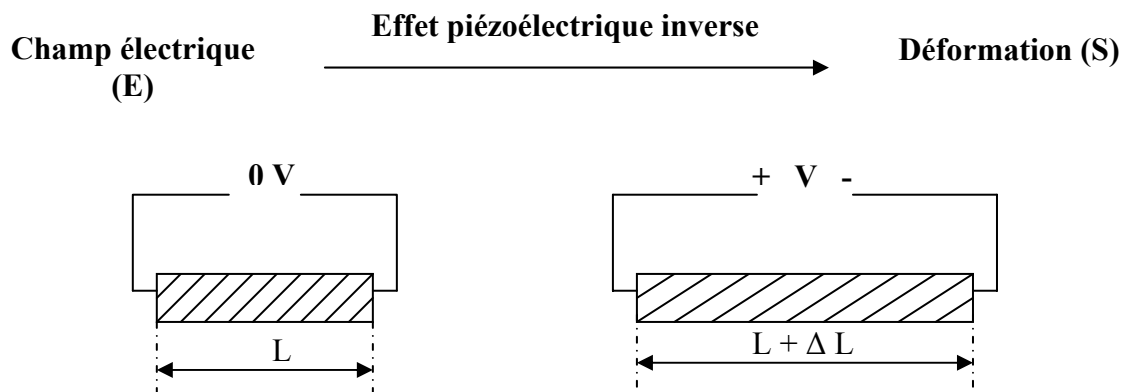


Figure I.2- Effet piézoélectrique inverse

I.3.3 Symétrie et piézoélectricité

Dans les solides cristallins, la piézoélectricité est directement liée à la symétrie des cristaux et se manifeste par une polarisation de la maille. Ce moment dipolaire est créé par la séparation du barycentre des charges positives de celui des charges négatives au niveau de chaque maille du réseau cristallin sous l'action d'une contrainte externe [6].

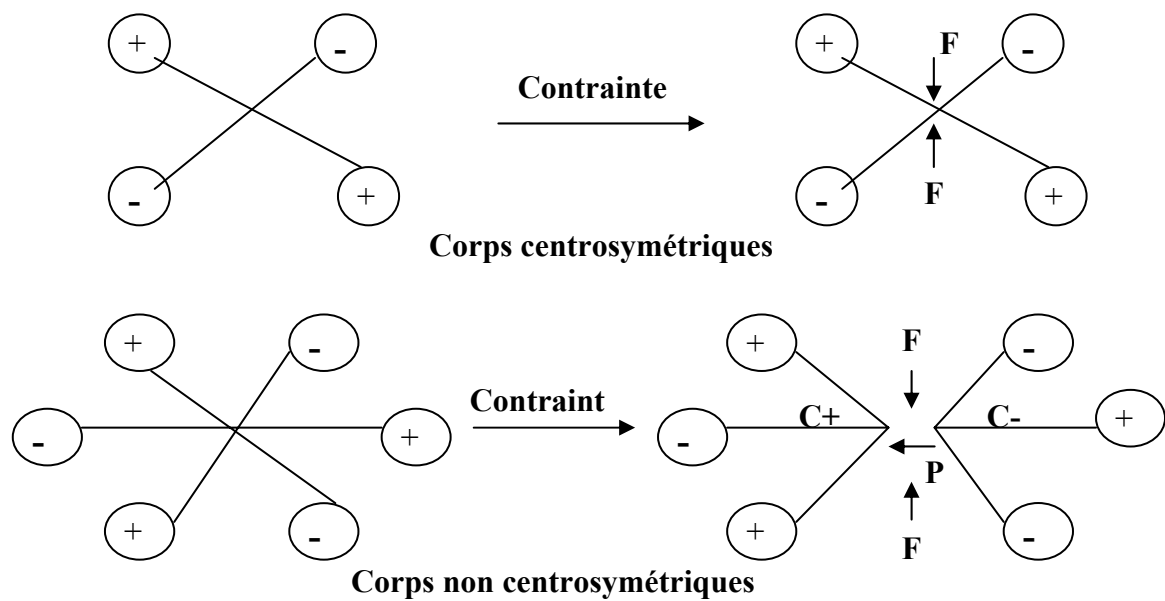


Figure I.3 – Représentation schématique de l'apparition de la piézoélectricité [1].

Pour être piézoélectrique, la structure cristalline doit être nécessairement non centrosymétrique (absence de centre de symétrie). Sur les 32 classes cristallines, 21 présentent cette caractéristique et 20 classes cristallines sont piézoélectriques. Parmi ces 20 classes 10 présentent une polarisation spontanée en l'absence d'un champ extérieur ; elles sont dites pyroélectriques et polaires en raison de la variation de la polarisation spontanée avec la température. Enfin les cristaux ferroélectriques (Fig I.4) correspondent à un sous-groupe des pyroélectriques pour lesquels l'axe polaire, support d'un dipôle permanent est mobile dans le réseau cristallin sous l'influence d'un champ électrique extérieur [6].

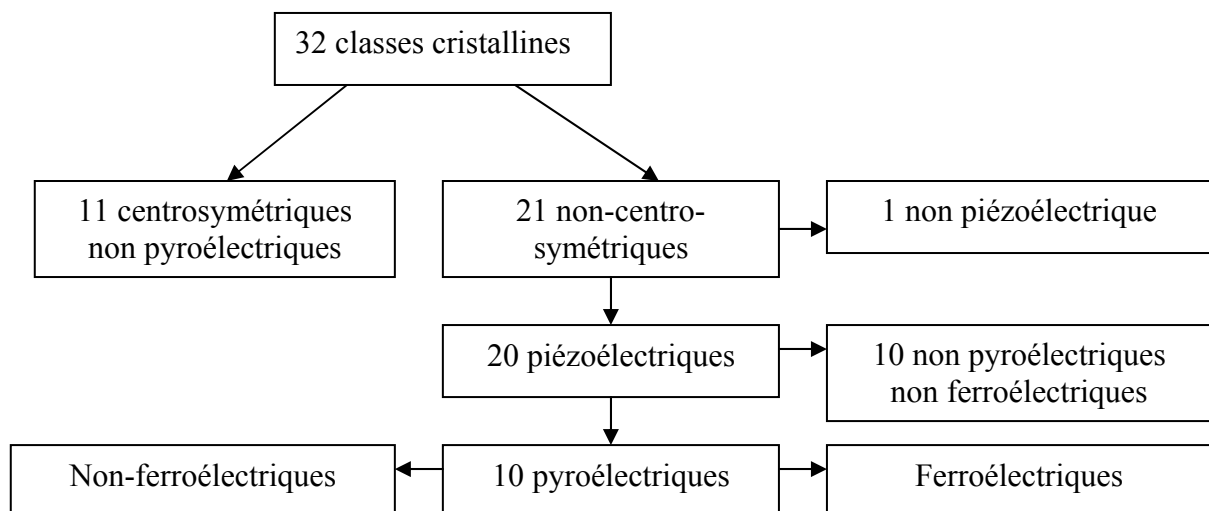


Figure I.4- Organisation des 32 classes cristallines

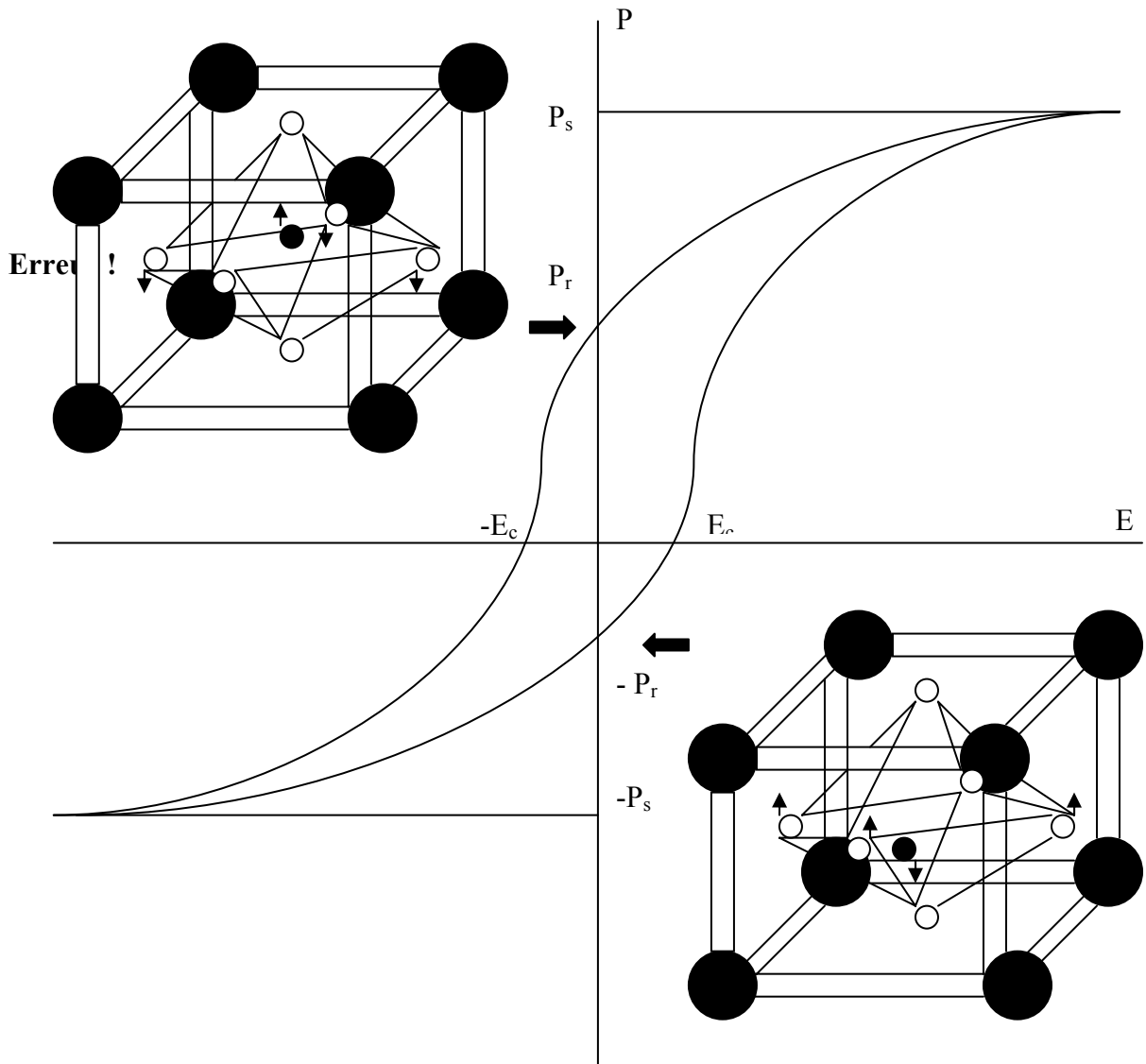


Figure I.5- Polarisation d'un matériau ferroélectrique en fonction du champ électrique [7]

I.3.4 Vieillessement

Les propriétés des matériaux piézoélectriques soumis à des sollicitations mécaniques, électriques ou thermiques répétées peuvent être modifiées et décroître sensiblement avec le temps, ce phénomène appelé vieillissement [6].

On exprime généralement la variation des propriétés piézoélectriques au cours du temps de la manière suivante :

$$G(t) = G(t_0) + A_v \ln(t/t_0) \quad (I.1)$$

I.3.5 Equations piézoélectriques

La piézoélectricité est le résultat d'un couplage entre l'énergie électrique et l'énergie mécanique d'un matériau. Lorsque l'effet pyroélectrique est négligeable, les équations piézoélectriques relient une variable mécanique (déformation S ou contrainte T) et une variable électrique (induction électrique D ou champ électrique E) [6]. Elles illustrent le phénomène de couplage entre l'énergie élastique et l'énergie électrique d'un matériau piézoélectrique.

Trois types de coefficient interviennent :

- Coefficients purement électriques.
- Coefficients purement mécaniques.
- Coefficients mixtes qui traduisent le couplage entre les grandeurs électriques et les grandeurs mécaniques.

Variables indépendantes	Grandeurs électriques	Grandeurs mécaniques
E, T	$D = d T + \epsilon^T E$	$S = s^E T + d^t E$
D, T	$E = \beta^T D - g T$	$S = s^D T + g^t D$
E, S	$D = \epsilon^S E + e S$	$T = c^E S - e^t E$
D, S	$E = \beta^S D - h T$	$T = c^D S - h^t D$

Tableau I.1- Equations piézoélectriques

t : en exposant représente la transposée au sens matriciel.

()^x : indique que la grandeur considérée est mesurée ou calculée à x constant ou nul.

Abréviations	Dénominations	Types de grandeur	Matrice
D	Déplacement électrique ou induction C/m ²	Electrique	(3,1)
E	Champ électrique V/m		(3,1)
ϵ	Permittivité électrique F/m		(3,3)
β	Constante d'imperméabilité diélectrique m/F		(3,3)
S	Déformation relative	Mécanique	(6,1)
T	Contrainte N/m ²		(6,1)
s	Compliance ou susceptibilité élastique m ² /N		(6,6)
c	Raideur ou constante élastique N/m ²		(6,6)

d	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la contrainte à champ nul ou constant C/N	Piézoélectrique	(3,6)
e	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ nul ou constant C/m ²		(3,6)
g	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la contrainte et le champ à induction constante ou nulle m ² /C		(3,6)
h	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la déformation et le champ résultant à induction constante ou nulle m/V		(3,6)

Tableau I.2- Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques**I.3.6 Coefficients piézoélectriques**

On dénombre quatre différents modules piézoélectriques formant une matrice de 3 lignes et de 6 colonnes et traduisant le couplage entre les grandeurs électrique et les grandeurs mécaniques. Les relations entre les coefficients piézoélectriques sont [6]:

$$d_{mi} = \varepsilon_{nm}^T g_{ni} = e_{mj} s_{ji}^E ; g_{mi} = \beta_{nm}^T d_m = h_{mj} s_{ji}^D$$

$$e_{mi} = \varepsilon_{nm}^S h_m = d_{mj} c_{ji}^E ; h_{mi} = \beta_{nm}^T e_m = g_{mj} c_{ji}^D \quad \text{Avec } m, n = 1 \text{ à } 3 \text{ et } i, j = 1 \text{ à } 6$$

Les considérations de symétrie du milieu cristallin permettent de réduire le nombre des coefficients. Ainsi pour une céramique polarisée suivant l'axe 3, la matrice des coefficients piézoélectriques s'écrit:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les indices 1, 2, 3 correspondent respectivement aux directions normales aux plans YOZ, XOZ, XOY et les indices 4, 5, 6 aux directions tangentielles à ces mêmes plans.

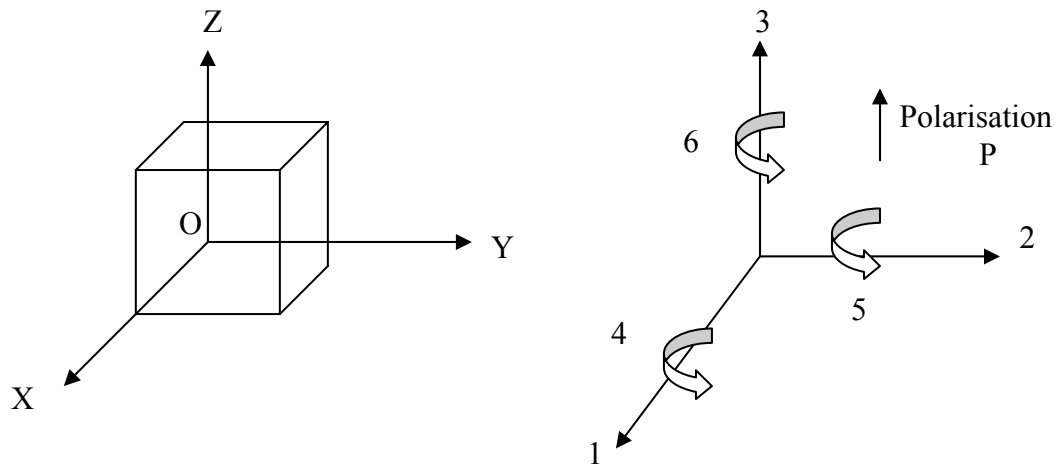


Figure I.6– Définition des directions dans un milieu piézoélectrique.

I.4 Les matériaux piézoélectriques

Il existe différents types de matériaux piézoélectriques. On distingue :

I.4.1 Les céramiques

Ce sont le plus souvent des solutions binaires ou ternaires possédant une structure pérovskite. Les premiers matériaux piézoélectriques de synthèse à base de Titanate de Barium sont apparus après 1945. Les zircono-Titanates de plomb (PZT) ont été élaborés très tôt dès 1954 et se sont répandus très rapidement car leurs propriétés supplantent de loin celles de toutes les autres familles de composés. Les applications de puissance exigent de faibles pertes énergétiques. L'utilisation de céramiques dites « dures » garantit un bon rendement de conversion électromécanique. Les céramiques dites « douces » s'intègrent plus dans des dispositifs de moyennes ou faibles puissances compte tenu des pertes plus élevées dans la transduction. Ces dernières sont intéressantes pour leurs larges bandes de réponse en fréquence. Quelques exemples des principaux domaines d'applications sont donnés dans le tableau I.3 [8]

Céramiques dures	Céramiques douces
Lavages US	Sonde médicale
Piézomoteur	Acoustique sous-marine
Soudage	Hautes fréquences
Sonars	

Tableau I.3 - Les applications des céramiques

I.4.2 les polymères

Découverts par KAWAI en 1969, les films polymères semi-cristallins de type polyfluorure de Vinilydène PVF2 présentent les propriétés piézoélectriques lorsqu'ils sont étirés sous un champ électrique. Les premières applications comme filtres à ondes de surface sont apparues au début des années 80. Ils sont aussi utilisés comme transducteur en médecine (cas des générateurs d'onde de choc pour le traitement du calcul des reins [9]) et en aéronautique (pour le contrôle actif des vibrations des structures [10]).

Il y a aussi les composites qui sont des céramiques massives découpées ou en poudre noyée dans des résines. Ils sont utilisés en hyperfréquence comme guide d'onde, filtre.... etc [11].

I.5 Résonance vibratoire du matériau piézoélectrique

Soumis à une excitation électrique le matériau piézoélectrique se déforme. En régime harmonique [8], il présente une vitesse vibratoire avec une seule composante fréquentielle identique à celle de l'excitation si les phénomènes non linéaires demeurent négligeables. A certaines fréquences dites de résonance des maximums de vitesses vibratoires sont atteints dépendant de la direction de la polarisation, de la direction du champ électrique appliqué et des dimensions géométriques de la céramique. A chacune de ses fréquences de résonance est associée un mode de vibration caractérisé par une déformation propre de l'échantillon.

I.5.1 Les modes de vibration

A chacune des fréquences de résonance d'une céramique piézoélectrique est associé un mode de vibration. La nature de ces modes, autrement dit la distribution spatiale de la géométrie considérée [6], dépend de ses dimensions, de la direction du champ d'excitation $\vec{E}$ et du vecteur de polarisation $\vec{P}$. Les principaux modes sont:

- Mode longitudinal.
- Mode de cisaillement.
- Mode latéral.
- Mode épaisseur.
- Mode radical.

Deux modes sont particulièrement intéressants (les plus utilisés): le mode longitudinal (un champ appliqué dans la direction de polarisation provoque une déformation dans la même direction, et réciproquement); le mode transversal (un champ appliqué dans la direction de

polarisation provoque une déformation dans une direction orthogonale, et réciproquement) [12].

I.5.2 Schéma électromécanique équivalent

Au voisinage de la fréquence de résonance d'un mode de vibration d'une céramique, il devient possible de faire une analogie du comportement macroscopique par un circuit électromécanique équivalent. Les valeurs des composants dépendent de la nature du matériau piézoélectrique utilisé et de la forme géométrique piézoélectrique de la céramique.

D'une manière générale, au voisinage d'une de ses fréquences de résonance, le comportement d'un transducteur piézoélectrique de faible charge acoustique se décrit par le circuit équivalent schématisé [8] sur la fig I.7.

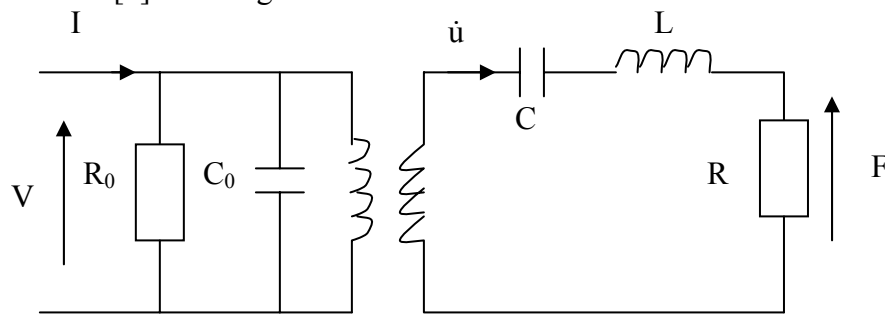


Figure I.7– Schéma électromécanique équivalent

La première branche décrit le comportement électrique du transducteur et la seconde le comportement mécanique (branche motionnelle). Le transducteur de rapport N appelé facteur de force traduit la conversion de grandeurs électriques en grandeurs mécaniques.

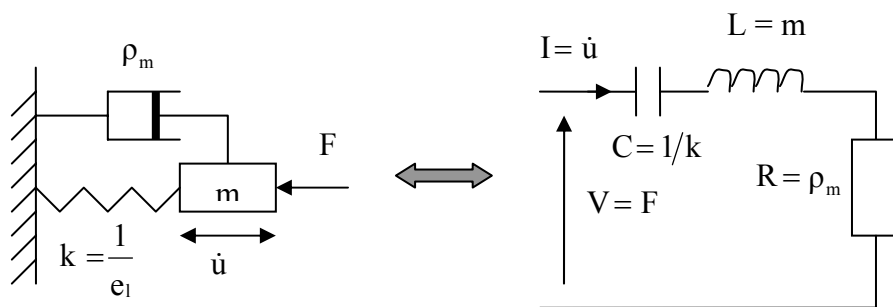


Figure I.8- Analogie entre la branche motionnelle et le système mécanique [8]

Le tableau suivant donne les correspondances entre les deux familles de grandeurs de cette analogie électromécanique

Grandeurs mécaniques	Grandeurs électriques
Déplacement u (m)	Charge électrique q (t)
Vitesse $\dot{u}$ (m/s)	Courant I (A)
Force F (N)	Tension V (v)
Masse m (kg)	Inductance L (H)
Elasticité e_l (m/N)	Capacité C (F)
Amortissement ρ_m (kg / s)	Résistance R (Ω)

Tableau I.4- Analogie des grandeurs électriques et mécaniques

Finalement, en ramenant les composants au primaire du transformateur, un schéma équivalent électrique de l'échantillon est obtenu.

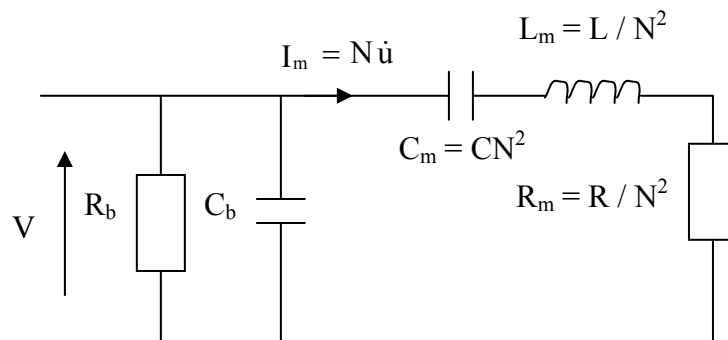


Figure I.9- Schéma électrique équivalent

La fréquence de résonance de la branche motionnelle est donnée par :

$$f_s = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L C}} \quad (I.2)$$

Le rapport de transformateur N relie les grandeurs électriques aux grandeurs mécaniques

$$N = \frac{\text{Force mécanique}}{\text{tension électrique}} = \frac{\text{courant motionnel } (I_m)}{\text{vitesse de vibration } (\dot{u})} \quad (I.3)$$

I.5.3 Coefficients de couplages

Les céramiques piézoélectriques sont également caractérisées par un coefficient de couplage k .

$$k = \frac{\text{Energie transformée}}{\text{Energie fournie}} \quad (I.4)$$

Il correspond à la capacité d'une céramique à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement. Ce coefficient varie suivant la forme de l'échantillon et le

mode de vibration provoqué. Les différentes expressions du facteur de couplage sont regroupées dans le tableau suivant :

Mode de vibration	Coefficients de couplages
Mode longitudinal	$k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{S_{33}^E \epsilon_{33}^T}}$
Mode transversal	$k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{S_{11}^E \epsilon_{33}^T}}$
Mode épaisseur	$k_t = \frac{e_{33}}{\sqrt{C_{33}^T \epsilon_{33}^S}}$
Mode planaire	$k_P = k_{31} \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{S_{12}^E}{S_{11}^E}}}$

Tableau I.5- Facteurs de couplages pour les différents modes de vibration.

I.5.4 Facteur de qualité mécanique

Le coefficient de surtension mécanique Q_m , appelé aussi facteur de qualité mécanique traduit les pertes mécaniques dans la céramique. Ce facteur est défini comme le rapport de l'énergie emmagasinée pendant une période sur l'énergie dissipée pendant une période.

$$Q_m = 2 \pi \frac{\text{énergie maximum emmagasinée pendant une période}}{\text{énergie dissipée pendant une période}} \quad (I.5)$$

I.6 L'état de l'art

I.6.1 Choix du matériau

	Quartz SiO ₂	LiNbO ₃	BaTiO ₃	PZT	PVF ₂
Densité g/cm³	2.65	4.64	5.7	7.5	1.76
Constante de charge d₃₃.10⁻¹² (C/N)	2	6	180	40-750	20
Constante diélectrique ε_r	4.5	29	1200	20-4000	12

Constante de tension $g_{33} \cdot 10^{-3} \text{ (Vm/N)}$	50	20	17	15-40	190
Température de curie (C°)	573	1210	130	< 350	180
Coefficient de couplage k (%)	10	10	40	40-70	14

Tableau I.6- caractéristiques piézoélectriques de quelques matériaux

Le tableau I.6 donne quelques valeurs caractéristiques pour certains matériaux piézoélectriques [1]. Le PZT est apprécié pour ses excellentes propriétés piézoélectriques par rapport aux autres composés. Il constitue la majorité des matériaux utilisés pour l'élaboration des céramiques massives et des couches piézoélectriques.

I.6.2 Le choix du zirconate-titanate de plomb (PZT)

Le choix d'étudier, dans ce mémoire, les transducteurs du type PZT est motivé par leurs excellentes propriétés piézoélectriques [7].

- Les coefficients piézoélectriques du PZT peuvent être 10 fois supérieurs à ceux de matériaux non ferroélectriques.
- Les PZT présentent d'autre part des propriétés pyroélectriques importantes permettant d'envisager des applications comme capteurs de température ou infra-rouges.
- La grande différence qu'ils présentent par rapport aux autres piézoélectriques est la très grande constante diélectrique relative des PZT, pouvant atteindre 4000 pour le matériau massif.

Les applications des PZT en couches minces sont nombreuses et variées.

- La constante diélectrique très élevée est très utile pour la conception de mémoires dynamiques diélectriques (DRAM).
- Le PZT présente un coefficient pyroélectrique très élevé ($3.8 \times 10^{-4} \text{ Cm}^{-2} \text{ K}^{-1}$). Ainsi, il peut être utilisé dans la détection des infrarouges pour faire par exemple de la cartographie de température.
- Les propriétés piézoélectriques du PZT en couches minces sont utilisées le plus souvent pour des applications micro-capteurs, plus que pour des micro-actionneurs. En effet, les épaisseurs de PZT les plus intéressantes pour des applications comme les micromoteurs ou les micropompes se situe entre 10 μm et 100 μm .

I.6.3 Etat de l'art des applications des matériaux piézoélectriques

Les applications des matériaux piézoélectriques se divisent habituellement en cinq catégories [1]:

- **Les capteurs piézoélectriques** : Ils sont innombrables et existent dans des domaines très variés (acoustique, médical, automobile, environnement...). Une pression mécanique ou acoustique est convertie par le capteur en signal électrique. Ce sont généralement des détecteurs de contrôle ou des capteurs.
- **Les générateurs d'impulsions haute tension** : Ils sont très répandus pour les allume-gaz, les briquets et la mise à feu des explosifs.
- **Les transducteurs émetteurs** : Les hauts-parleurs, les buzzers et les générateurs d'ultrasons pour le nettoyage sont leurs principales applications.
- **Les transducteurs émetteurs/récepteurs piézoélectriques** : La prise en compte des effets direct et inverse de la piézoélectricité a développé leur emploi dans les domaines maritime et aérien (sonar), dans le contrôle non destructif pour vérifier l'état de pièces métalliques ou en médecine (sondes d'échographie). C'est aussi des transformateurs piézoélectriques dont la bande passante est contrôlée par les résonances mécaniques des éléments piézoélectriques (filtres à ondes de surface ou de volume).
- **Les actionneurs piézoélectriques** : C'est par exemple des moteurs piézoélectriques, des contrôleurs de vibration de structures en mouvement ou des dispositifs de positionnement micrométrique (en robotique).

Quelques applications des matériaux piézoélectriques sont données dans le tableau suivant en fonction de l'effet utilisée [6]:

Applications basées sur effet direct	Applications basées sur l'effet inverse	Applications basées sur les deux effets
Microphone Hydrophone Capteur de choc Accéléromètres Bouton poussoir Allumage Capteur de pression ou de contraintes	Haut parleur Buzzer Transducteur sonar Nébuliseur Nettoyage par ultrason Moteurs ultrasonores Relais Micropositionnement Ajustement laser	Transducteur d'ultrasons pour diagnostic médical CND par ultrasons Détecteur de proximité ou de présence Mesure de distances ou de débits Gyroscope Filtres fréquentiels

	Imprimante à jet d'encre Dispositifs acousto-optiques Pompe piézoélectrique Bistouri piézoélectrique	Lignes à retard Transformateur piézoélectrique
--	---	--

Tableau I.7- Applications des matériaux piézoélectriques en fonction de l'effet utilisée

I.6.4 Etat de l'art des MEMS en automatique

Toutes les structures soumises à des contraintes mécaniques particulièrement en aérospatiale (des ailes d'avions jusqu'à l'électronique embarquée) souffrent des vibrations indésirables. La commande et le contrôle de ces vibrations en temps réel, dans la mesure du possible, avec un changement minimum à la structure originale sont indispensables. Les méthodes conventionnelles d'atténuation passive des vibrations exigent l'addition des masses comparables dans beaucoup de cas à celle de la structure elle-même.

Les propriétés intéressantes des transducteurs piézoélectriques, légèreté et rapidité ont été mis à profit par V.K. Varadan et al. [13] pour la commande de multi-modes de la structure vibrante. Des algorithmes de commande de rétroaction de position et de commande optimale d'état d'équilibre ont été mis en application. Pour développer la gamme applicable des algorithmes de commande, les signaux des capteurs et des actionneurs partiellement distribués ont été convertis en ceux des capteurs et des actionneurs de concept de point.

Dans le domaine de l'aviation aussi, pour forcer des points de domaine à se conformer à la fonction désirée, des actionneurs et des capteurs traditionnels telles que des dispositifs trembleurs et des accéléromètres ont été substitués par de nouveaux capteurs et actionneurs faits de matériaux en céramique piézoélectrique ou PVDF comme solutions de rechange pour les contrôleurs traditionnels [14] et la stabilité des structures flexibles.

Santosh devasia et al. [15], par contre, ont développé un algorithme numérique qui permet de classer et d'optimiser l'emplacement des actionneurs pour le contrôle des vibrations d'une poutre uniforme. A l'aide de boucle fermée, le classement et l'emplacement par tailles optimaux des actionneurs ont été obtenus.

Le positionnement optimal des actionneurs et les capteurs piézoélectriques sur une structure flexible a été aussi présenté dans l'article [16] selon une méthode basée sur l'évaluation de l'énergie du capteur et de l'actionneur. C'était aussi une stratégie de l'étude des propriétés de contrôlabilité et d'observabilité du modèle dynamique global.

Les effets des paramètres physiques sur les actionneurs tels que l'épaisseur et la longueur du PZT, et l'endroit de l'emplacement de l'actionneur ont été étudiés par M.R Kermani et al. [17]. La méthode permet de déterminer les propriétés physiques et l'endroit des actionneurs PZT.

Pour contrôler l'atténuation active du bruit, sur des structures plates soumises à de multiple résonance due aux excitations acoustiques au moment du décollage de véhicule, Eric T. Falangas et al. [18], ont monté des actionneurs et des accéléromètres (PZT) sur les structures vibrantes. La commande par rétroaction a été utilisée. La même étude a été faite par Abdollah Homaifar [19] sur une série de panneaux de lancement du vaisseau spatial en utilisant la logique floue pour réduire les vibrations excessives pendant le lancement. Les résultats off-line de simulation montrent que la méthode de contrôle floue du type II est robuste et efficace dans la suppression des vibrations équilibrées de résonance.

Des matériaux piézoélectriques sont étudiés pour l'application comme transformateurs dans les blocs THT des affichages sur écran plat [20,6,12]. Les avantages potentiels de transformateurs piézoélectriques par rapport aux transformateurs électromagnétiques conventionnels sont multiples tels que la taille réduite, le fonctionnement en haute fréquence et le bas coût. Les caractéristiques d'exécution des transformateurs piézoélectriques du titanate de zirconium de plomb (PZT) basés sur la géométrie de " Rosen " [21] ont été théoriquement étudiés et des expériences ont été menées. Ces modèles numériques sont basés sur les circuits équivalents dont la validité et les limitations sont alors déterminées par des comparaisons aux mesures expérimentales. Le choix du mode transversal, longitudinal ou autre dépend de la fréquence d'utilisation et de l'utiliser comme abaisseur ou éleveur de tension. L'étude détaillée de deux modèles de transformateurs et leurs simulations sont exposées au chapitre III de ce mémoire. Ces transformateurs ont été utilisés [22,23] aussi comme filtre passe bande appliqué aux ondes planes et comme convertisseur de tension CC.

I.7 Conclusion

Dans ce chapitre, les propriétés physiques des matériaux piézoélectriques, dits "intelligents" à cause de leurs propriétés adaptatives à la commande et au contrôle actif, ont été exposées. Les relations et l'analogie entre les paramètres micromécaniques et électriques ont été données. Le choix du type de matériaux piézoélectriques a été motivé en tenant compte des propriétés intéressantes et exceptionnelles du PZT par rapport à ZnO, AlN et FPVC. L'état de l'art des MEMS en automatique a été exposé en fin du chapitre.

Chapitre II

Elaboration et caractérisation des couches minces (PZT)

II.1 Introduction

Les microsystèmes électromécaniques appelés MEMS (de l'anglais Micro Electro Mechanical Systems) sont promis à un bel avenir. Il est entendu par MEMS les dispositifs de l'électronique intégrée. La demande se fait très fortement dans le domaine de la médecine, l'aviation et le spatial. Les mécanismes de transduction utilisés sont nombreux. Ils ont été exposés dans le premier chapitre. Le noyau dur de la réalisation de MEMS utilisant des matériaux piézoélectriques est bien évidemment le développement de la couche active. Les couches minces permettent d'envisager une diminution très importante des dimensions des transducteurs tout en offrant la possibilité de les réaliser par des techniques de fabrication collectives. De nombreuses études ont été menées depuis une vingtaine d'années sur l'élaboration de couches minces piézoélectriques. Une riche bibliographie est donnée dans la référence [7].

La caractérisation des couches minces piézoélectrique est exposée dans ce chapitre à travers des dispositifs expérimentaux: la technique de la poutre vibrante pour quantifier l'effet piézoélectrique direct et la méthode de la poutre encastrée pour vérifier l'effet piézoélectrique inverse. L'étude sera complétée par la modélisation des capteurs et actionneurs piézoélectriques.

II.2 Notion de couche mince

Une couche mince d'un matériau donné est un élément de ce matériau dont l'une des dimensions, qu'on appelle l'épaisseur, a été fortement réduite de telle sorte qu'elle s'exprime en nanomètres. La différence essentielle entre le matériau à l'état massif et à l'état de couches minces est liée au fait que dans l'état massif on néglige généralement le rôle des limites dans les propriétés, tandis que dans une couche mince ce sont au contraire les effets liés aux surfaces limites qui dominent. Lorsque l'épaisseur d'une couche mince dépassera un certain seuil, l'effet d'épaisseur deviendra minime et le matériau retrouvera les propriétés bien

connues du matériau massif [24]. La seconde caractéristique essentielle d'une couche mince est qu'une autre couche mince du même matériau, de même épaisseur et composition, pourra avoir des propriétés physiques sensiblement différentes selon qu'elle sera déposée sur un substrat isolant amorphe tel que le verre, ou un substrat monocristallin tel que de silicium.

II.3 Méthodes de dépôt des couches minces

Les contacts métal/silicium peuvent être formés à partir de la déposition d'une couche mince de métal sur un substrat de silicium [24]. Il existe de nombreuses techniques de dépôt du PZT qui sont réparties en méthodes chimiques et méthodes physiques. La figure suivante résume le classement de toutes ces méthodes [7]:

Erreur !

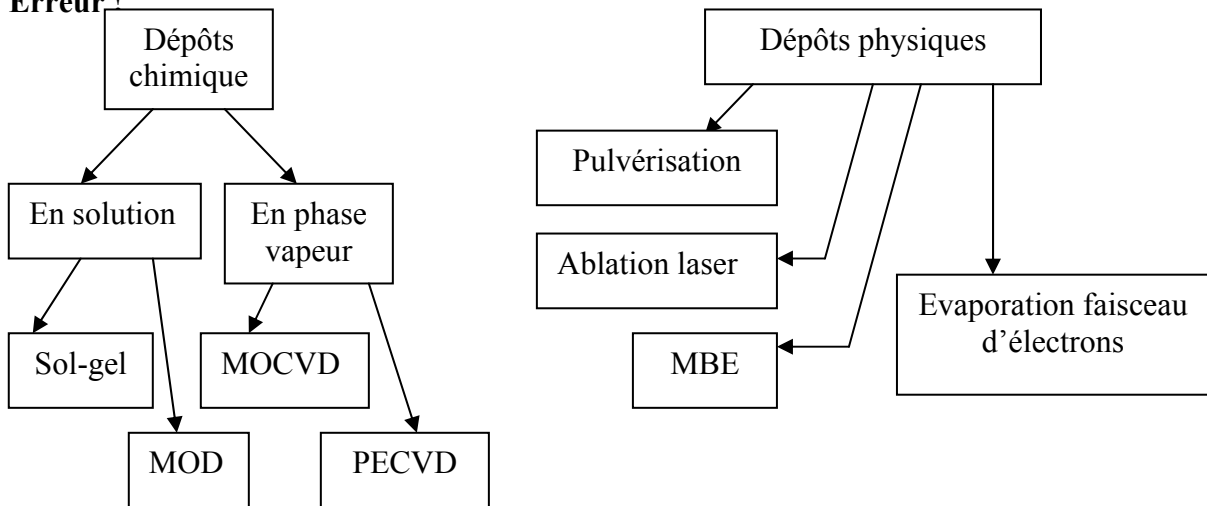


Figure II.1- Synoptique des différentes techniques de dépôts du PZT.

Les méthodes les plus utilisées sont :

- Déposition par sol-gel.
- Déposition par MOCVD.
- Déposition par pulvérisation.

II.3.1 Déposition par pulvérisation

La compatibilité de la pulvérisation avec les micro-technologies, sa vitesse de dépôt importante, la non nécessité de chauffage lors de la croissance et l'acquis antérieur du laboratoire de physique de la matière sur les dépôts métalliques ont fait de cette technique le

candidat de choix pour l'étude de l'intégration du PZT en couches minces dans les micro-systèmes, pourra servir dans le proche avenir pour l'élaboration de prototype.

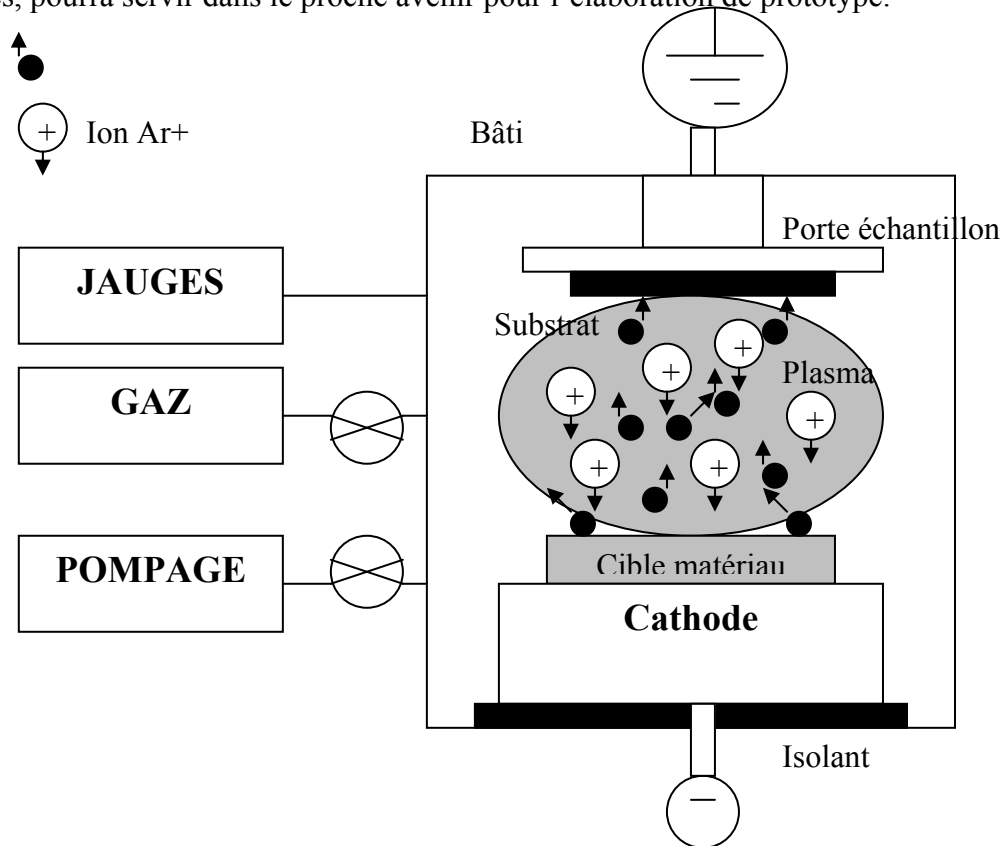


Figure II.2- Schéma de fonctionnement d'un bloc de pulvérisation cathodique [7]

Les techniques de pulvérisation sont généralement utilisées pour déposer toutes sortes de matériaux: matériaux réfractaires, diélectriques, céramiques. Il suffit que ceux ci puissent supporter un léger échauffement d'une centaine de degrés et d'être mis sous vide. Le principe de la pulvérisation est de bombarder la surface du matériau à déposer par les ions d'un gaz neutre, très souvent l'argon. Lors du choc sur la surface, ceux ci communiquent leur énergie cinétique. L'éjection de particules du matériau a alors lieu et ces dernières viennent se déposer sur le substrat. L'ionisation des atomes d'argon est obtenue par chocs avec les électrons libres, toujours présents dans un gaz, accélérés par une différence de potentiel entre la cathode, où est installée la cible du matériau à déposer, et le substrat qui est à la masse.

La principale difficulté de la pulvérisation du PZT est de maîtriser la composition finale de la couche. Il est plus difficile et plus lourd de trouver le point de fonctionnement en pulvérisation puisqu'il faut refaire une nouvelle cible pour chaque nouvel essai. Malgré ces difficultés de mise au point, la pulvérisation reste la technique la plus proche de la micro-électronique

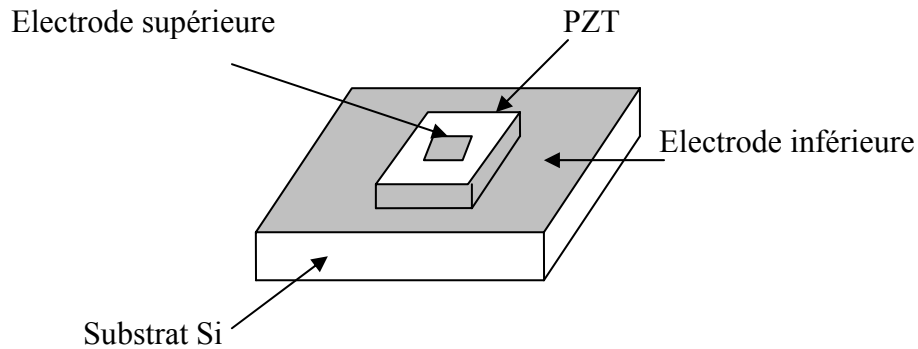


Figure II.3- Elaboration de couche mince

II.4 Caractérisation piézoélectrique du PZT en couche mince

II.4.1 Effet piézoélectrique direct

Pour vérifier cet effet, nous avons choisi d'exploiter la méthode de la poutre vibrante libre pour plusieurs raisons [7]:

- Le coefficient d_{31} est le plus important pour les microsystèmes étant donné le rapport de forme très important entre les dimensions latérales du film et son épaisseur.
- C'est une technique relativement simple à mettre en œuvre.
- Il est possible suivant certaines conditions d'obtenir des contraintes rigoureusement uniaxiales sur la poutre. Cette propriété entraîne une modélisation analytique plus fidèle du comportement mécanique du film mince de PZT.

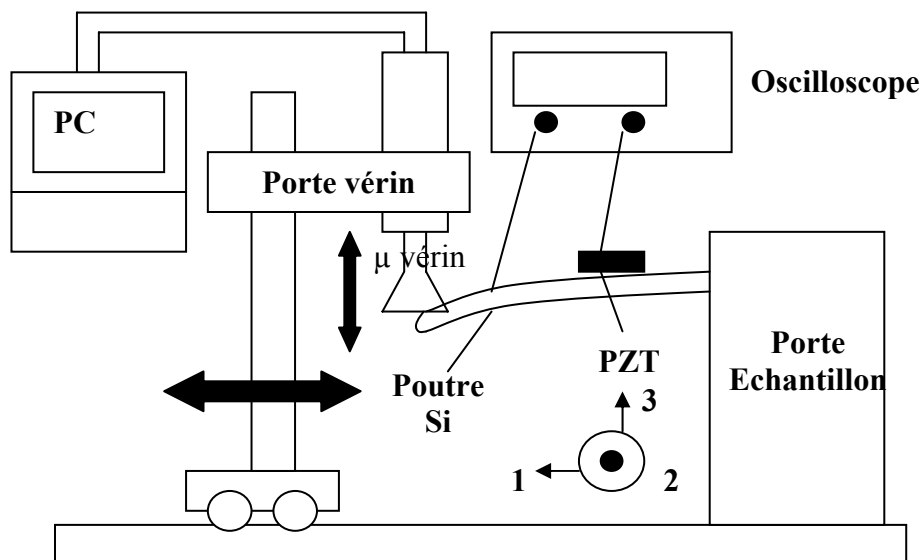


Figure II.4- Schéma de principe de la méthode de la poutre vibrante.

Le principe de la méthode est d'appliquer une déflexion initiale connue à une extrémité d'une poutre découpée dans un wafer de silicium sur lequel a été déposé du PZT. L'autre extrémité

de la poutre est mécaniquement bloquée afin de réaliser un encastrement. La poutre est alors libérée, vibre et les déformations de celle ci se transmettent dans le PZT. Par effet piézoélectrique direct, ces déformations mécaniques se traduisent par une tension électrique mesurée sur un oscilloscope. Le micro-vérin est piloté par un ordinateur et sa hauteur peut être ajustée au μm près [7].

II.4.1.1 Modélisation du film piézoélectrique

A partir du tableau (I.1) représenté dans le chapitre précédent on voit qu'il existe quatre manières équivalentes de décrire analytiquement un phénomène piézoélectrique:

$$(D, S) = f(E, T).$$

$$(E, S) = f(D, T).$$

$$(D, T) = f(E, S).$$

$$(E, T) = f(D, S).$$

Ou S , d et ϵ sont respectivement les matrices de complaisance, piézoélectrique et diélectriques du PZT.

$$(S) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}; \quad (\epsilon) = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{11} \end{bmatrix}; \quad (d) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nous développons dans cette partie un modèle analytique du comportement piézoélectrique de la couche mince de PZT lorsqu'elle est soumise aux déformations de la poutre de silicium. Les directions 1, 2, 3 correspondent respectivement à la longueur, la largeur et l'épaisseur de la poutre.

La notation $(D, S) = f(E, T)$ est utilisée car c'est la mieux adaptée à ce problème, donc les équations correspondantes sont :

$$D = dT + \epsilon^T E \quad (\text{II.1})$$

$$S = s^E T + d^t E \quad (\text{II.2})$$

Le développement de la relation (II.1) donne,

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

On obtient les équations suivantes :

$$D_1 = d_{15} T_5 + \varepsilon_{11}^T E_1$$

$$D_2 = d_{15} T_4 + \varepsilon_{11}^T E_2$$

$$D_3 = d_{31} (T_1 + T_2) + d_{33} T_3 + \varepsilon_{33}^T E_3$$

Le développement de relation (II.2) donne,

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}^E \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

On obtient les équations suivantes :

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3$$

$$S_2 = s_{12}^E T_1 + s_{11}^E T_2 + s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3$$

$$S_3 = s_{13}^E T_1 + s_{13}^E T_2 + s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3$$

$$S_4 = s_{44}^E T_4 + d_{15} E_2$$

$$S_5 = s_{44}^E T_5 + d_{15} E_1$$

$$S_6 = s_{66}^E T_6$$

Plusieurs hypothèses simplificatrices sont faites [7] :

- Continuité des déformations à l'interface PZT-substrat.
- La poutre de silicium impose sa déformation au film de PZT.
- Contraintes et déformations sont constantes le long de l'épaisseur de PZT.
- Les contraintes de cisaillement T_4, T_5, T_6 sont négligeables par rapport aux contraintes dans le plan T_1 et T_2 .
- La surface supérieure du PZT est libre de se déplacer donc pas de contrainte T_3 .
- Les champs électriques E_1 et E_2 sont négligeables comparés au champ transversal E_3 .

Suivant ces hypothèses, on obtient :

$$D_3 = d_{31} (T_1 + T_2) + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (\text{II.3})$$

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + d_{31} E_3 \quad (\text{II.4})$$

$$S_2 = s_{12}^E T_1 + s_{11}^E T_2 + d_{31} E_3 \quad (\text{II.5})$$

$$S_3 = s_{13}^E T_1 + s_{13}^E T_2 + d_{33} E_3 \quad (\text{II.6})$$

Les équations (II.4) et (II.5) sont additionnées et on tire $T_1 + T_2$:

$$T_1 + T_2 = \frac{(S_1 + S_2)}{s_{11}^E + s_{12}^E} - \frac{2 d_{31} E_3}{s_{11}^E + s_{12}^E} \quad (\text{II.7})$$

On substitue (II.7) dans (II.3) on obtient :

$$D_3 = \left(\epsilon_{33}^T - \frac{2 d_{31}^2}{s_{11}^E + s_{12}^E} \right) E_3 + \frac{d_{31}}{s_{11}^E + s_{12}^E} (S_1 + S_2) \quad (\text{II.8})$$

L'intégrale sur la surface de la dérivée par rapport au temps de D_3 correspond au courant I .

D'autre part, suivant les conventions de signe adoptées (Fig II.4), on a :

$$E_3 = - \frac{V}{t_p} \quad (\text{II.9})$$

L'expression du courant I débité par le PZT est donc, d'après (II.8) et (II.9) :

$$I = \iint_{\Sigma} \frac{d D_3}{d t} d \Sigma = - \left(\epsilon_{33}^T - \frac{2 d_{31}^2}{s_{11}^E + s_{12}^E} \right) \frac{\Sigma}{t_p} \frac{d V}{d t} + \frac{d_{31}}{s_{11}^E + s_{12}^E} \iint_{\Sigma} \frac{d (S_1 + S_2)}{d t} d \Sigma \quad (\text{II.10})$$

D'après cette équation, le schéma équivalent du PZT est donc une source de courant I_{PZT} en parallèle avec une capacité C_{PZT} avec :

$$C_{PZT} = \left(\epsilon_{33}^T - \frac{2 d_{31}^2}{s_{11}^E + s_{12}^E} \right) \frac{\Sigma}{t_p} \quad (\text{II.11})$$

$$I_{PZT} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E + s_{12}^E} \iint_{\Sigma} \frac{d (S_1 + S_2)}{d t} d \Sigma \quad (\text{II.12})$$

La théorie de la piézoélectricité ne tient pas compte de fuite. Une résistance en parallèle R_f est donc ajoutée au modèle du piézoélectrique parfait. La fig (II.5) présente le schéma équivalent du modèle réel de la couche de PZT.

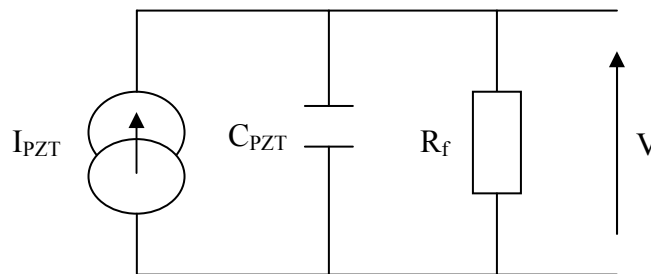


Figure II.5- Schéma équivalent du modèle réel du film piézoélectrique de PZT

Avec cette nouvelle donnée et suivant les notations précédentes, on obtient l'équation suivante qui régit le modèle réel :

$$I_{PZT} = C_{PZT} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R_f} \quad (II.13)$$

La déflexion de la poutre vérifie une équation différentielle classique du 2^{ème} ordre avec amortissement :

$$\delta'' + 2 \rho_m \omega \delta' + \omega^2 \delta = 0 \quad (II.14)$$

Les solutions analytiques des déformations suivant les directions 1 et 2 dans le cas statique sont :

$$S_1 = \frac{3 t_{Si} (l_{Si} - x)}{2 l_{Si}^3} \delta \quad (II.15)$$

$$S_2 = \frac{S_{12Si}}{S_{11Si}} S_1 \quad (II.16)$$

II.4.1.2 Expression analytique de la tension aux bornes du PZT

Dans l'équation du I_{PZT} (II.12), on remplace S_1 et S_2 par les expressions (II.15) et (II.16) :

$$I_{PZT} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E + s_{12}^E} \left(1 + \frac{s_{12Si}}{s_{11Si}} \right) \frac{3 t_{Si} (l_{Si} - x_m)}{2 l_{Si}^3} \Sigma \frac{d\delta}{dt} \quad (II.17)$$

$$\text{On pose } A_1 = \frac{d_{31}}{s_{11}^E + s_{12}^E} \left(1 + \frac{s_{12Si}}{s_{11Si}} \right) \frac{3 t_{Si} (l_{Si} - x_m)}{2 l_{Si}^3} \Sigma \quad (II.18)$$

$$\text{Donc } I_{PZT} = A_1 \frac{d\delta}{dt} \quad (II.19)$$

La résolution de l'équation (II.13) revient à solutionner l'équation différentielle finale :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{R_f C_{PZT}} = \frac{A_1}{C_{PZT}} \frac{d\delta}{dt} \quad (II.20)$$

La résolution de cette équation a été obtenue par transformée de Laplace. On obtient finalement :

$$V = - A_1 R_f \delta_0 \left(\frac{\omega}{\sqrt{1 - \rho_m^2}} \sqrt{\frac{1 - 2 a \rho_m \omega + a^2 \omega^2}{1 - 2 T_{RC} \rho_m \omega + T_{RC}^2 \omega^2}} e^{-\rho_m \omega t} \sin \left\{ \omega \sqrt{1 - \rho_m^2} t - \psi \right\} \right. \\ \left. + \frac{(T_{RC} - a) \omega^2}{1 - 2 T_{RC} \rho_m \omega + T_{RC}^2 \omega^2} e^{-\frac{t}{T_{RC}}} \right) + V_0 e^{-\frac{t}{T_{RC}}} \quad (II.21)$$

Avec : $T_{RC} = R_f C_{PZT}$; $V_0 = V(t=0)$, $\delta_0 = \delta(t=0)$ et $\delta'_0(t=0)$;

$$a = -\frac{\delta'_0}{\omega^2 \delta_0} ; \psi = \arcsin \left(\frac{(T_{RC} - a) \sqrt{1 - \rho_m^2} \omega}{\sqrt{1 - 2 a \rho_m \omega + a^2 \omega^2} \sqrt{1 - 2 T_{RC} \rho_m \omega + T_{RC}^2 \omega^2}} \right)$$

Extraction du coefficient d_{31}

A partir de l'équation (II.18) on tire le coefficient d_{31}

$$d_{31} = \frac{A_1 (s_{11}^E + s_{12}^E)}{\left(1 + \frac{s_{12} s_i}{s_{11} s_i}\right)} \frac{2 l_{Si}^3}{3 t_{Si} (l_{Si} - x_m) \Sigma}$$

II.4.1.3 Simulation numérique

Pour une poutre de longueur $l_{Si}=40\text{mm}$, une longueur vibrante de 30mm , une largeur de 10mm , une épaisseur du substrat $t_{Si}=500\mu\text{m}$; l'épaisseur de PZT $t_p = 10 \mu\text{m}$; $R_f=11\text{M}\Omega$; Surface électrode $\Sigma = 0.25 \text{ mm}^2$; $s_{11}^E = 11.88 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$; $s_{12}^E = -4.16 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$.

Lorsqu'on remplace toutes les constantes et les paramètres qui interviennent dans la formule, on obtient la valeur de $d_{31} = -78 \text{ pC/N}$;

II.4.1.4 Les résultats de la simulation

Les résultats de la simulation (fig II.6 et fig II.7) montrent que l'évolution des déformations S_1 et S_2 en fonction de la distance x et du déplacement en fonction de S_1 et S_2 sont linéaires.

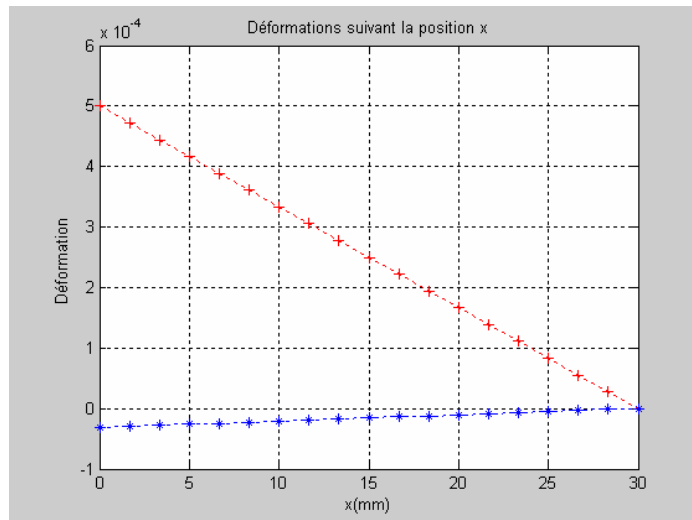


Figure II.6- Déformation S_1 et S_2 en fonction de x .

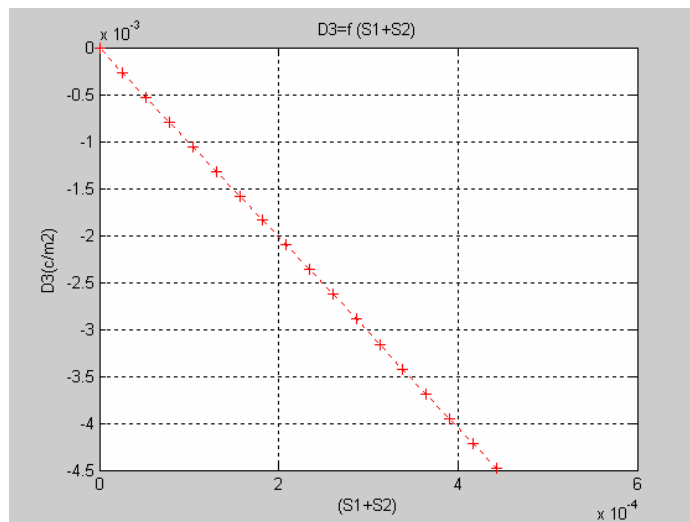


Figure II.7- Déplacement D_3 en fonction de déformation (S_1+S_2) .

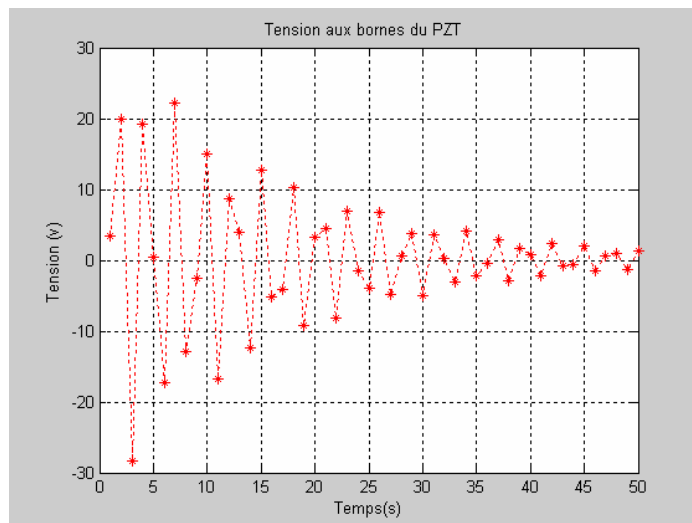


Figure II.8- Evolution de la tension V en fonction du temps t .

II.4.2 Effet piézoélectrique inverse

Pour vérifier cet effet on utilise la méthode de la poutre encastrée [1]

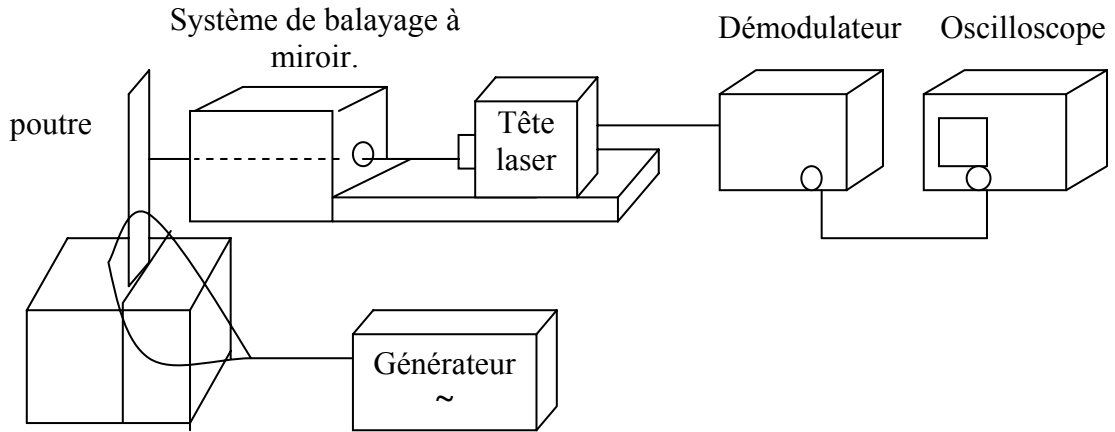


Figure II.9- Schéma de principe de la caractérisation de l'effet piézoélectrique inverse

Le principe de cette méthode consiste à alimenter la poutre encastrée par un générateur de tension sinusoïdale. Le laser balaye la surface de la poutre permettant ainsi la détection de sa vitesse de vibration. Le signal est visualisé sur l'oscilloscope [1].

Le moment de flexion de la poutre M induit par la couche piézoélectrique sous une tension V sur le substrat est égal à [25]:

$$M = \frac{t_{Si}^2}{6} \frac{Y Y_p K d_{31} V b_p}{Y + K Y_p} \quad (II.22)$$

K est donnée par :

$$K = \frac{6 t_{Si} t_p (t_{Si} + t_p) Y}{t_{Si}^3 Y + 6 t_p^2 t_{Si} Y_p + 8 t_p^3 Y_p} \quad (II.23)$$

Le choix du transducteur pour la conception des micro-systèmes dépend des caractéristiques de la couche PZT, essentiellement l'épaisseur t_p , de la largeur b_p et du moment induit. Le moment induit est donc étudié en fonction de la tension, de t_p et b_p .

Le moment, en fonction d'une tension continue est linéairement croissante avec la tension (fig II.10). Cependant la fig (II.11) et fig (II.12) montrent l'évolution de M en fonction du temps. Cette forme des courbes montre le caractère adaptatif du piézoélectrique à la tension appliquée et son utilisation comme transducteur (capteur et actionneur).

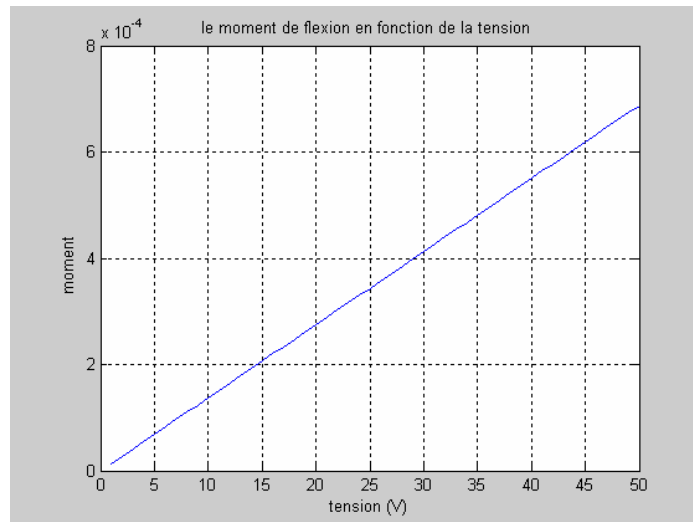


Figure II.10- Le moment de flexion en fonction de la tension appliquée.

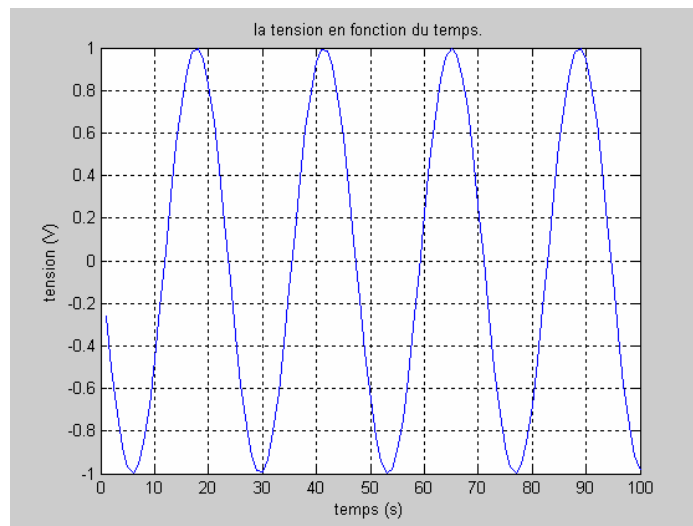


Figure II.11- Tension V en fonction de temps t.

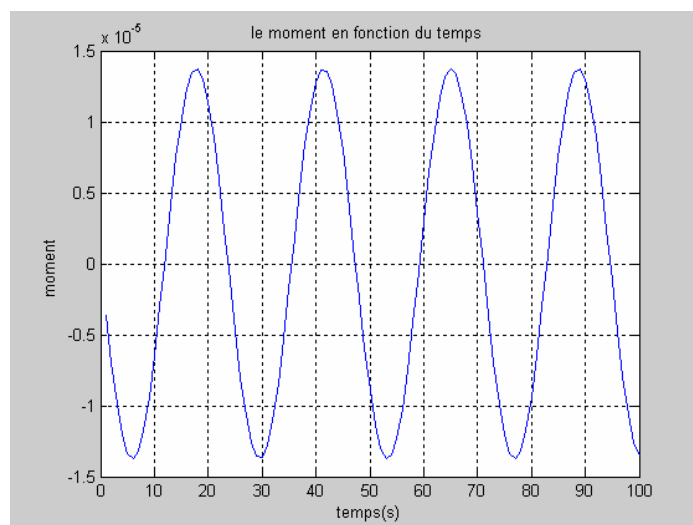


Figure II.12- Moment de flexion en fonction du temps t.

II.4.2.1 Effet de l'épaisseur piézoélectrique (t_p) sur le moment induit

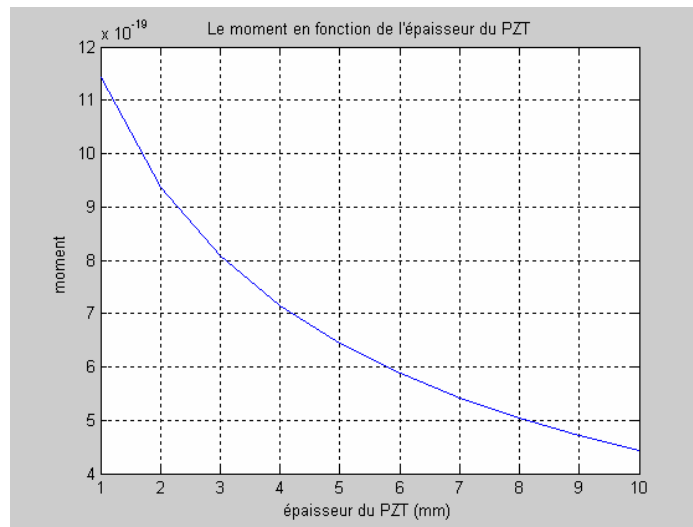


Figure II.13- L'influence d'épaisseur du PZT sur le moment induit. [0-10mm]

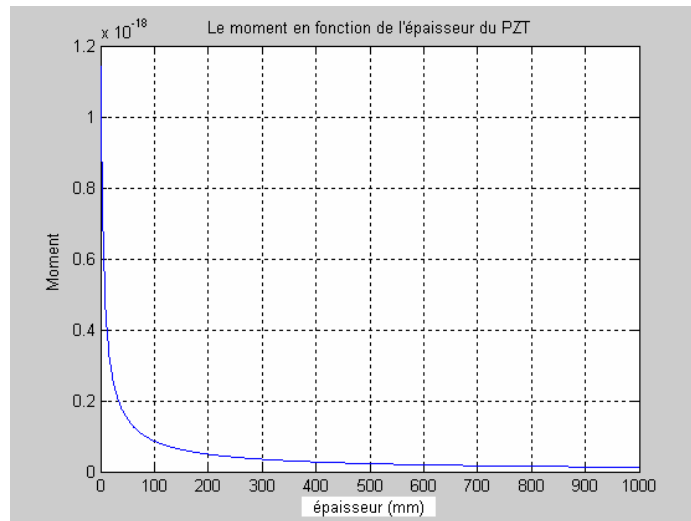


Figure II.14- L'influence d'épaisseur du PZT sur le moment induit. [0-1000mm]

L'étude de l'effet de l'épaisseur sur le moment induit a été représentée à l'échelle millimétrique (fig II.13, fig II.14), cas des piézoélectriques massifs. Ces deux figures montrent que M décroît avec l'épaisseur. A partir de quelques dizaines de millimètres (10-20mm), M tend à être asymptotique avec l'axe des x . L'épaisseur des transducteurs piézoélectriques massifs est recommandée donc d'être limité à quelques millimètres ou à la dizaine de millimètre au plus.

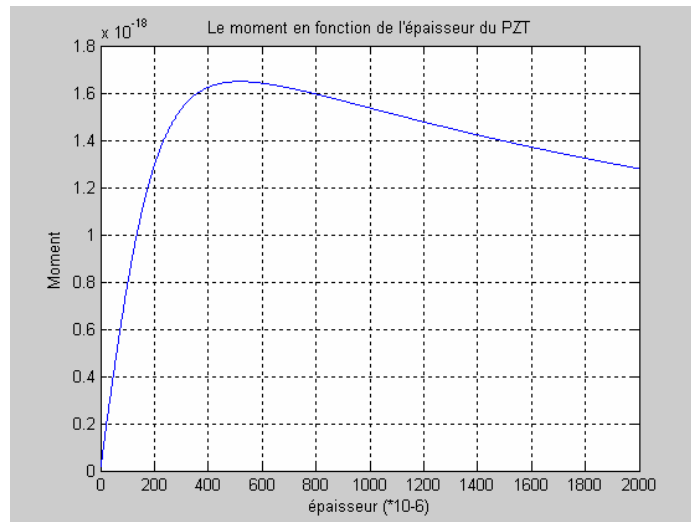


Figure II.15- L'influence d'épaisseur du PZT sur le moment induit. [0-2mm]

A l'échelle micrométrique de l'épaisseur, le moment induit M croît à faible épaisseur, passe par un maximum à 500 μm (fig II.15) pour décroître au delà de 500 à 600 μm . Cette forme de la courbe et ces ordres de grandeurs justifient l'élaboration des micro-systèmes avec des couches minces de PZT de quelques μm déposées sur des wafer de Si de l'ordre de 400 à 500 μm . C'est le point de fonctionnement optimal des transducteurs à base de céramique PZT en couches minces [7].

II.4.2.2 Effet de la largeur piézoélectrique (b_p) sur le moment induit

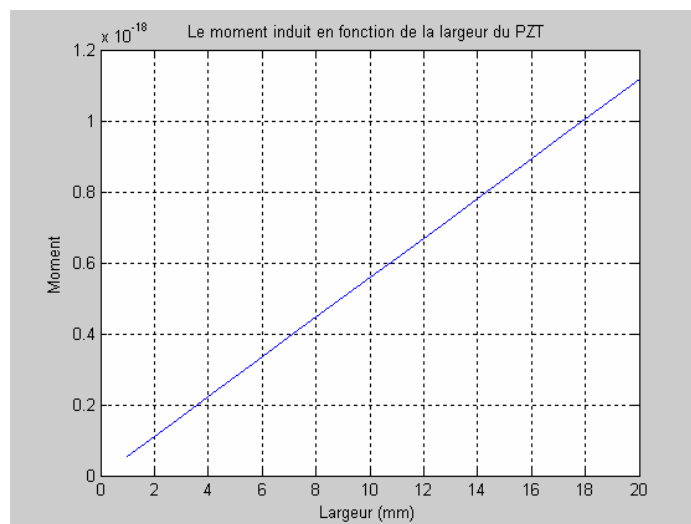


Figure II.16- L'influence de la largeur du PZT sur le moment induit.

L'effet de la largeur est représenté sur la fig (II.16). Le moment induit augmente avec la largeur. L'ordre de grandeur préconisé dans la littérature pour les micro-systèmes est en millimètre.

II.4.3 Vieillissement des couches piézoélectriques

La figure (II.17) présente l'évolution de d_{31} pendant une durée comprise entre 0 et 600 heures. Juste après la polarisation, le coefficient piézoélectrique d_{31} est de -17,8 pC/N. Ce coefficient diminue assez brutalement au cours du temps et se stabilise à une valeur légèrement supérieur à 7 pC/N en valeur absolue voir le tableau (II.1). Cette baisse du coefficient d_{31} représentée sur la figure (II.17) est due au vieillissement du matériau piézoélectrique qui provient d'une dépolarisation sans doute due à un champ interne.

Certain équipe notamment a L'EPFL en suisse et a Penne State en USA, travaillent sur la stabilisation des propriété piézoélectrique, KHOLKIN et al propose de polariser le PZT en chauffant le substrat en appliquant une lumière UV ce qui limite le vieillissement et augmente le d_{33} du PZT. Le mécanisme mis en jeux lors de la polarisation photo induite semble être une capture d'électrons à l'interface PZT-electrode provoquant une charge d'espace qui a pour effet de stabiliser l'orientation des domaines ferroélectrique. Cette technique reprise par POLCAWICH et al de Penn State a permis de supprimer presque entièrement le phénomène de vieillissement du PZT [7].

	Polarisation T=0	T+72 heures	T+144 heures	T+408 heures	T+552 heures	Polarisée à nouveau
Coefficient d_{31} en pC/N	-17.8	-11.7	-8.6	-8.2	-7.4	-18.4

Tableau II.1- Evolution du coefficient d_{31} en fonction du temps suivant la polarisation.

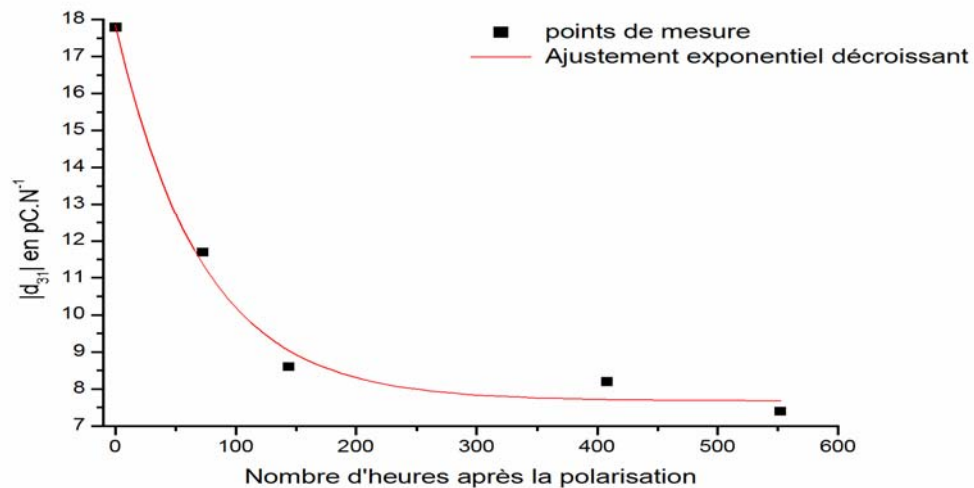


Figure II.17- Vieillissement du coefficient d_{31}

L'évolution de la couche active piézoélectrique dans le temps montre l'intérêt qu'il faut accorder à ces microsystemes pour de meilleures performances.

II.5 Modélisation des actionneurs et capteurs piézoélectriques

Les actionneurs et les capteurs faits de bons matériaux piézoélectriques possèdent les propriétés souhaitables telles qu'être légers, conformes, et avoir la tolérance dans les conditions environnementales défavorables. Une couche piézoélectrique produit la contrainte quand une tension est appliquée le long de la direction de polarisation. Quand cette pièce piézoélectrique est attachée à une structure, la contrainte produite dans la couche due à la tension appliquée est partagée par la structure. Ceci peut changer la forme structurale et peut causer le mouvement. Ce comportement d'une couche piézoélectrique est appelé actionneur. La tension appliquée sur l'actionneur piézoélectrique peut être changée selon une loi de commande pour obtenir des caractéristiques désirées dans la réponse structurale. Réciproquement, un matériau piézoélectrique produit la tension quand il est soumis à la contrainte mécanique. Cette propriété mène à l'utilisation des matériaux piézoélectriques comme capteurs de mouvement [2].

II.5.1 Modélisation d'actionneur

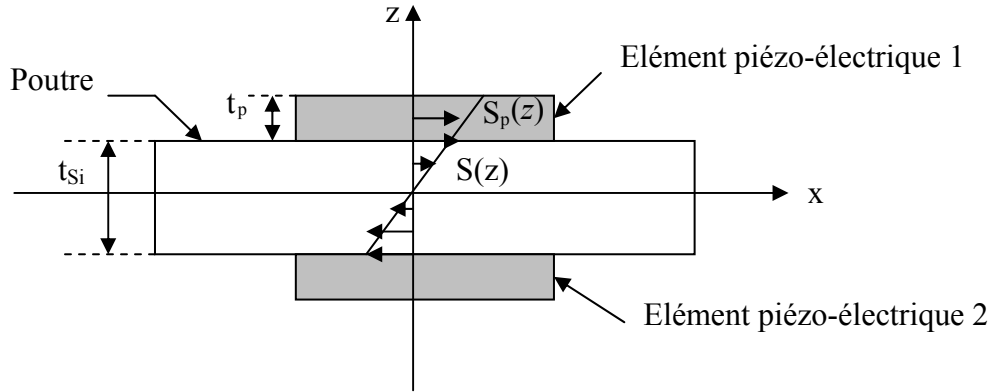


Figure II.18- Actionneur piézo-électrique distribué [2]

Soient deux plaquettes de PZT parfaitement collées de part et d'autre d'une poutre comme montré dans fig (II.18). L'inertie des éléments PZT devant celle de la plaque est négligée. L'épaisseur de la poutre t_{si} est considérée petite devant sa longueur l_{si} et le déplacement transversal $w(x)$ est petite devant son épaisseur. Toutes les contraintes et déformations autres que celle existant dans la direction x sont négligées.

On peut exprimer la contrainte dans la poutre en fonction de la contrainte à l'interface T_i :

$$T = \frac{2}{t_{si}} T_i z \quad (II.24)$$

La déformation de la plaque s'écrit alors sous la forme suivante :

$$S = \frac{2 (1 - \sigma^2)}{Y t_{si}} T_i z \quad (II.25)$$

Pour les éléments piézoélectriques, la contrainte s'écrit :

$$T_p = c_{11}^E S_p - e_{31} E_3 \quad (II.26)$$

c_{11}^E et e_{31} sont les coefficients piézoélectriques.

On peut exprimer le second terme de l'équation (II.26) en fonction de la déformation que subirait le matériau libre sous le même champ électrique :

$$e_{31} E_3 = c_{11}^E S_{p\text{libre}} \quad (II.27)$$

Avec $S_{p\text{libre}} = d_{31} E_3$

On peut exprimer la raideur c_{11}^E sous la forme suivante :

$$c_{11}^E = \frac{Y_p}{1 - \sigma_p^2} \quad (II.28)$$

L'équation (II.26) devient donc :

Modélisation et simulation des micro-systèmes à base de céramique.

Applications : transformateur piézoélectrique et contrôle actif de vibration.

$$T_p = \frac{2(1 - \sigma^2) T_i Y_p}{Y t_{Si}(1 - \sigma_p^2)} z - \frac{Y_p}{(1 - \sigma_p^2)} S_{plibre} \quad (II.29)$$

Soit

$$T_p = \frac{2 \alpha T_i}{t_{Si}} z - \beta S_{plibre} \quad (II.30)$$

En posant

$$\alpha = \frac{(1 - \sigma^2) Y_p}{(1 - \sigma_p^2) Y} ; \beta = \frac{Y_p}{1 - \sigma_p^2} \quad (II.31)$$

La condition d'équilibre des moments (II.32) permet de déterminer l'expression de la contrainte à l'interface T_i .

$$\int_0^{t_{Si}/2} T z dz + \int_{t_{Si}/2}^{t_{Si} + t_p} T_p z dz = 0 \quad (II.32)$$

On trouve finalement :

$$T_i = \frac{\beta S_{plibre} t_p (t_{Si} + t_p)}{\frac{t_{Si}^2}{6} + \frac{4 t_p}{t_{Si}} \alpha \left(\frac{t_{Si}^2}{4} + \frac{t_{Si} t_p}{2} + \frac{t_p^2}{3} \right)} \quad (II.33)$$

Le moment de flexion s'écrit :

$$M_x = \frac{2}{t_{Si}} \int_{t_{Si}/2}^{t_{Si} + t_p} T_i z^2 dz = \frac{1}{6} t_{Si}^2 T_i \quad (II.34)$$

Nous nous intéressons à une poutre simplement supportée où le déplacement transversal s'écrit :

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} W_k(x) \eta_k(t) \quad (II.35)$$

Avec les modes donnés par :

$$W_k(x) = \sin \gamma_k x \quad (II.36)$$

Où

$$\gamma_k = k \pi / l_{Si} .$$

En posant ω_k les fréquences de résonance de la poutre définies par :

$$\omega_k = \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \gamma_k^2 \quad (II.37)$$

Avec $D = \frac{Y t_{Si}^3}{12(1 - \sigma^2)}$: rigidité en flexion de la poutre,

L'expression de $\eta_k(t)$ se met sous la forme [2] :

$$\eta_k(t) = \frac{8 M_x \gamma_k b_p}{\rho h b^2 l_{Si} (\omega_k^2 - \omega^2)} \sin \frac{\gamma_k (x_1 + x_2)}{2} \sin \frac{\gamma_k (x_1 - x_2)}{2} \quad (II.38)$$

II.5.2 Modélisation du capteur

Considérons le dispositif décrit sur la fig (II.19) où un élément piézo-électrique est parfaitement collé sur une poutre soumise à la flexion selon l'axe x . l'épaisseur de la poutre t_{Si} est petite devant sa longueur l_{Si} et le déplacement transversal $w(x)$ est petit devant son épaisseur. Toutes les contraintes et déformations autres que celles existant dans la direction x sont négligées.

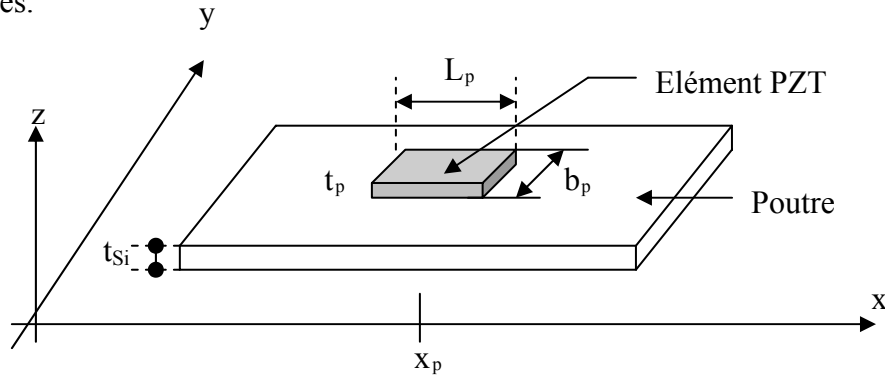


Figure II.19- Configuration en capteur de vibration transversale [2]

Avec ces hypothèses et à partir des équations piézo-électriques, l'induction est donnée par :

$$D_3 = e_{31} S_1 + \epsilon_{33}^S E_3 \quad (II.39)$$

La charge générée sur la surface de la plaquette s'écrit :

$$q = l_p b_p D_3 \quad (II.40)$$

En considérant un conditionneur du type convertisseur charge/tension, le branchement est en court-circuit et le deuxième terme de (II.39) s'annule. En outre, dans le cas d'une flexion pure, la déformation s'écrit :

$$S_1 = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (II.41)$$

L'équation (II.40) devient alors:

$$q(t) = -b_p l_p \frac{(t_{Si} + t_p)}{2} \int_{S_p} e_{31} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dx dy \quad (II.42)$$

Écrivons le déplacement comme la somme des contributions des réponses modales, autrement dit des déplacements modaux :

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) \eta_k(t) \quad (\text{II.43})$$

Afin de développer l'expression des modes, fixons des conditions aux limites, par exemple celles de la poutre simplement appuyée. Avec cette configuration, les modes s'écrivent :

$$w_k(x) = W_k \sin\left(\frac{k \pi x}{l_{Si}}\right) \quad (\text{II.44})$$

On peut donc écrire la charge totale créée comme la somme des contributions des charges générées par les déplacements modaux :

$$q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \quad (\text{II.45})$$

Soit

$$q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin\left(\frac{k \pi x_p}{l_{Si}}\right) W_k \eta_k(t) \quad (\text{II.46})$$

$$\text{Où} \quad A_k = \frac{k^2 \pi^2}{l_{Si}^2} b_p l_p \frac{(t_{Si} + t_p)}{2} e_{31} \quad (\text{II.47})$$

Ce modèle prévoit donc une charge générée proportionnelle au déplacement pour un mode donné. Pour un nombre de modes excités limité à n , la charge s'écrit donc :

$$q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \quad (\text{II.48})$$

La sortie du capteur est finalement la somme des contributions pondérées des déplacements modaux.

A ce capteur est associé un conditionneur de signal schématisé (Fig II.20). Il s'agit d'un convertisseur charge/tension à gain variable dont la sortie V_s s'écrit en fonction de la charge q générée par l'élément piézo-électrique :

$$V_s = \frac{-q}{C} \frac{R C_p}{1 + R C_p} \quad (\text{II.49})$$

Avec $p = j\omega$: variable de Laplace.

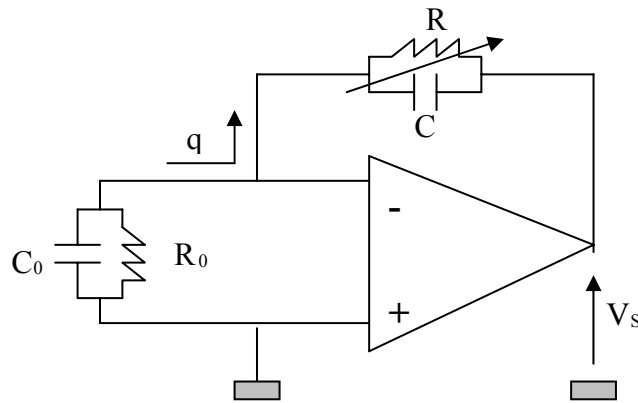


Figure II.20- Principe du convertisseur charge/tension à gain variable

II.6 Applications

Comme application pratique, ce phénomène est utilisé dans le cas des micromoteurs piézoélectriques où le stator est piézoélectrique et vibre sous l'effet d'une onde progressive. De même les micro-transformateurs piézoélectriques et les filtres utilisent le même phénomène seulement ces micro-systèmes sont composés de deux couches piézoélectriques déposés sur les deux faces opposées d'un substrat en Si ou en AlN ou les deux effets piézoélectriques sont appliqués successivement. Dans un premier temps, on applique une tension pour faire vibrer le 1° sandwich qui permet la récupération d'une énergie mécanique. Celle-ci est utilisée pour faire vibrer un 2° sandwich qui délivre une tension ou un signal (pour les filtres) de fréquence désirée ou de tension secondaire désirée qui dépendent des caractéristiques du matériau utilisé.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la caractérisation des couches minces piézoélectrique est exposée à travers des dispositifs expérimentaux. La technique de la poutre vibrante est exposée pour quantifier l'effet piézoélectrique direct et inverse. Pour l'effet direct, la méthode de discrétisation a été utilisée pour la résolution numérique des équations de la déformation et la tension selon la direction longitudinale. Celle-ci nous a permis de vérifier les résultats expérimentaux de la référence [7]. La simulation est faite sur la longueur libre de la poutre, la déformation (II.15) tend vers zéro pour un $x=l_{Si}$, alors que l'équation (II.8) se réduit au premier terme et nous donne une idée sur la variation du déplacement électrique en fonction du champ. L'analyse et la simulation de l'équation (II.21), nous a permis de vérifier que la relation entre la tension appliquée et le moment induit est linéaire, et on a montré que lorsque on applique une tension

sinusoïdal, le moment induit est aussi sinusoïdal. Cette évolution du moment induit montre le caractère adaptatif des matériaux piézoélectriques et que les paramètres épaisseur et largeur de l'élément piézoélectrique sont essentiels pour le choix et la conception des transducteurs à base de céramique PZT.

Chapitre III

Modélisation des micro-transformateurs piézoélectriques

III.1 Introduction

La miniaturisation des circuits logiques par intégration à très grande échelle est un des exemples les plus connus. Avec donc le développement de la microélectronique, la demande de transformateurs de tension miniaturisés est plus grande avec la multiplication des équipements portables (caméras, téléphone mobile, écran plat etc..).

En plus de son avantage d'être intégré avec l'électronique qu'il alimente, le transformateur piézoélectrique présente plusieurs avantages, par rapport au transformateur conventionnel tels que : dimension très réduite, léger, sans champ magnétique (ce qui permet son utilisation dans les circuits électroniques amagnétiques), convient à la fabrication automatisée, degré élevé d'isolation et bas coût.

Ainsi, depuis que le transformateur piézoélectrique fut proposé par Rosen en 1956, plusieurs études et configurations ont été proposées, élaborés et testées [23-26]. Une des conditions de l'implémentation avec succès de cette technologie est le développement de source d'énergie haute tension miniaturisée capable de fournir une puissance de quelques watts sous une tension de quelques kilovolts (1-3kV) dans un volume de quelques dizaines de cm³. Les configurations proposées dépendent de son utilisation comme élévateur ou abaisseur de tension, de la fréquence d'utilisation (BF, ou HF) ou comme filtre passe bande. Pour être intégré par exemple, avec l'électronique qu'il alimente, le transformateur piézoélectrique est composé de couches minces (ou épaisses), de l'ordre des microns, de PZT déposé sur un substrat de silicium (ou autre tels que l'alliage AlN ou l'alumine). Cependant les micro-transformateurs à base de céramique massive dont l'épaisseur est de l'ordre des millimètres sont surtout utilisés en basse fréquence.

Comme application aux micro-systèmes, deux types de transformateurs piézoélectriques sont exposés dans ce chapitre. L'un est en couches minces de dimension micrométrique et peut être intégré sur le même substrat que le circuit électronique qu'il alimente et l'autre est de dimension plus grande de l'ordre des millimètres (transformateur piézoélectrique composite). Deux modèles sont proposés pour l'analyse du transformateur. Le

premier modèle est basé sur l'analogie des circuits équivalents. Ce modèle est utilisé pour la simulation du transformateur en couches minces. Le transformateur composite est simulé à l'aide de l'autre modèle qui est basé sur l'analyse mathématique du phénomène piézoélectrique sous l'effet des contraintes électrique et mécanique. L'effet des dimensions (épaisseur et largeur du matériau piézoélectrique), l'efficacité et la charge sur le gain en tension sont étudiés. Le transformateur piézoélectrique comme filtre passe bande est simulé.

III.2 Principe de fonctionnement du transformateur piézoélectrique

Le principe d'un transformateur piézoélectrique est l'utilisation simultanée de deux plaques piézoélectriques rigidement liées, l'une comme actionneur l'autre comme capteur de sorte que l'énergie (faible tension) puisse être transformée de la forme électrique à la forme électrique (tension plus élevée) par l'intermédiaire de vibration mécanique (Fig III.1).

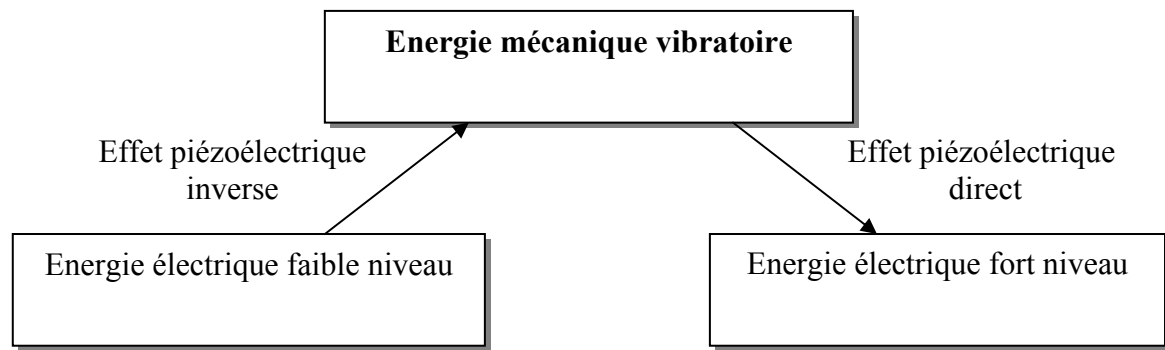


Figure III.1- Principe de transformateur piézoélectrique

III.3 Structure physique du transformateur piézoélectrique

Les transformateurs piézoélectriques les plus utilisés sont classés dans deux catégories selon leurs modes de vibrations et leurs fréquences de fonctionnement.

- Les transformateurs vibrent en mode longueur, en extension longitudinale, sont utilisés comme élévateur de tension et fonctionnent à des fréquences de l'ordre de plusieurs centaines de kilohertz.
- Les transformateurs vibrent en mode épaisseur, en extension transversale, sont utilisés comme abaisseur de tension et leur fréquence de résonance est de quelques mégahertz.

III.3.1 Le transformateur piézoélectrique vibrant en mode longueur

Ce type de transformateur (Fig.III.2) est constitué de deux plaques (ou couches minces déposées sur les deux faces d'un substrat) en céramique, de section latérales (b_p, t_p) et rigidement liées par une couche de colle dont l'épaisseur est négligée dans la modélisation. La

plaque gauche constitue le primaire du transformateur est polarisée suivant son épaisseur t_p , l'autre plaque de droite constitue le secondaire du transformateur et est polarisée suivant sa longueur l_p . Quand le primaire vibre dans une direction perpendiculaire au champ électrique, le secondaire vibre dans la direction parallèle au champ.

La tension électrique V_1 appliquée entre les électrodes du primaire engendre, par effet piézoélectrique inverse, des contraintes mécaniques dans toute la direction. Pour que la contrainte suivant la longueur soit dominante, les longueurs sont choisies grandes devant les autres dimensions. Lorsque la contrainte est transmise au secondaire, induit par effet piézoélectrique direct une tension V_2 . Le rapport de transformation sera grand si les deux plaques (ou couches minces) vibrent à la même fréquence.

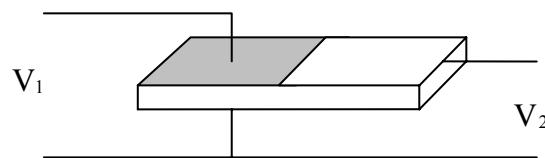


Figure III.2- Transformateur vibrant en mode longueur

III.3.2 Le transformateur vibrant en mode épaisseur

Le transformateur vibrant en mode épaisseur est constitué, de la même façon que le transformateur vibrant en mode longueur, de deux plaques ou couches minces en céramique seulement elles sont polarisées les deux suivant l'épaisseur (Fig.III.3). L'épaisseur étant faible par rapport aux dimensions latérales ($l_p \cdot b_p$), la tension appliquée entre les électrodes du primaire engendre des contraintes faibles qui seront transmises au secondaire V_2 . Le rapport de transformation sera plus faible si les deux céramiques vibrent à la même fréquence.

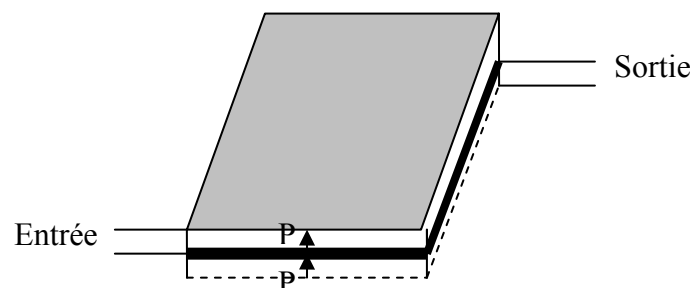


Figure III.3- Transformateur vibrant en mode épaisseur.

III.4 Modélisations du transformateur piézoélectrique composite

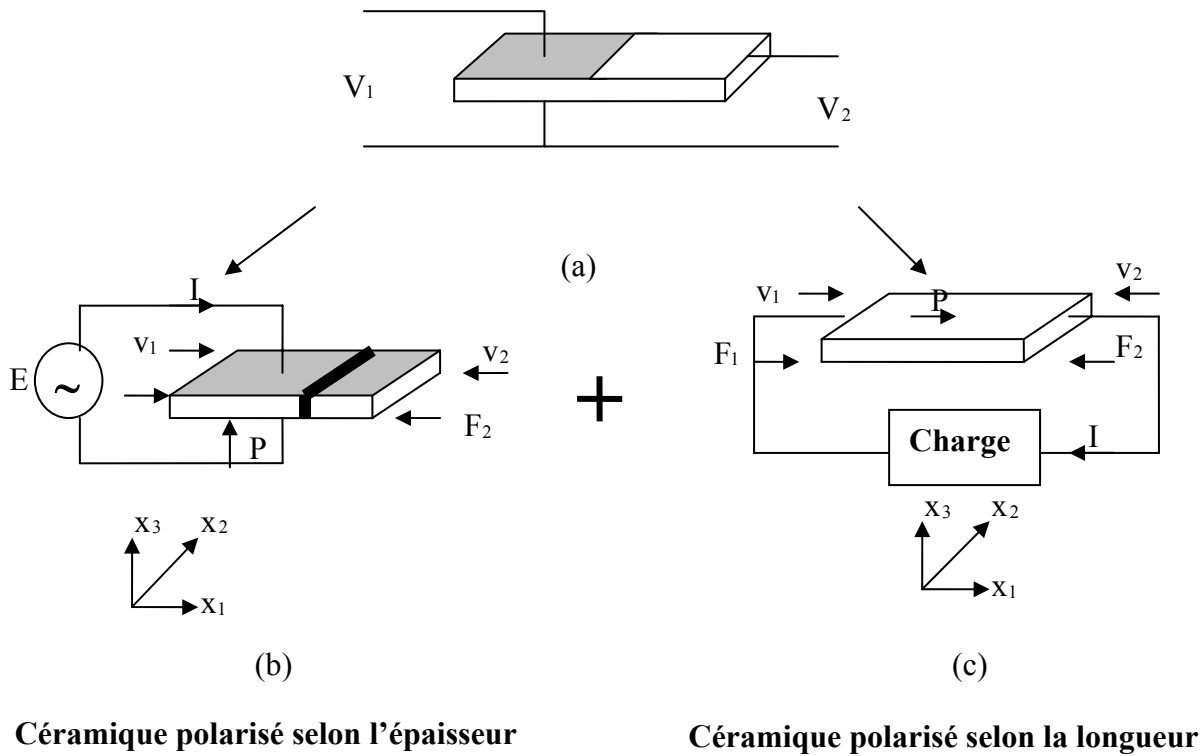


Figure III.4- Transformateur piézoélectrique composite [26]

Le transformateur piézoélectrique composite est composé de deux parties qui sont la partie primaire qui vibre dans une direction perpendiculaire au champ électrique, le secondaire (2^{ème} plaque) vibre dans un direction parallèle au champ électrique Fig III.4 (a, b, c).

Pour décrire le couplage entre les propriétés mécaniques et électriques, les équations piézoélectriques linéaires sont:

$$S = s^E T + d E$$

$$D = d T + \epsilon^T E$$

Pour l'analyse suivante, on assume que tous les contraintes et efforts se produisent dans une direction seulement. En d'autres termes, l'effort et la contrainte de cisaillement sont négligés.

III.4.1 Modélisation de la céramique polarisé suivant l'épaisseur

À partir de Fig III.4 (a), l'excitation électrique E est appliquée aux électrodes supérieures de la partie de polarisation transversale dans x_3 ou direction d'épaisseur. Les efforts le long x_2 et de x_3 sont zéro, $T_2 = T_3$, et ceci signifie que les céramiques piézoélectriques sont libre pour vibrer le long des directions x_2 et x_3 . Le champ électrique est distribué uniformément seulement le long de la direction x_3 , et $E_1 = E_2 = 0$. Par conséquent, le champ électrique E_3 et

l'effort mécanique T_1 sont choisis en tant que variables indépendantes des équations piézoélectriques linéaires. C'est un problème unidimensionnel, et les équations électromécaniques peuvent être exprimées ainsi:

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (\text{III.1})$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3$$

Pour cette vibration unidimensionnelle, la Fig III.4 (b) montre le composant de base (représenté en trait continu) avant l'application du champ électrique, et le composant en extension (représenté en pointillé). Puis toute la contrainte égale à $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Delta x_1$. Puisque la relation est linéaire entre l'effort et la contrainte, la contrainte totale appliquée au composant de base est :

$$\sum T = T_1 - T_2 = \frac{d T_1}{d x_1} \Delta x_1 \quad (\text{III.2})$$

Selon la première loi de Newton $\vec{F} = m \vec{a}$, et $\vec{F} = \vec{T} A$. La force nette peut être exprimée en fonction de l'effort:

$$F_1 = \rho A \Delta x_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \Delta x_1 A \quad (\text{III.3})$$

Où $A = l_p \times b_p$ la section.

L'effort T_1 peut être remplacé par la déformation S_1 dans (III.1), et l'équation précédente devient :

$$\rho A \Delta x_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{s_{11}^E} S_1 - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3 \right) \Delta x_1 A \quad (\text{III.4})$$

Puisque $\frac{d}{d x_1} E_3 = 0$, l'équation d'onde unidimensionnelle est :

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{1}{s_{11}^E} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \quad (\text{III.5})$$

Si le champ électrique d'excitation E est sinusoïdal, $E_3 = E_0 e^{j\omega t}$, la méthode suivante est utilisée pour résoudre cette équation d'onde. Soit $u_1 = X_1 \tilde{T}$, l'équation précédente s'écrit alors

$$\rho \frac{\partial^2 (X_1 \tilde{T})}{\partial t^2} = \frac{1}{s_{11}^E} \frac{\partial^2 (X_1 \tilde{T})}{\partial x_1^2} \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{1}{\rho s_{11}^E} \frac{X_1''}{X_1} = \frac{\tilde{T}''}{\tilde{T}} = -\omega^2 \quad (\text{III.7})$$

La solution de l'équation d'onde (III.7) est:

$$u_1 = X_1(x_1) \tilde{T}(t) = (B_1 \sin \beta x_1 + B_2 \cos \beta x_1) e^{j\omega t} \quad (\text{III.8})$$

$$\text{Où : } \beta = \frac{\omega}{c} \text{ et } c = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{33}^E}}$$

Les conditions aux limites électrique et mécanique ($x_1=0$; $x_1=l_p$) sont insérés dans (III.1) et (III.2). En conséquence, B_1 et B_2 sont calculés directement.

$$\begin{aligned} F_1 &= - \left[T_1 \right]_{x_1=0} \times A = - \left[\frac{1}{s_{11}^E} S_1 - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3 \right]_{x_1=0} A e^{j\omega t} \\ &= \left[\frac{-1}{s_{11}^E} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3 \right]_{x_1=0} A e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

$$\text{Avec : } S_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

$$= \left[\frac{-\beta A}{s_{11}^E} (B_1 \cos \beta x_1 - B_2 \sin \beta x_1) \right]_{x_1=0} e^{j\omega t} + \frac{d_{31} A}{s_{11}^E} E_3 e^{j\omega t}$$

Pour simplifier l'analyse, seule la partie réelle (amplitude) est utilisée. L'équation précédente devient :

$$\hat{F}_1 = \frac{-\beta A}{s_{11}^E} B_1 + \frac{d_{31} A}{s_{11}^E} \hat{E}_3 \quad (\text{III.10})$$

$$\hat{F}_2 = - \left[\hat{T}_1 \right]_{x_1=l_p} A = \frac{-\beta A}{s_{11}^E} (B_1 \cos \beta l_p - B_2 \sin \beta l_p) + \frac{d_{31} A}{s_{11}^E} \hat{E}_3 \quad (\text{III.11})$$

$$v_1 = \left[\frac{\partial u_1}{\partial t} \right]_{x_1=0}$$

$$\hat{v}_1 = j\omega B_2 \quad (\text{III.12})$$

$$v_2 = - \left[\frac{\partial u_1}{\partial t} \right]_{x_1=l_p}$$

$$\hat{v}_2 = -j\omega (B_1 \sin \beta l_p + B_2 \cos \beta l_p) \quad (\text{III.13})$$

De (III.12) et (III.13), B_2 et B_1 sont :

$$B_2 = \frac{1}{j\omega} \hat{v}_1 \quad (\text{III.14})$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{-j\omega \sin \beta l_p} \left(\hat{v}_2 + j\omega \hat{v}_1 \frac{\cos \beta l_p}{j\omega} \right) \\ &= -\frac{1}{j\omega} \left(\frac{\hat{v}_1}{\tan \beta l_p} + \frac{\hat{v}_2}{\sin \beta l_p} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Les propriétés électriques, tension et courant, sont dérivées selon les équations suivantes :

$$V = - \int E dx \quad (III.16)$$

$$I = \frac{d}{dt} \oint D ds \quad (III.17)$$

Par conséquent :

$$\hat{V} = - \int_{t_p}^0 \hat{E}_3 dx_3 = \hat{E}_3 t_p \quad (III.18)$$

$$I = \frac{d}{dt} \int_0^{l_p} D_3 b_p dx_1$$

$$I = -b_p d_{31} Y^E (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + \frac{j\omega b_p \varepsilon^T l_p}{t_p} \left(1 - \frac{d_{31}^2 Y^E}{\varepsilon^T} \right) \hat{V} \quad (III.19)$$

L'impédance électrique Z_E^{LC} est définie quand les céramiques piézoélectriques sont fixées aux extrémités $\hat{v}_1 = \hat{v}_2 = 0$, et peuvent être exprimées comme :

$$Z_E^{LC} = \frac{t_p}{j\omega b_p \varepsilon^T l_p (1 - k_{31}^2)} \quad (III.20)$$

Avec Z_E^{LC} , (III.19) peut être réarrangée pour donner:

$$\hat{I} = -b_p d_{31} Y^E (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + \frac{1}{Z_E^{LC}} \hat{V}$$

$$\hat{I} = -\psi (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + \frac{1}{Z_E^{LC}} \hat{V} \quad (III.21)$$

Où :

$$\psi = b_p d_{31} Y^E \quad (III.22)$$

Substituant (III.14) et (III.15) à (III.10) et (III.11), F_1 et F_2 dans la représentation de l'amplitude deviennent:

$$\hat{F}_1 = \frac{-\beta A}{s_{11}^E} \frac{-1}{j\omega} \left(\frac{\hat{v}_1}{\tan \beta l_p} + \frac{\hat{v}_2}{\sin \beta l_p} \right) + \frac{d_{31} A}{s_{11}^E} \frac{\hat{V}}{t_p}$$

$$\hat{F}_1 = \frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} \hat{v}_1 + \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} \hat{v}_2 + \psi \hat{V} \quad (III.23)$$

$$\hat{F}_2 = \frac{-\beta A}{s_{11}^E} \left(\left(\frac{-1}{j\omega} \left(\frac{\hat{v}_1}{\tan \beta l_p} + \frac{\hat{v}_2}{\sin \beta l_p} \right) \right) \cos \beta l_p - \frac{\hat{v}_1}{j\omega} \sin \beta l_p \right) + \frac{d_{31} A}{s_{11}^E} \hat{E}_3 ;$$

$$\hat{F}_2 = \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} \hat{v}_1 + \frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} \hat{v}_2 + \psi \hat{V} \quad (\text{III.24})$$

$$\text{Où : } Z_0 = \frac{\beta A}{s_{11}^E \omega} = \frac{\frac{\omega}{\sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E}}} (t_p b_p)}{s_{11}^E \omega} = \sqrt{\rho Y_{11}^E} t_p b_p$$

Au lieu d'utiliser (III.21), (III.23), (III.24) pour représenter le système électromécanique, une notation différente est utilisée pour constituer le réseau électrique plus facilement comme montré ci-dessus

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \hat{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{I} \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

$$\hat{V} = \psi \hat{v}_1 + \psi \hat{v}_2 + Z_E^{LC} \hat{I} \quad (\text{III.26})$$

$$\hat{F}_1 = \frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} \hat{v}_1 + \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} \hat{v}_2 + \psi \hat{V}$$

$$\hat{F}_1 = \left(\frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} + \psi^2 \right) \hat{v}_1 + \left(\frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} + \psi^2 \right) \hat{v}_2 + \psi Z_E^{LC} \hat{I} \quad (\text{III.27})$$

$$\hat{F}_2 = \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} \hat{v}_1 + \frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} \hat{v}_2 + \psi \hat{V}$$

$$\hat{F}_2 = \left(\frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} + \psi^2 \right) \hat{v}_1 + \left(\frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} + \psi^2 \right) \hat{v}_2 + \psi Z_E^{LC} \hat{I} \quad (\text{III.28})$$

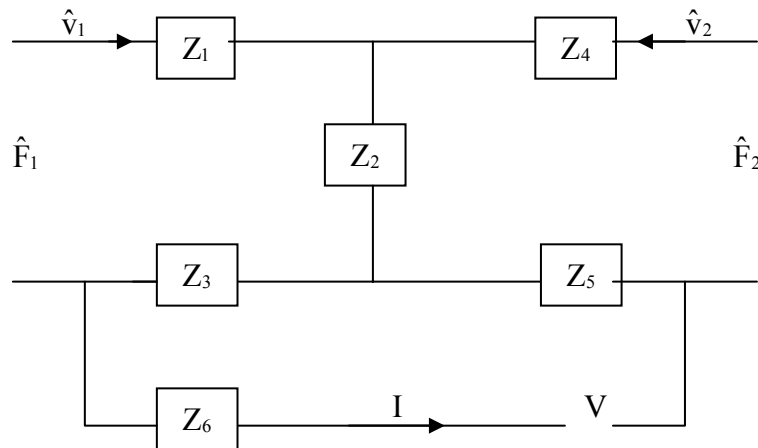


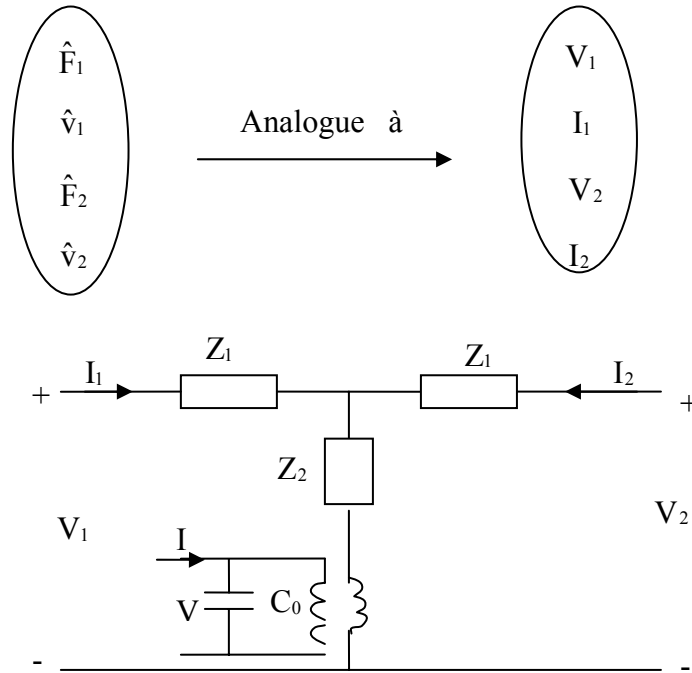
Figure III.5 – Réseau de trois ports.

Le réseau de trois-port pour la céramique vibrant en mode épaisseur v , F_1 , et F_2 sont dérivés de l'équation d'onde unidimensionnelle. Le réseau de trois-ports ne peut pas séparer clairement les systèmes électriques et mécaniques. Cependant, le terme $\psi^2 Z_E^{LC}$ dans Z_2 offre une solution en présentant un transformateur idéal dont le rapport de transformation est égal à ψ .

Si la vitesse dans le système mécanique est analogue au courant dans le système électrique, il est possible d'établir un réseau de trois-ports, comme montré en fig (III.5), et les impédances Z_1 à Z_6 sont égales à :

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} - \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} - \psi Z_E^{LC} \\
 Z_2 &= \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} + \psi^2 Z_E^{LC} \\
 Z_3 &= \psi Z_E^{LC} \\
 Z_4 &= \frac{Z_0}{j \tan \beta l_p} - \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} + \psi Z_E^{LC} \\
 Z_5 &= -\psi Z_E^{LC} \\
 Z_6 &= Z_E^{LC}
 \end{aligned} \tag{III.29}$$

Ces expressions mathématiques ne représentent pas clairement l'accouplement entre les systèmes électriques et mécaniques. En présentant un transformateur, (III.26) à (III.28) peuvent être réarrange pour donner :



$$\text{Avec : } Z_1 = j Z_0 \tan \frac{\beta l_p}{2} ; Z_2 = \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} ; C_0 = \frac{1}{j \omega Z_E^{LC}}$$

$$\psi = b_p d_{31} Y_{11}^E ; \beta = \frac{\omega}{v_s} ; v_s = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{33}^E}} ; Z_E^{LC} = \frac{t_p}{j \omega A \epsilon^T (1 - k_{31}^2)} ; Z_0 = \sqrt{\rho Y_{11}^E} t_p b_p$$

Figure III.6- Modèle de la céramique polarisée suivant l'épaisseur.

III.4.2 Modélisation de la céramique polarisée suivant la longueur

Dérivation de l'équation d'onde unidimensionnelle

La Fig III.4 (c) montre la céramique vibrant en mode longueur et l'excitation électrique E est produite au électrode supérieure le long x_1 ou dans la direction transversale, $T_2 = T_3 = 0$, le matériau piézoélectrique est considéré non conducteur (un diélectrique) donc $D_2 = D_3 = 0$, D_1 et T_1 sont choisis comme variables indépendantes des équations piézoélectriques linéaires:

$$S_1 = s_{11}^D T_1 + g_{11} D_1 \quad (III.33)$$

$$E_1 = -g_{11} T_1 + \beta_{11}^T D_1$$

En suivant la même étape que précédemment, on obtient le schéma équivalent de la fig.III.7

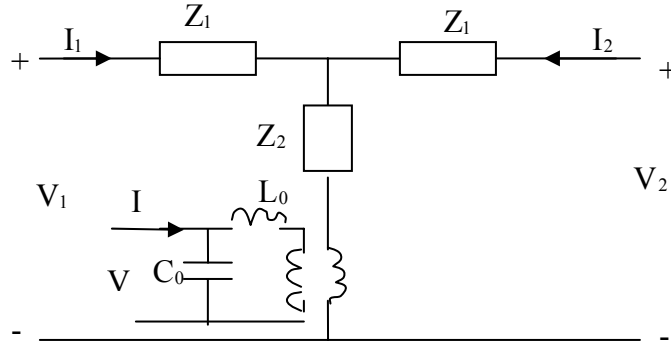


Figure III.7- Modèle de base de la céramique polarisée suivant la longueur

$$\text{Avec : } Z_1 = j Z_0 \tan \frac{\beta l_p}{2} ; Z_2 = \frac{Z_0}{j \sin \beta l_p} ; C_0 = \frac{1}{j \omega Z_E^{LC}}$$

$$\psi = \frac{g_{11}}{j \omega s_{11}^D} \frac{1}{Z_E^{LC}} ; L_0 = \frac{1}{\omega^2 C_0} ; Z_E^{LC} = \frac{1}{j \omega A \left(\beta_{11}^T + \frac{g_{11}^2}{s_{11}^D} \right)} ; Z_0 = \sqrt{\rho Y_{11}^D} A$$

III.4.3 Modèle complet

Le circuit équivalent complet du transformateur piézoélectrique vibrant en mode longueur se compose des circuits équivalents des deux parties, de la céramique polarisée respectivement en épaisseur et en longueur, voir les fig (III.6) et (III.7).

La construction de ce type de transformateur est subordonnée aux approximations suivantes :

1. Toutes les variables en prime (x') du circuit équivalent représentent la partie polarisation transversale.
2. $-I_2' = I_1$ ou $-v_2' = v_1$ à $x_1 = 0$;
3. $E_2' = E_1$ ou $F_2' = F_1$
4. $E_1' = E_2 = 0$ ou $F_1' = F_2 = 0$

La relation (4) signifie que les deux bouts de la céramique sont libérés des forces et par analogie au circuit électrique l'entrée et la sortie sont en court-circuit. La figure (III.8.a) montre la configuration du transformateur piézoélectrique vibrant en mode longueur. Pour les nouvelles conditions aux limites, les équations des vitesses de frontière de la céramique deviennent :

$$v_2' = \left[-\frac{\partial u_1'}{\partial t} \right]_{x_1=0} \quad (III.50)$$

$$\hat{v}_2' = -j\omega B_2'$$

$$v_1' = \left[\frac{\partial u_1'}{\partial t} \right]_{x_1=-l_p'} \quad (III.51)$$

$$\hat{v}_1' = j\omega (-B_1' \sin \beta' l_p' + B_2' \cos \beta' l_p')$$

$$B_2' = -\frac{\hat{v}_2'}{j\omega} \quad (III.52)$$

Les forces aux deux limites de la partie polarisée suivant l'épaisseur sont égales à :

$$\hat{F}_2' = -\omega Z_0' B_1' + \frac{d_{31}' A'}{s_{11}^{E'}} \hat{E}_3' ; \quad (III.53)$$

$$\hat{F}_1' = \left[-\hat{T}_1' \right]_{x_1=-l_p'} A'$$

$$= -\omega Z_0' (B_1' \cos \beta' l_p' - B_2' \sin \beta' l_p') + \frac{d_{31}' A'}{s_{11}^{E'}} \hat{E}_3' \quad (III.54)$$

Puisque $-v_2' = v_1$, égalisation (III.50) et (III.12) donne :

$$B_2' = B_2 \quad (III.55)$$

Les hypothèses mentionnées dans le chapitre II

- Continuité des déformations à l'interface PZT-substrat.
- La poutre de silicium impose sa déformation au film de PZT.
- Contraintes et déformations sont constantes le long de l'épaisseur de PZT.
- Les contraintes de cisaillement T_4, T_5, T_6 sont négligeables par rapport aux contraintes dans le plan T_1 et T_2 .
- La surface supérieure du PZT est libre de se déplacer donc pas de contrainte T_3 .
- Les champs électriques E_1 et E_2 sont négligeables comparés au champ transversal E_3

Et les conditions aux limites précédentes permettent d'écrire :

$$Z'_0 = Z_0 \quad (\text{III.56})$$

$$\text{et } \beta' l_p = \beta l_p \quad (\text{III.57})$$

De (III.53) et (III.39), ensembles de condition 3

$$B'_i = B_i \quad (\text{III.58})$$

La figure (III.8.b), montre le modèle complet du transformateur piézoélectrique vibrant en mode longueur quand les bouts du transformateur piézoélectrique sont libérés de leurs forces. Son modèle simplifié est montré sur la figure (III.8.c), après transformation d'impédance de Δ -Y. Le modèle résultant convient à toutes les gammes de fréquence. Si la céramique vibre seulement aux fréquences de résonance, un circuit équivalent LC est trouvé à chaque fréquence de résonance où

$$\beta l_p = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi \dots$$

Le transformateur piézoélectrique fonctionne donc en mode λ , cela signifie que toute la longueur de transformateur piézoélectrique est égale à la longueur de l'onde.

$$\beta' l_p = \beta l_p = \pi$$

Le développement de l'impédance de la branche mécanique, montrée dans la figure (III.9.a), par série de Taylor au premier ordre

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{Z_0}{j} \frac{1}{\tan \frac{\beta l_p}{2}} = \frac{Z_0}{j} \frac{1}{\tan \frac{\omega l_p}{2v}} \\ &= f\left(\frac{\pi v}{l_p}\right) + f'\left(\frac{\pi v}{l_p}\right) \left(\omega - \frac{\pi v}{l_p}\right) + \frac{1}{2} f''\left(\frac{\pi v}{l_p}\right) \left(\omega - \frac{\pi v}{l_p}\right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

Si la fréquence de résonance série est ω_0 avec

$$\omega_0 = \frac{\pi v}{l_p} = \frac{\pi}{l_p} \sqrt{\frac{Y_{11}^E}{\rho}} \quad (\text{III.60})$$

$$f'(\omega_0) = -\frac{\pi Z_0}{2j\omega_0} \quad (\text{III.61})$$

Soit $\omega = \omega_0 + \delta$, et le substituer dans (III.59) avec seulement l'approximation de premier ordre:

$$f(\omega_0 + \delta) \approx 0 + f'(\omega_0)\delta = j\pi Z_0 \frac{\delta}{2\omega_0} \quad (\text{III.62})$$

En même temps, l'impédance de L_m et C_m série est :

$$f_{LC}(\omega) = j\sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx f_{LC}(\omega_0) + f'_{LC}(\omega_0)(\omega - \omega_0) \quad (\text{III.63})$$

$$f_{LC}(\omega + \delta) \approx 0 + f'_{LC}(\omega_0)\delta = 2jL_m\delta \quad (\text{III.64})$$

De l'équation (III.62) et (III.64), L_m est

$$L_m = \frac{\pi Z_0}{4\omega_0} = \frac{\pi A \sqrt{\rho Y_{11}^E}}{4 \frac{\pi}{l_p} \sqrt{\frac{Y_{11}^E}{\rho}}} = \frac{1}{4} (\rho \cdot \text{volume})$$

$$C_m = \frac{1}{\omega_0^2 L_m} = \frac{4}{\pi \omega_0 Z_0} = \frac{4 \cdot l_p}{\pi^2 b_p t_p Y_{11}^D}$$

$$R_m = \frac{\omega_0 L_m}{Q_m}$$

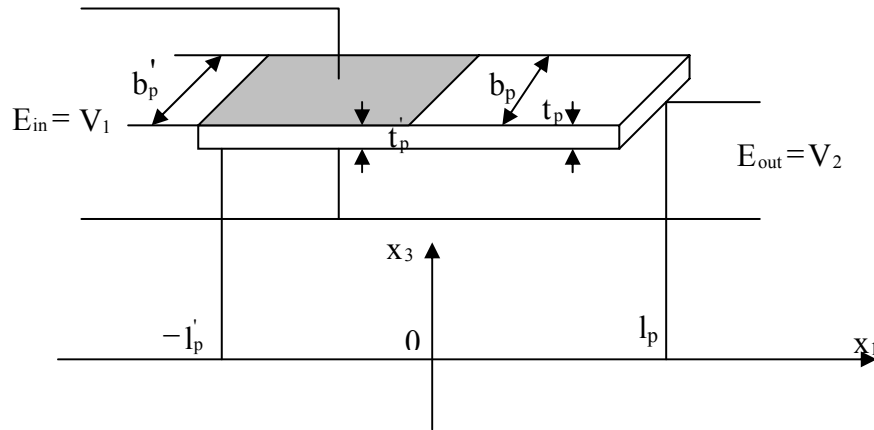


Figure III.8.a- Définition dimensionnel

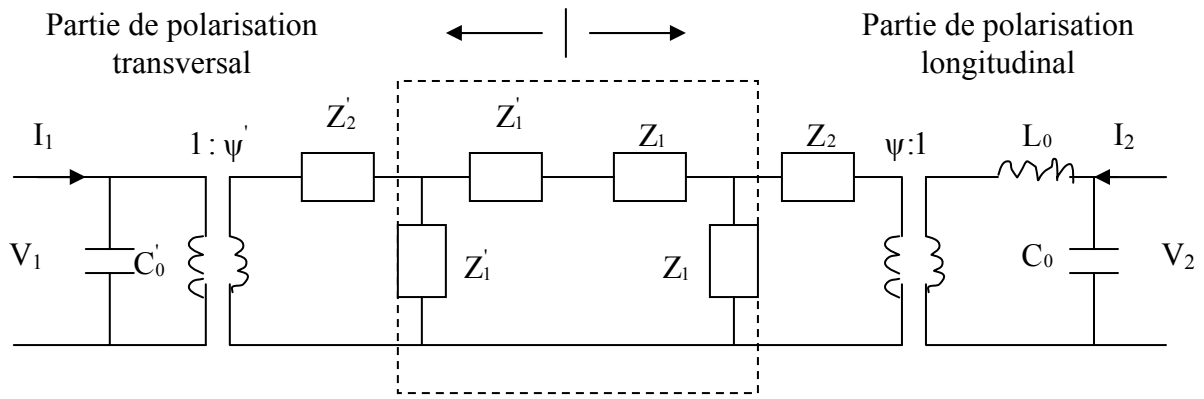


Figure III.8.b- Modèle combiné des deux cellules de base

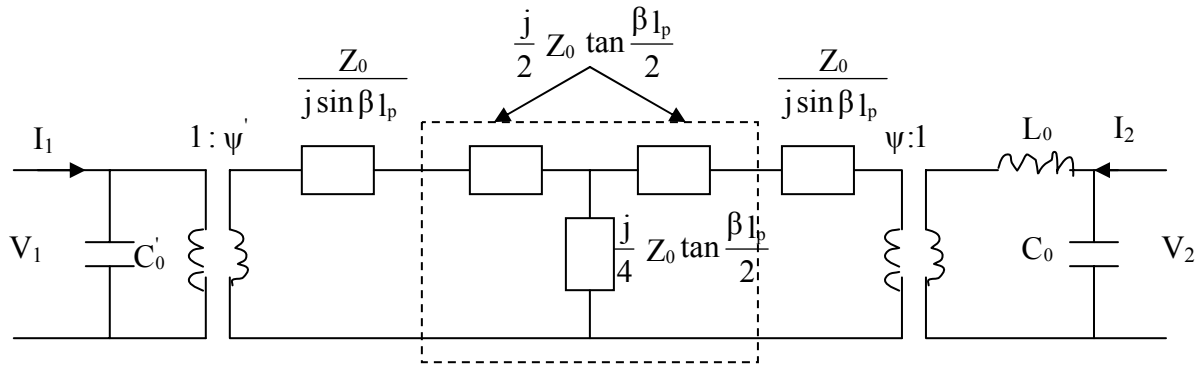
Figure III.8.c- transformation d'impédance $\Delta \rightarrow Y$

Figure III.8- Modèle et définition des variables dimensionnelles d'un transformateur piézoélectrique composite.

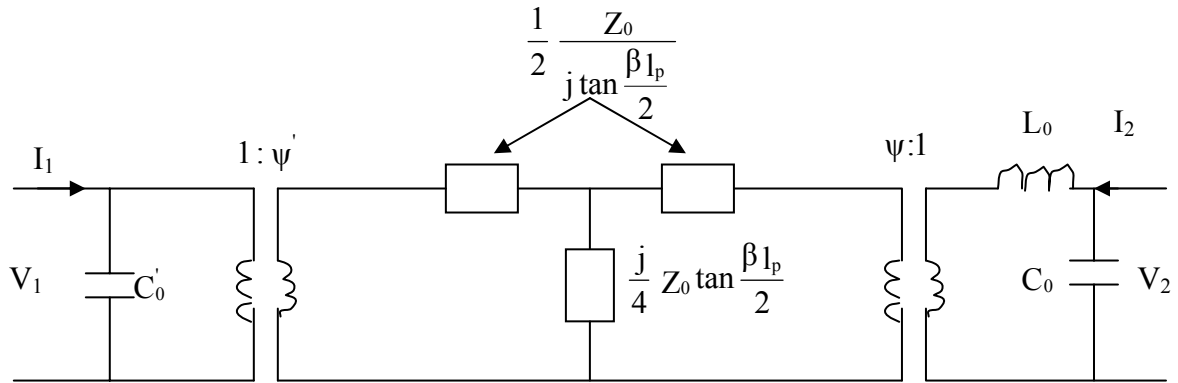
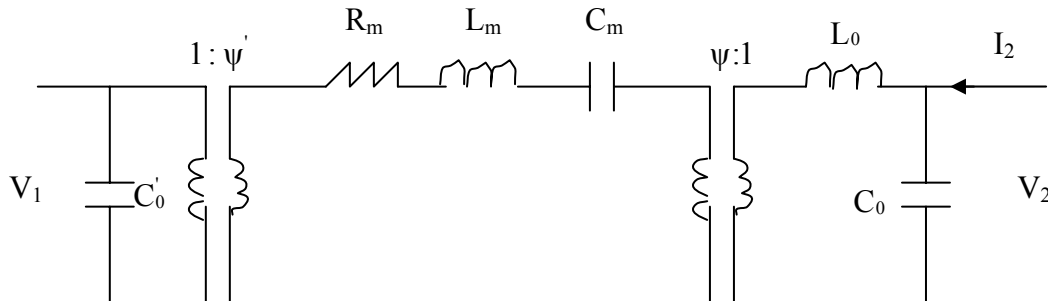


Figure III.9.a- Définition dimensionnelle



$$L_m = \frac{\pi Z_0}{4 \omega_0} = \frac{1}{4} (\rho \cdot \text{volume}); \quad R_m = \frac{\pi Z_0}{4 Q_m}; \quad C_m = \frac{1}{\omega_0^2 L_m}$$

Figure III.9.b- Modèle combiné des deux cellules de base

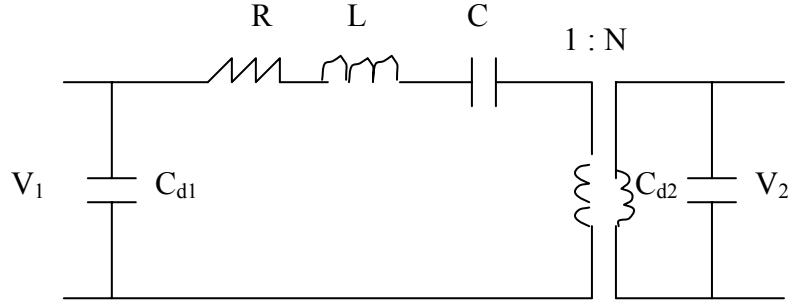


Figure III.9.c- Après avoir ramené les composants du secondaire au primaire

$$L = \frac{\rho A l_{ps}}{4 \psi_2^2} + \frac{\psi_1^2}{\psi_2^2} L_0 ; C = \psi_2^2 \frac{4 l_{ps}}{\pi^2 b_p t_p Y_1^E} ; R = \frac{\pi Z_0}{4 Q_m \psi_2^2} ;$$

$$C_{d1} = \frac{b_p l_{ps} \epsilon_{33}^T \epsilon_0 (1 - k_{31}^2)}{t_p} ; C_{d2} = \frac{b_p t_p \epsilon_{33}^T \epsilon_0 (1 - k_{33}^2)}{l_{pp}} ; N = \frac{\psi_1}{\psi_2} ; \psi_2 = b_p d_{31} Y_{11}^E$$

Figure III.9- Modèle de transformateur piézoélectrique composite.

L'admittance d'entrée

$$Y_{in} = j\omega C_{d1} + \frac{1}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \quad (III.65)$$

Le gain en tension du transformateur

$$G_v(p) = \frac{N C R_{charge} p}{C R_{charge} p + N^2 (1 + C_{d2} R_{charge} p) (1 + C(R + L p) p)} \quad (III.66)$$

Lorsque on remplace l'expression de R en fonction de Q_m on exprime la relation de gain en fonction de Q_m .

$$G_v(p) = \frac{N C R_{charge} p}{C R_{charge} p + N^2 (1 + C_{d2} R_{charge} p) \left(1 + C \left(\frac{\pi Z_0}{4 Q_m \psi_2^2} + L p \right) p \right)} \quad (III.67)$$

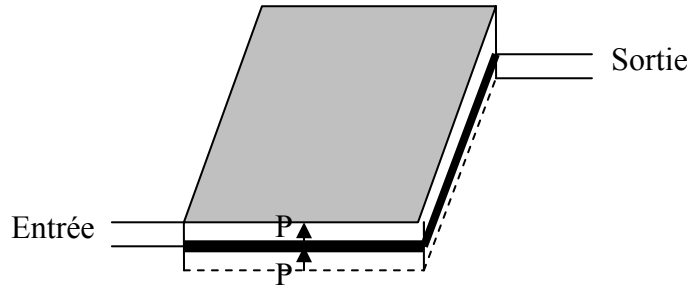
L'efficacité du transformateur

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \left| G_v \right|^2 \frac{R_{charge}}{\text{Re}[Y_{IN}]} = \frac{1}{1 + \left[1 + \left(\omega C_{d2} R_{charge} \right)^2 \frac{N^2 R}{R_{charge}} \right]} \quad (III.68)$$

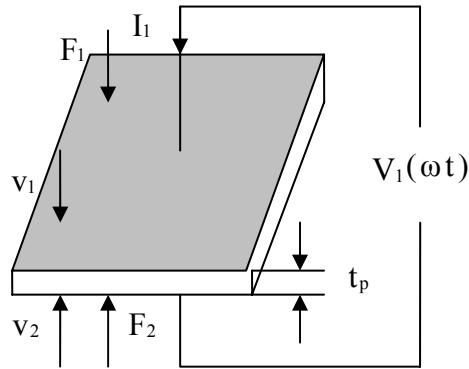
P_1 et P_2 respectivement les puissances d'entrée du transformateur et celle fournie à la charge.

III.5 Modèle du mode de vibration suivant l'épaisseur

Un transformateur piézoélectrique du mode d'épaisseur de 1:1 se compose de large couche d'entrée et de sortie piézoélectriques, comme montré à la figure (III.10).



(a) construction et taille



(b) couche piézoélectrique

Figure III.10- Transformateur piézoélectrique en mode épaisseur.

Dérivation de l'équation d'onde unidimensionnelle

S_3 et D_3 sont choisis pour être les variables indépendantes des équations piézoélectriques linéaires :

$$T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3 \quad (III.69)$$

$$E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3 \quad (III.70)$$

L'équation d'onde unidimensionnelle est donnée par :

$$\rho \frac{\partial u_3^2}{\partial t^2} = c^D \frac{\partial u_3^2}{\partial x_3^2} \quad (III.71)$$

Lorsque $D_3 = D_0 e^{j\omega t}$, et c^D est un nombre réel, la solution de l'équation (III.71) est de la forme :

$$u_3 = (B_1 \sin \beta x_3 + B_2 \sin \beta x_2) e^{j\omega t} \quad (III.72)$$

$$\text{Avec } \beta = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c^D}} \quad (\text{III.73})$$

$$v_s = \sqrt{\frac{\rho}{c^D}} \quad (\text{III.74})$$

Si c^D est un nombre complexe, la solution de l'équation d'onde est une fonction hyperbolique plutôt qu'une représentation sinusoïdale:

$$c^D = c_1^D + j c_2^D \quad (\text{III.75})$$

$$u_3 = (B_1 \sinh \gamma x_3 + B_2 \cosh \gamma x_3) e^{j\omega t} \quad (\text{III.76})$$

$$\text{Où : } \gamma = \alpha + j\beta = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c^D}} \approx \omega \sqrt{\frac{\rho}{c_1^D}} \left(j + \frac{1}{2 Q_m} \right) \quad (\text{III.77})$$

Et $Q_m = \frac{c_1^D}{c_2^D}$: constant mécanique.

Dans l'équation (III.76), B_1 et B_2 peuvent être calculés et exprimés en fonction des vitesses, v_1 et v_2

$$v_1 = \left[\frac{\partial u_3}{\partial t} \right]_{x_1=0} ; \quad (\text{III.78})$$

$$\hat{v}_1 = j\omega B_2 ;$$

$$v_2 = \left[-\frac{\partial u_3}{\partial t} \right]_{x_1=t_p} ; \quad (\text{III.79})$$

$$\hat{v}_2 = -j\omega (B_1 \sinh(\alpha + j\beta)t_p + B_2 \cosh(\alpha + j\beta)t_p) ;$$

De (III.78)-(III.79), B_2 et B_1 sont :

$$B_2 = \frac{1}{j\omega} \hat{v}_1 \quad (\text{III.80})$$

$$B_1 = \frac{1}{-j\omega \sinh(\alpha + j\beta)t_p} (\hat{v}_2 + \hat{v}_1 \cosh(\alpha + j\beta)t_p)$$

$$B_1 = \frac{-1}{j\omega} \left(\frac{\hat{v}_1}{\tanh(\alpha + j\beta)t_p} + \frac{\hat{v}_2}{\sinh(\alpha + j\beta)t_p} \right) \quad (\text{III.81})$$

Les propriétés électriques

$$\hat{I} = j\omega \hat{D}_3 l_p b_p$$

$$\hat{V} = -\int_{t_p}^0 \hat{E}_3 dx_3$$

$$= \int_0^{l_p} (-h_{33} \hat{S}_3 + \beta_{33}^D \hat{D}_3) dx_3 \quad (\text{III.82})$$

$$= -h_{33} \left([\hat{u}_1]_{x_1=t_p} - [\hat{u}_1]_{x_1=0} \right) + t_p \beta_{33}^D \hat{D}_3$$

$$= \frac{c_{33}^D g_{33}}{j\omega} (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + Z_E^{LC} \hat{I} \quad (\text{III.83})$$

Où $h_{33} = c_{33}^D g_{33}$, et Z_E^{LC} est égales à :

$$Z_E^{LC} = \frac{t_p \beta_{33}^D}{j\omega l_p b_p} \quad (\text{III.84})$$

Les forces sont en fonction des vitesses et courant électrique:

$$\hat{V} = \psi (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + Z_E^{LC} \hat{I}$$

$$\hat{F}_1 = \left(\frac{Z_0}{j \tanh \gamma t_p} - \frac{Z_0}{j \sinh \gamma t_p} \right) \hat{v}_1 + \frac{Z_0}{j \sinh \gamma t_p} (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + \psi (V - \psi Z_E^{LC} (\hat{v}_1 + \hat{v}_2)) \quad (\text{III.85})$$

$$\hat{F}_2 = \left(\frac{Z_0}{j \tanh \gamma t_p} - \frac{Z_0}{j \sinh \gamma t_p} \right) \hat{v}_2 + \frac{Z_0}{j \sinh \gamma t_p} (\hat{v}_1 + \hat{v}_2) + \psi (V - \psi Z_E^{LC} (\hat{v}_1 + \hat{v}_2))$$

$$\text{Avec : } \psi = \frac{c_{33}^D g_{33}}{j\omega} \frac{1}{Z_E^{LC}} = \frac{l_p b_p c_{33}^D g_{33}}{t_p \beta_{33}^D} \quad (\text{III.86})$$

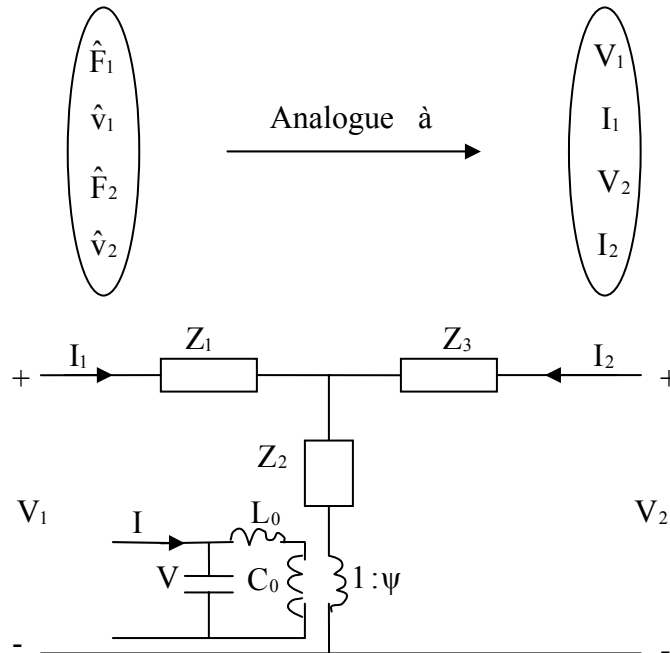


Figure III.11- Modèle de base d'une large plaque piézoélectrique.

$$\text{Avec : } Z_1 = j Z_0 \tan \frac{\beta t_p}{2} ; Z_2 = \frac{Z_0}{j \sin \beta t_p} ; C_0 = \frac{1}{j \omega Z_E^{LC}}$$

$$Z_E^{LC} = \frac{t_p \beta_{33}^S}{j\omega A}; C_0 = \frac{1}{j\omega Z_E^{LC}} = \frac{A \epsilon_{33}^S}{l_p}; L_0 = \frac{1}{\omega^2 C_0}; Z_0 = \frac{A c_{33}^D \gamma}{j\omega}; \psi = \frac{A}{t_p} \frac{c_{33}^D g_{33}}{\beta_{33}^D}$$

III.5.2 Modèle complet

Le circuit équivalent complet du transformateur piézoélectrique vibrant en mode épaisseur est obtenu de la même manière que le cas du mode longitudinal. La Fig (III.12 a-c) montre le modèle d'un transformateur piézoélectrique vibrant en mode épaisseur de rapport 1:1. Cependant, seulement les fréquences autour de la fréquence de résonance du transformateur piézoélectrique sont d'intérêts. Elles permettent de dimensionner le transformateur. La Fig (III.13 a) montre le circuit équivalent résultant de la Fig (III.12 c). Le développement par série de Taylor permet d'écrire l'impédance de la branche mécanique au milieu de la fig (III.13 a) en fonction de ω_0 , et est égal à

$$f(\omega) = \frac{Z_0}{\tanh \frac{r t_p}{2}} \approx \frac{Z_0}{\tanh \frac{\omega t_p}{2v} \left(1 + \frac{j}{2Q_m}\right)} = \frac{Z_0}{\tanh \frac{\beta(\omega_0)}{2} t_p}$$

$$\approx f(\omega_0) + f'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} f''(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (III.87)$$

Supposons que la fréquence de résonance série est ω_0 et

$$\beta(\omega_0) t_p = \pi; \quad (III.88)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi v}{t_p} = \frac{\pi}{t_p} \sqrt{\frac{c_l^D}{\rho}}; \quad (III.89)$$

$$f(\omega_0) \approx Z_0 \frac{e^{\beta t_p} + 1}{e^{\beta t_p} - 1} \approx Z_0 \frac{e^{\frac{\pi}{2Q_m}} - 1}{e^{\frac{\pi}{2Q_m}} + 1} \approx Z_0 \frac{\frac{\pi}{2Q_m}}{2 + \frac{\pi}{2Q_m}} \approx \frac{\pi}{4Q_m}; \quad (III.90)$$

$$f'(\omega_0) \approx Z_0 \frac{-2e^{\beta t_p}}{(e^{\beta t_p} - 1)^2} \frac{\pi}{\omega_0} \left(j + \frac{1}{2Q_m}\right) \approx \frac{2\pi Z_0}{\omega_0} \left(j + \frac{1}{2Q_m}\right) \frac{\left(1 + \frac{\pi}{2Q_m}\right)}{\left(4 + \frac{\pi}{Q_m}\right)} \quad (III.91)$$

$$\approx \frac{\pi Z_0}{2\omega_0} j$$

posant $\omega = \omega_0 + \delta$, et substituant la dans (III.87). L'approximation au premier ordre nous donne:

$$f(\omega_0 + \delta) \approx f(\omega_0) + f'(\omega_0) \delta = \frac{\pi Z_0}{4 Q_m} + j \frac{\pi Z_0}{2 \omega_0} \delta \quad (\text{III.92})$$

$$f_{LC}(\omega) = R_m + j \sqrt{\frac{L_m}{C_m}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx f_{LC}(\omega_0) + f'_{LC}(\omega - \omega_0); \quad (\text{III.93})$$

$$f_{LC}(\omega_0 + \delta) \approx R + f'_{LC}(\omega_0) \delta = R_m + 2 j L_m \delta \quad (\text{III.94})$$

L'égalisation de (III.92) et (III.94) permet de représenter le circuit équivalent de la figure (III.13.b) et calculer les composantes R_m , L_m et C_m à partir des formules:

$$R_m = \frac{\pi Z_0}{4 Q_m}, \quad (\text{III.95})$$

$$L_m = \frac{\pi Z_0}{4 \omega_0} = \frac{\pi A \sqrt{\rho Y_1^D}}{4 \frac{\pi}{t_p} \sqrt{\frac{Y_1^D}{\rho}}} = \frac{1}{4} (\rho \cdot \text{volume}); \quad (\text{III.96})$$

$$C_m = \frac{1}{\omega_0^2 L_m} = \frac{4}{\pi \omega_0 Z_0} = \frac{4 t_p}{\pi^2 b_p l_p Y_1^D}, \quad (\text{III.97})$$

Où t_p est seulement la moitié de l'épaisseur du transformateur piézoélectrique 1:1; en conséquence, le volume dans (III.96) est réellement la moitié du vrai volume. La fig (III.13) montre le circuit équivalent finale du transformateur piézoélectrique 1:1 quand la branche mécanique est ramenée au primaire du transformateur piézoélectrique.

Les valeurs des composantes du circuit équivalent RLC calculées à partir des paramètres physiques de la céramique sont :

$$R = \frac{\pi Z_0}{4 Q_m \psi^2}; \quad L = \frac{\pi Z_0}{4 \omega_0 \psi^2} + 2 L_0; \quad C = \frac{4 \psi^2}{\pi \omega_0 Z_0} \quad (\text{III.98})$$

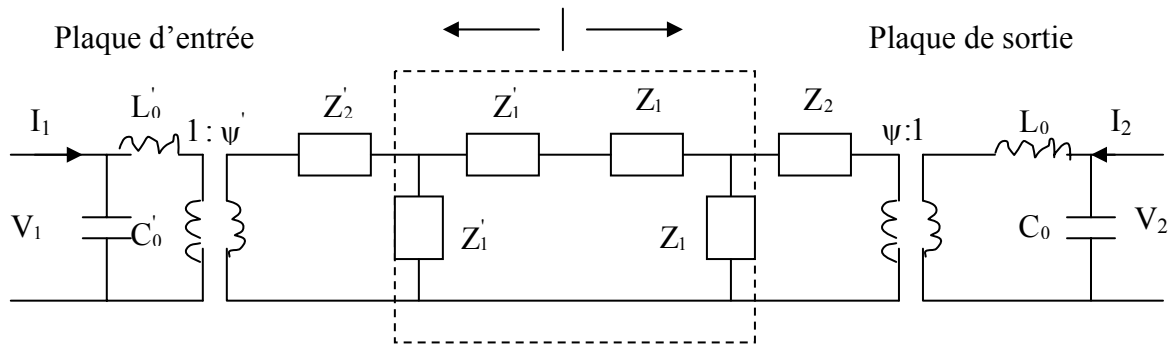


Figure III.12.b- Modèle combiné de deux cellules de base

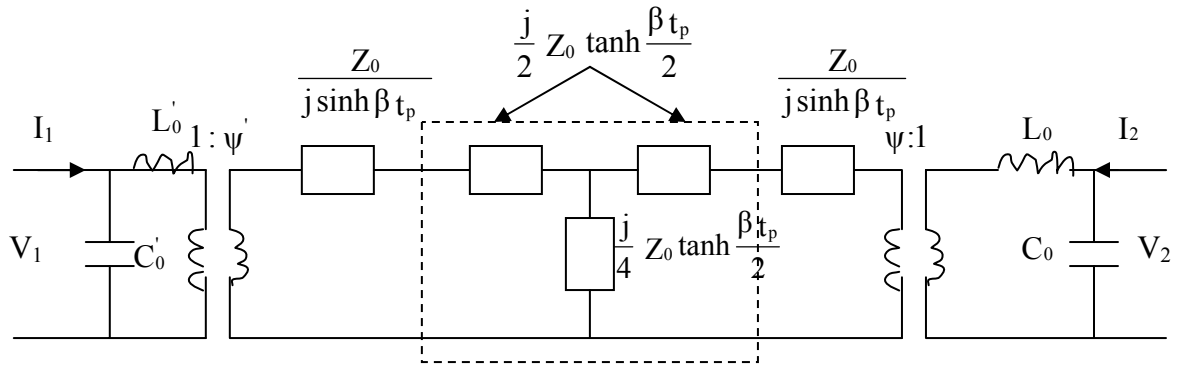


Figure III.12.c- Transformation des impédances configuration π/T

Figure III.12- Construction de transformateur piézoélectrique épaisseur

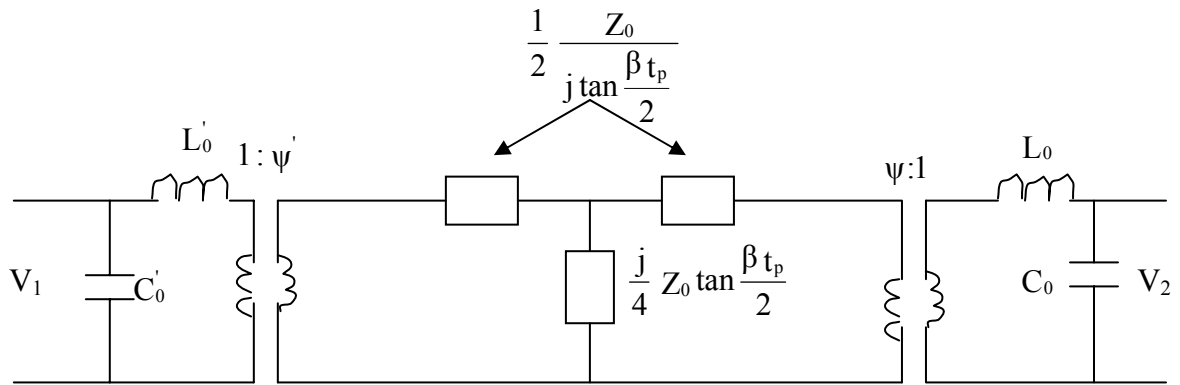
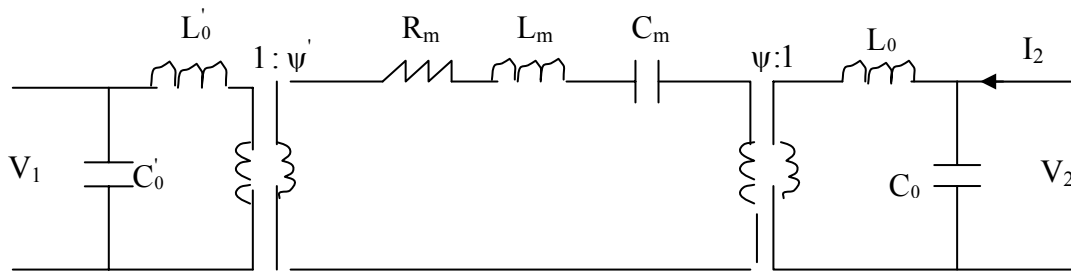


Figure III.13.a



$$L_m = \frac{\pi Z_0}{4 \omega_0} = \frac{1}{4} (\rho \cdot \text{volume}); \quad R_m = \frac{\pi Z_0}{4 Q_m}; \quad C_m = \frac{1}{\omega_0^2 L_m}$$

Figure III.13.b

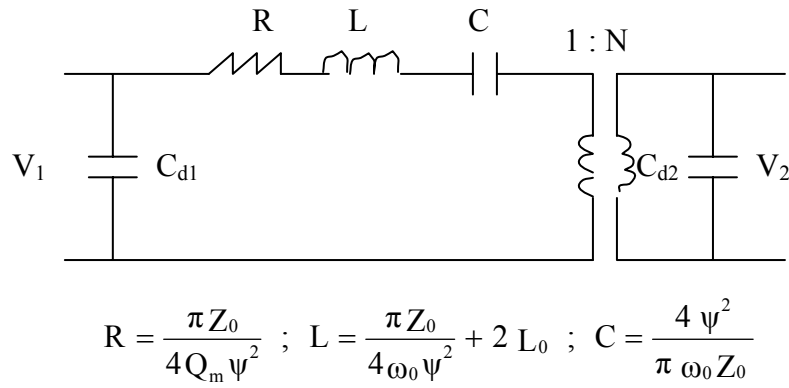


Figure III.13.c

Figure III.13- Circuit complet du transformateur piézoélectrique vibrant en épaisseur.

III.6 Simulation

Pour chaque caractéristique d'un transformateur piézoélectrique donnée, on trace son efficacité en fonction de la charge. Ceci est obtenu de la caractéristique admittance à vide en fonction de la fréquence et le gain en fonction de la charge.

III.6.1 Transformateur piézoélectrique composite

N°	R(Ω)	L(mH)	C(pF)	Cd1(pF)	Cd2(pF)	lc(mm)	bp(mm)	tp(mm)	f(KHZ)	N
1	68.5	149.2	37.7	811	7.33	50	8	1.5	68.5	5.16
2	19	61.51	36.4	754	2.4	33	5	1	105	12
3	19	72.6	40.96	768.82	27.819	33	5	1	92	12

Pour le transformateur N°1 ($V_1 = 0.082$ volt, $V_2 = 0.423$ volt)

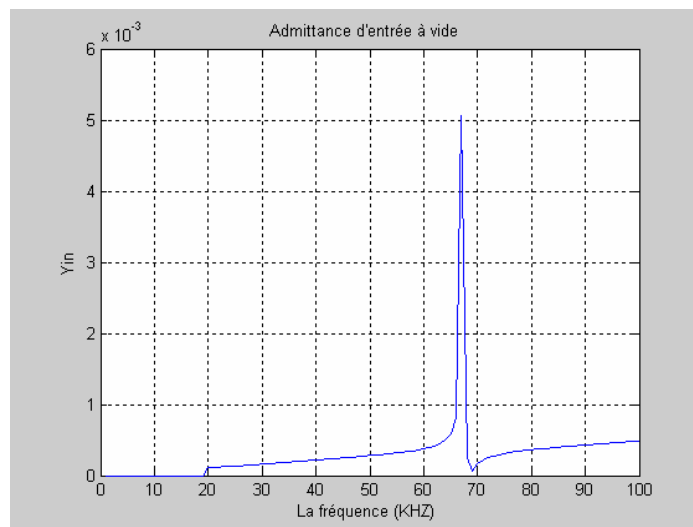


Figure III.14 - Admittance d'entrée à vide

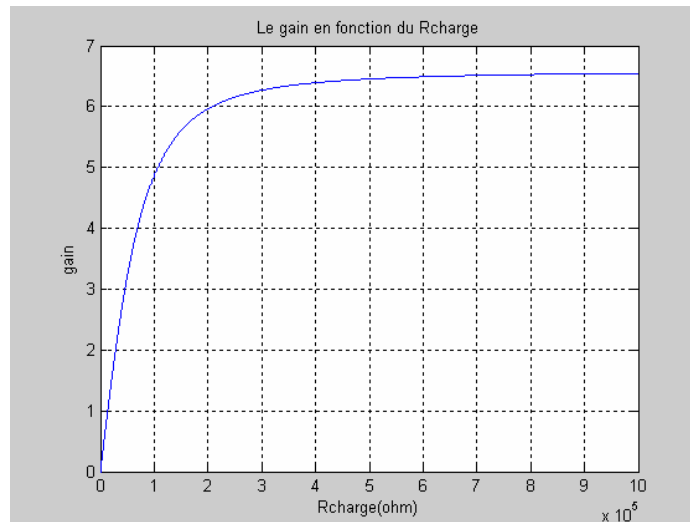


Figure III.15– Le gain du transformateur

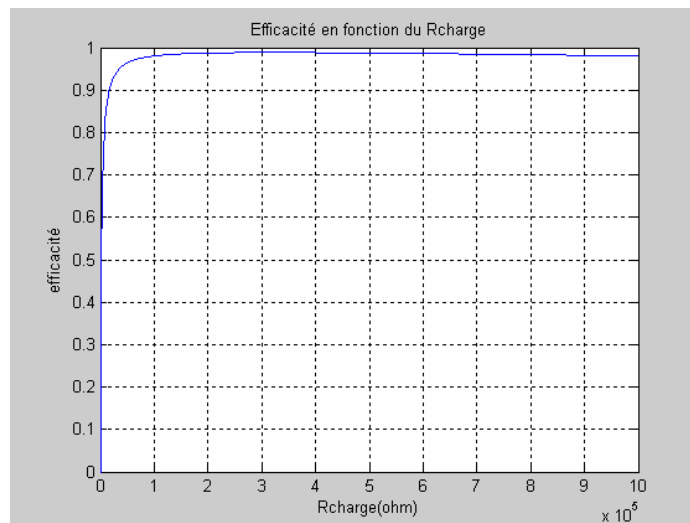


Figure III.16– L'efficacité du transformateur

Pour le transformateur N°2 (primaire $\neq$ secondaire) ($V_1 = 0.051$ volt ; $V_2 = 0.612$ volt)

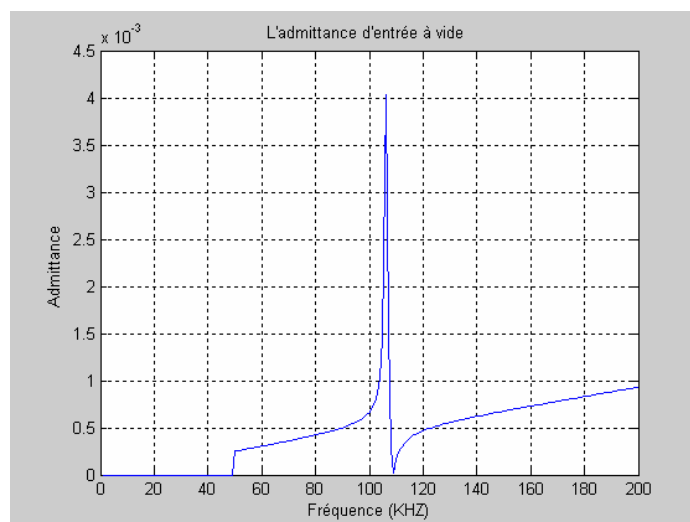


Figure III.17 - Admittance d'entrée à vide

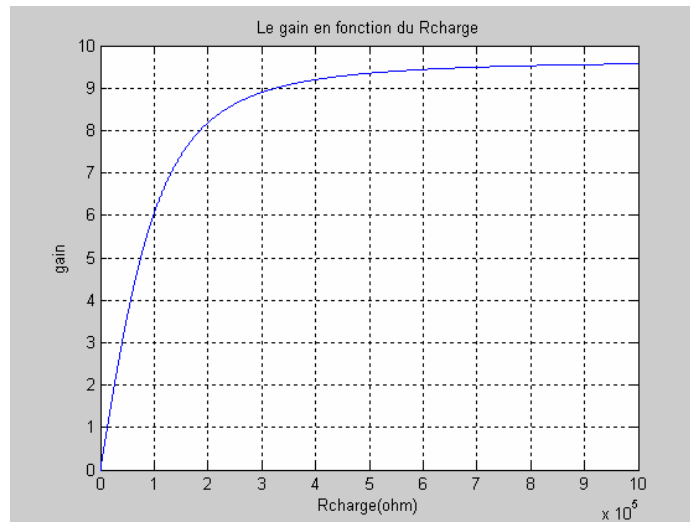


Figure III.18– Le gain du transformateur

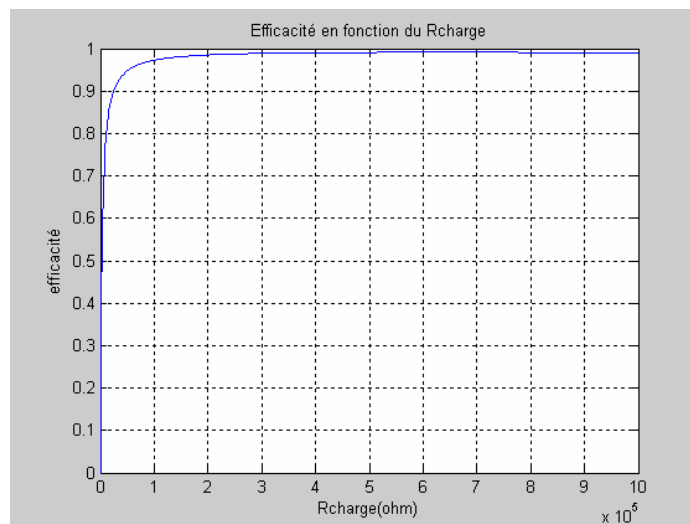


Figure III.19– L'efficacité du transformateur

Pour le transformateur N°3 (primaire = secondaire) ($V_1 = 0.051$ volt ; $V_2 = 0.612$ volt)

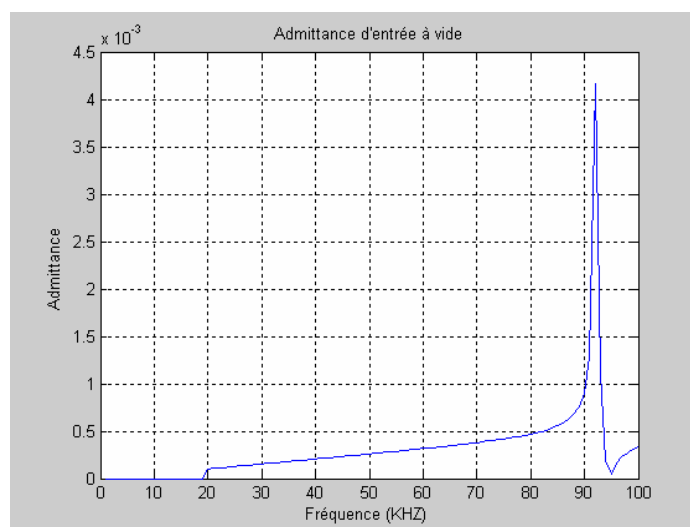


Figure III.20 - Admittance d'entrée à vide

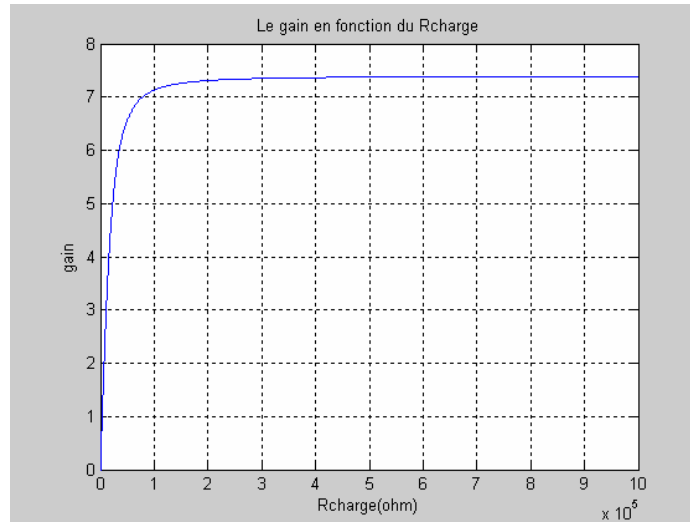


Figure III.21– Le gain du transformateur

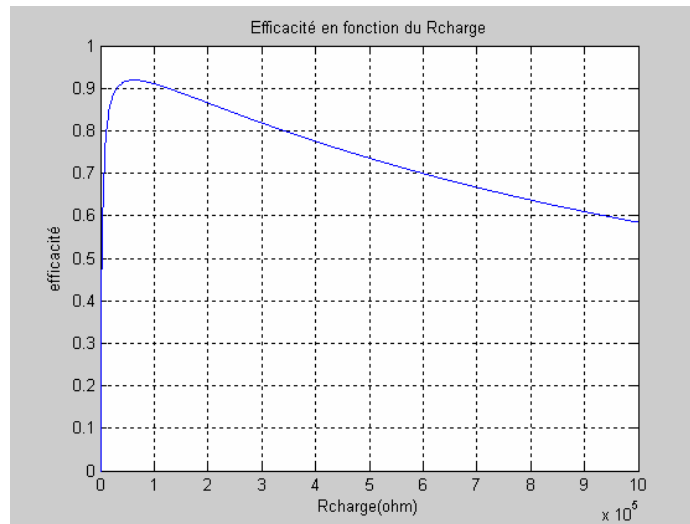


Figure III.22– L'efficacité du transformateur

A partir des équations régissant le système, la modélisation analytique détaillée de chaque structure est étudiée. Les résultats de simulation montrent bien que:

- La pulsation correspondant au gain maximum dépend fortement de la résistance de charge placée au secondaire et en effet, par analogie électromécanique, il est possible de considérer qu'une charge électrique au secondaire du transformateur est équivalente à une contrainte mécanique appliquée au transformateur, qui induit le changement des conditions limites du résonateur et par conséquent la fréquence de résonance.
- Le gain est maximum pour une résistance de charge tendant vers l'infinie et il est nul pour une résistance de charge nulle.

- Pour une charge R_{charge} donnée, les fonctions de transfert du gain, et l'efficacité du transformateur sont très fortement dépendantes de la fréquence de fonctionnement. L'évolution de l'admittance en fonction de la fréquence utilisé pour le dimensionnement montre que le transformateur, est plus performant au voisinage de la résonance.
- L'efficacité dépend des caractéristiques du transformateur. La figure (III.19) a été tracé pour une longueur de la céramique du primaire différente de celle du secondaire tout en conservant le rapport de transformation ($N=12$). L'efficacité est très proche de 1. Cependant pour un transformateur ayant les mêmes dimensions de la céramique du primaire et du secondaire, figure (III.22), l'efficacité maximale est proche de 90 % entre $R_{\text{charge}} = 0 - 10^5$ et tend à décroître pour des valeurs supérieures à $10^5 \Omega$. L'efficacité est médiocre par rapport au transformateur ayant les différentes dimensions du primaire et du secondaire.
- Il est à remarquer, qu'une forte valeur de R_{charge} donne une meilleure performance (efficacité plus élevé) car le calcul de l'efficacité ne tient compte que des pertes mécaniques (résistance R), les pertes diélectriques sont négligées. Le schéma électrique de la figure (III.13.c), nous permet d'exprimer l'efficacité en fonction de la

$$\text{charge } \eta = \frac{R_{\text{charge}}}{R_{\text{charge}} + R}.$$

Influence du facteur de qualité mécanique Q_m sur le gain (pour le transformateur N°1)

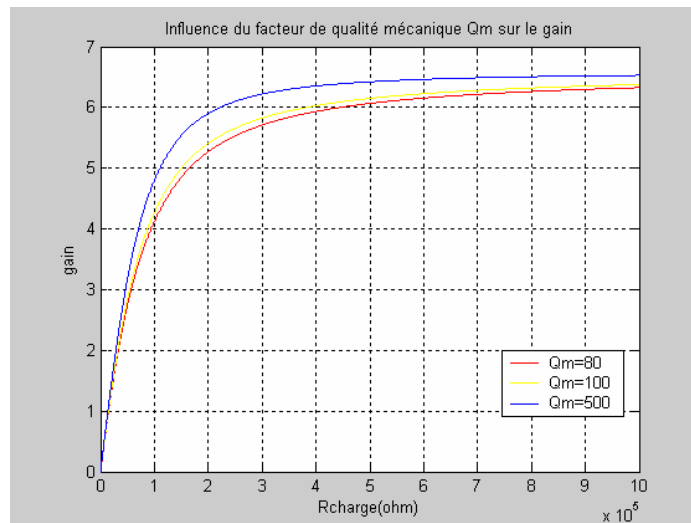


Figure III.23– Influence du facteur de qualité Q_m sur le gain

Les valeurs des différents paramètres du matériau piézoélectrique sont utilisés empruntées à la référence [26] sont utilisés. Toutefois, le facteur de qualité mécanique peut difficilement être

connu a priori. Ce paramètre est donné pour des conditions d'utilisation de la céramique quasi-idéales, c'est-à-dire qu'il a été mesuré pour le premier mode de résonance, à faible fréquence et sur un barreau non collé.

Ce facteur caractérise les pertes mécaniques. On constate bien d'après la Figure III.23 que le gain dépend du facteur de qualité de la céramique utilisée.

III.6.2 Transformateur piézoélectrique épaisseur

N°	R(Ω)	L(mH)	C(pF)	Cd1(pF)	Cd2(pF)	l_p (mm)	b_p (mm)	t_c (mm)	f(MHZ)	N
1	40	0.31	47	470	470	20	20	3.2	1.3	0.147
2	2.23	0.0334	219.1	2610	9520	20	20	2	1.88	0.523
3	3.07	0.47	30.7	434	434	20	20	3.66	1.3	1

Pour le transformateur N°1 ($V_1 = 5.459$ volt, $V_2 = 0.802$ volt)

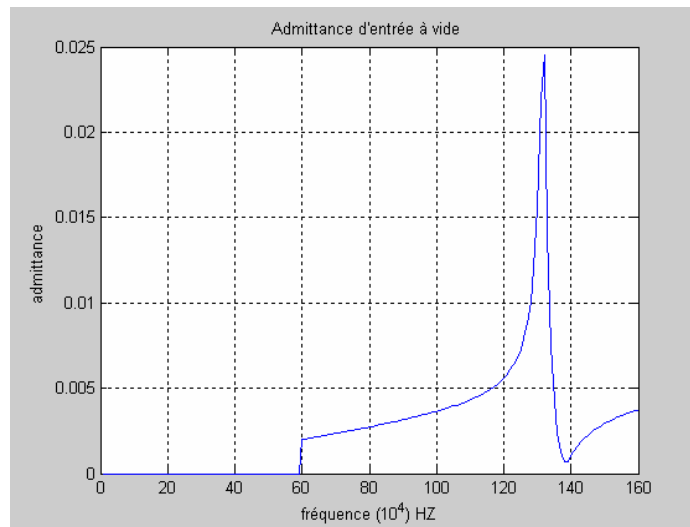


Figure III.24 - Admittance d'entrée à vide

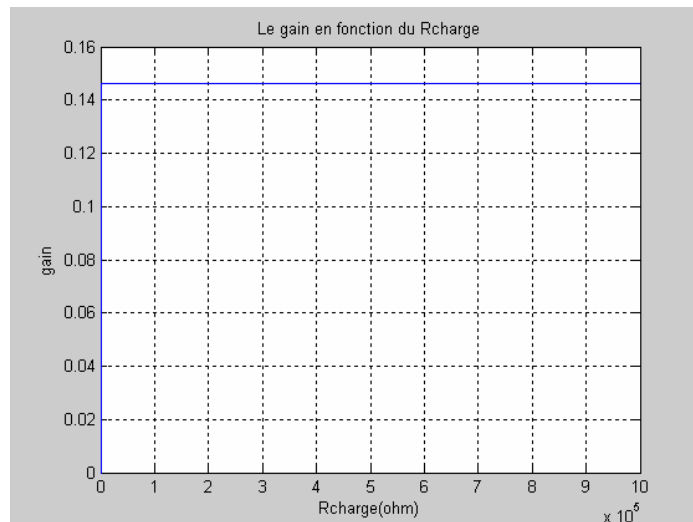


Figure III.25– Le gain du transformateur

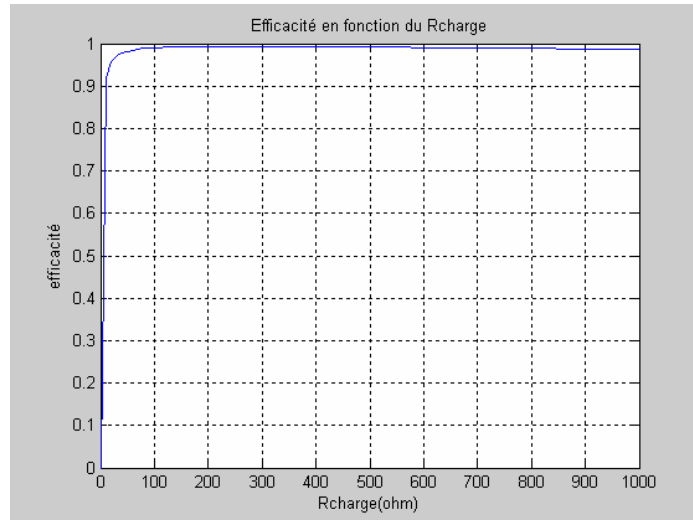


Figure III.26– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0, 1000] \Omega$

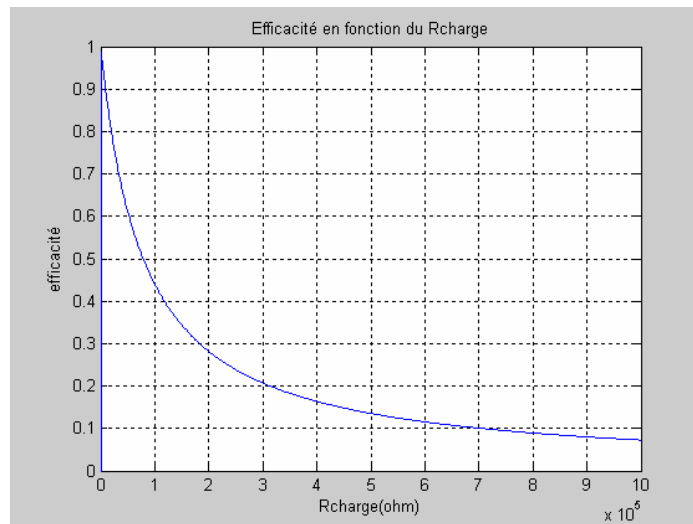


Figure III.27– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0, 10^6] \Omega$

Pour le transformateur N°2 ($V_1 = 34.736$ volt, $V_2 = 18.166$ volt)

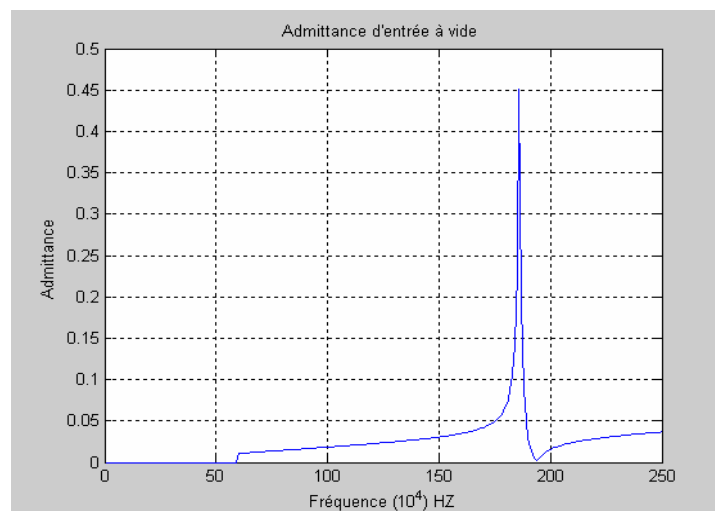


Figure III.28 – Admittance d'entrée à vide

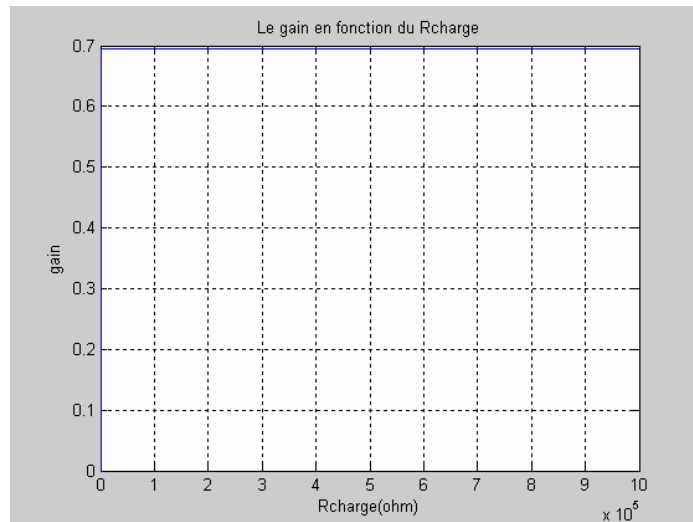
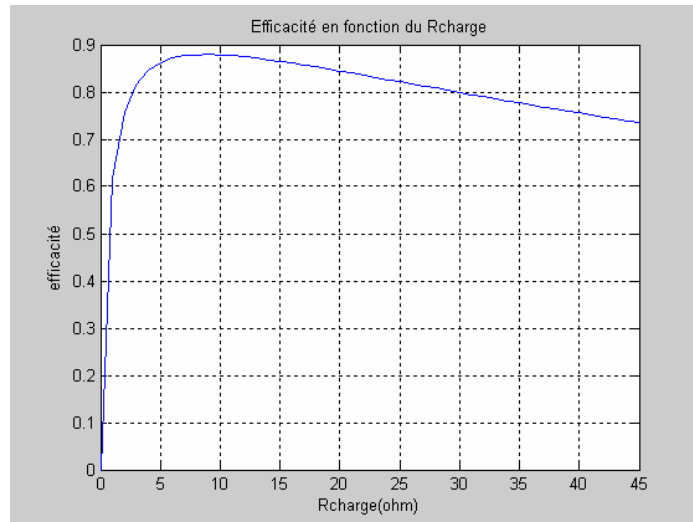
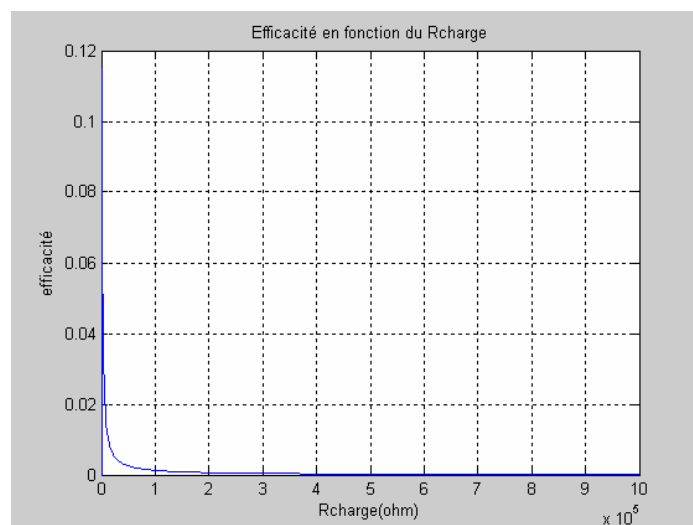


Figure III.29– Le gain du transformateur

Figure III.30– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0, 45] \Omega$ Figure III.31– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0, 10^6] \Omega$

Pour le transformateur N°3 ($V_1 = 0.406$ volt, $V_2 = 0.406$ volt)

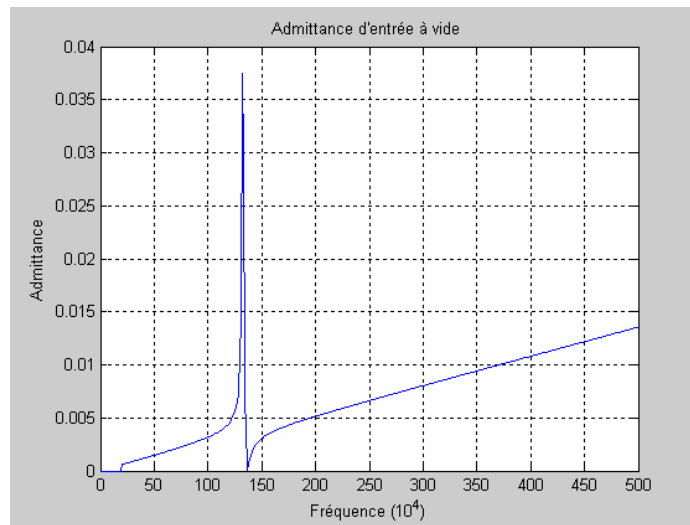


Figure III.32 – Admittance d'entrée à vide

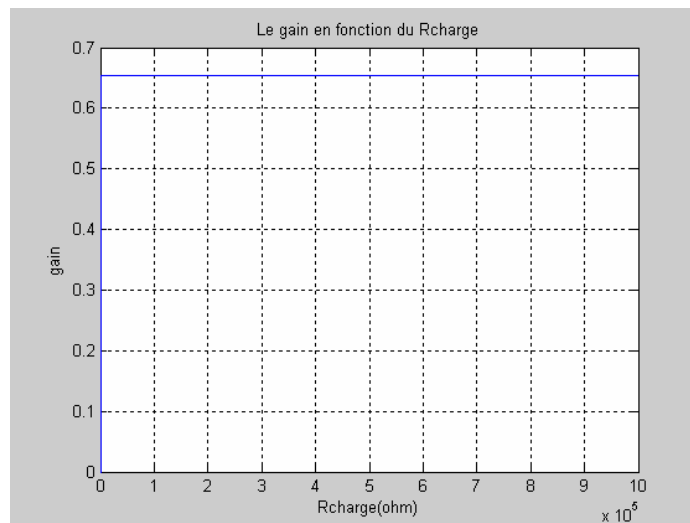


Figure III.33– Le gain du transformateur

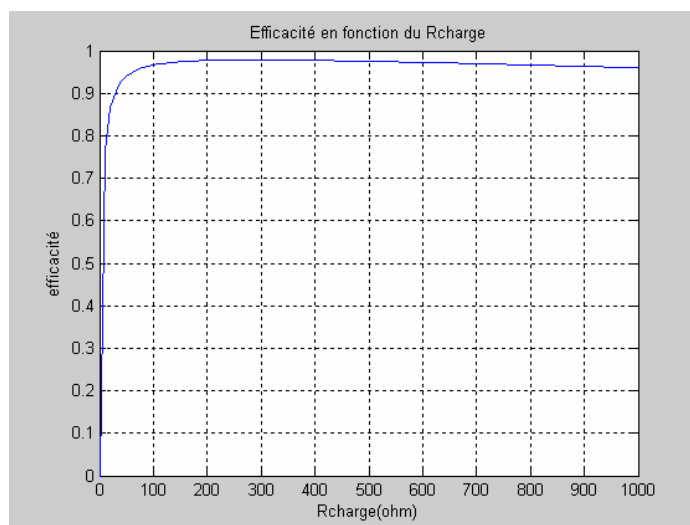


Figure III.34– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0,1000]\Omega$

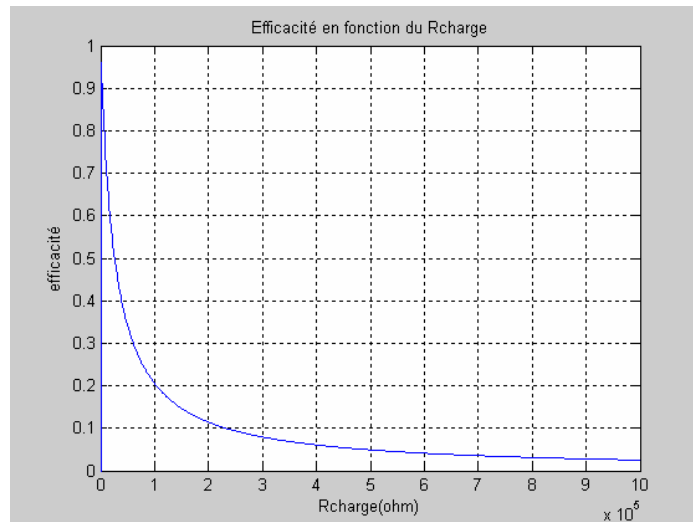


Figure III.35– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0, 10^6] \Omega$

- Le module du gain en tension et l'efficacité du transformateur en fonction de la résistance de charge sont représentés sur les (Fig (III.25), Fig (III.26), Fig (III.27), Fig (III.29), Fig (III.30), Fig (III.31), Fig (III.33), Fig (III.34), Fig (III.35)). Ces réseaux de courbe nous permettent de voir, dès à présent, l'incidence du paramètre R_{charge} sur l'efficacité maximum. On remarque que l'efficacité du transformateur tend vers 1 (meilleure performance) pour un rapport de transformation N compris entre 0 et 1 et une résistance de charge de l'ordre du $k\Omega$. En revanche, pour la même valeur de R_{charge} ($10^6 \Omega$) connectée au transformateur vibrant en mode longueur la caractéristique de l'efficacité tend vers 0. on déduit à partir de cela que les transformateurs vibrant en mode épaisseur sont plus efficaces pour des faibles charges.
- Conformément à la relation (III.66) du gain en tension, les courbes obtenues varient très peu avec la charge. Elles sont très proches du gain maximum du transformateur, à la fréquence de résonance, pour un fonctionnement à vide.

III.6.3 Transformateur en couche mince ($V_1 = 1.020$; $V_2 = 0.149$)

$R(\Omega)$	$L(\mu H)$	$C(pF)$	$Cd1(pF)$	$Cd2(pF)$	$l_p(mm)$	$b_p(mm)$	$t_c(\mu m)$	$f(MHZ)$	N
8.37	7.915	120.3	5790	5790	20	20	250	5	0.147
0.09662	232.789	226.46	3321.3	3321.3	20	20	450	6.8	0.147

Pour le transformateur N°1 :

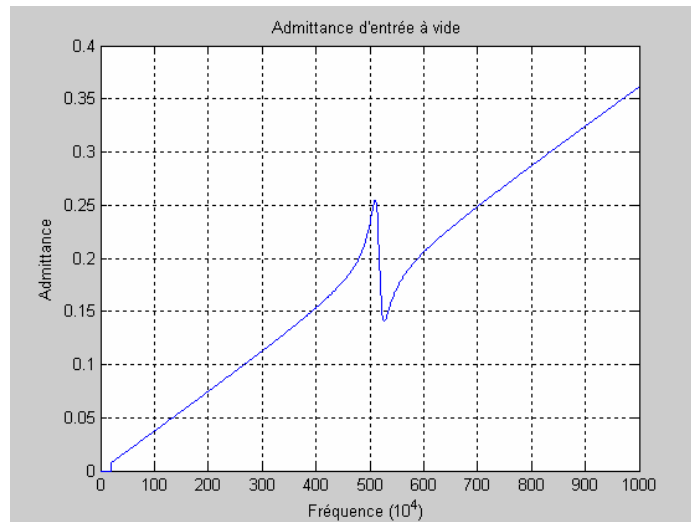


Figure III.36 – Admittance d'entrée à vide

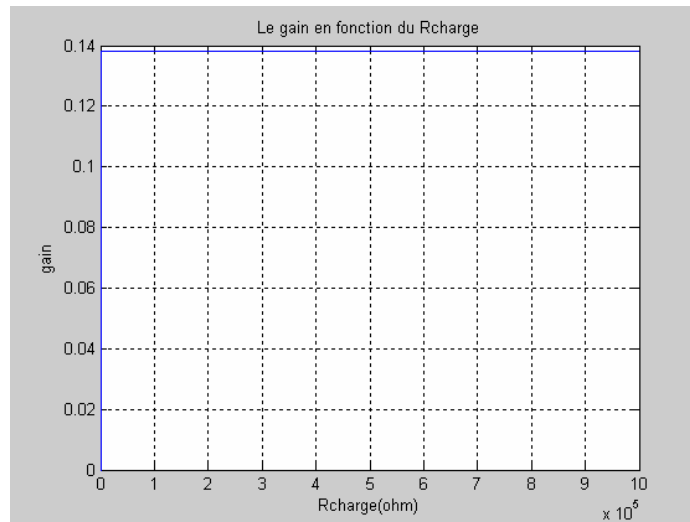
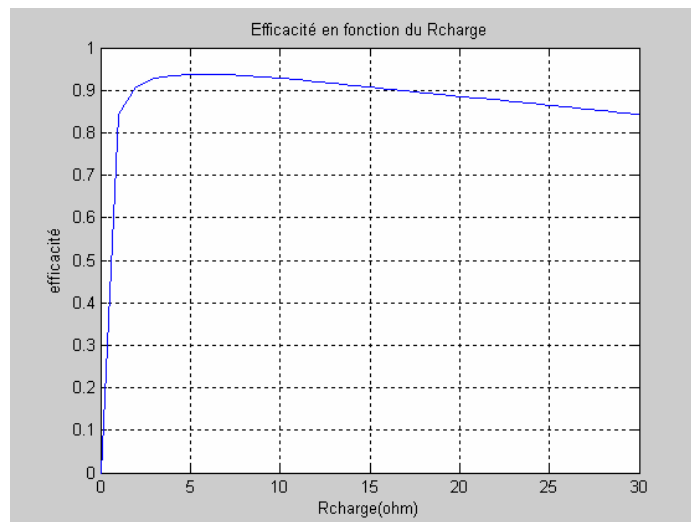


Figure III.37– Le gain du transformateur

Figure III.38– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0,30]\Omega$

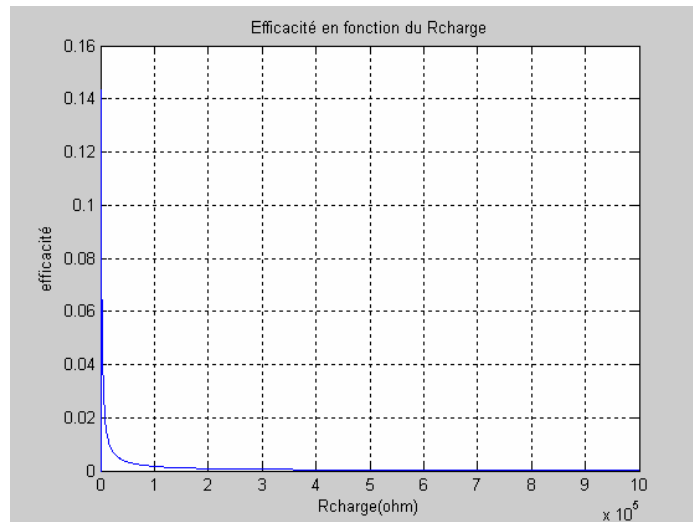


Figure III.39– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0, 10^6] \Omega$

Pour le transformateur N°2 :

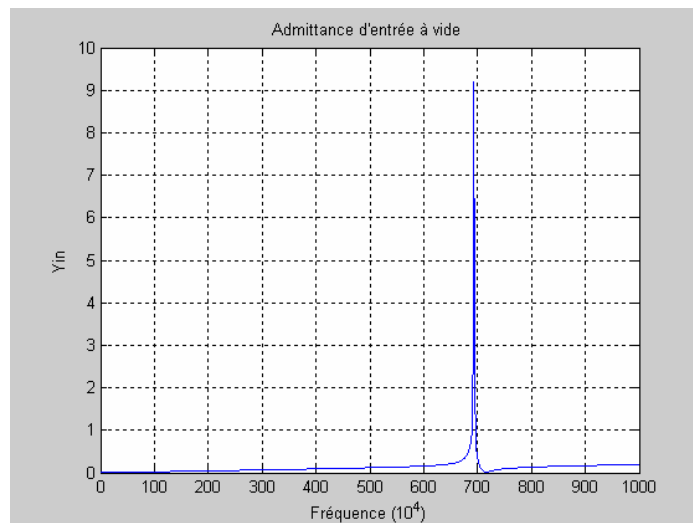


Figure III.40– Admittance d'entrée à vide

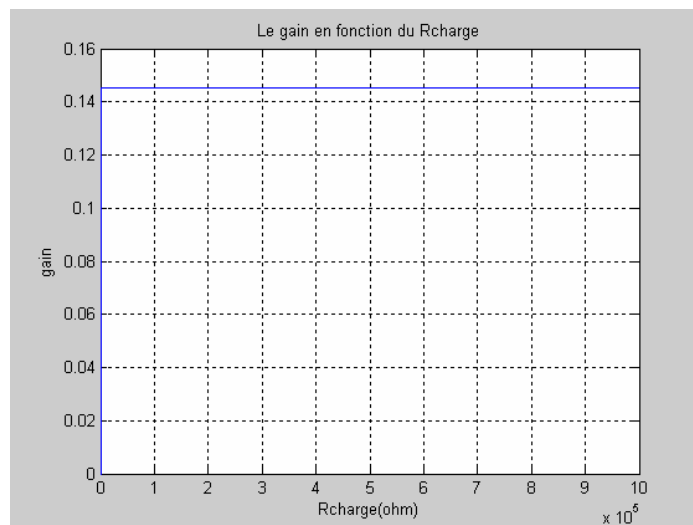


Figure III.41– Le gain du transformateur

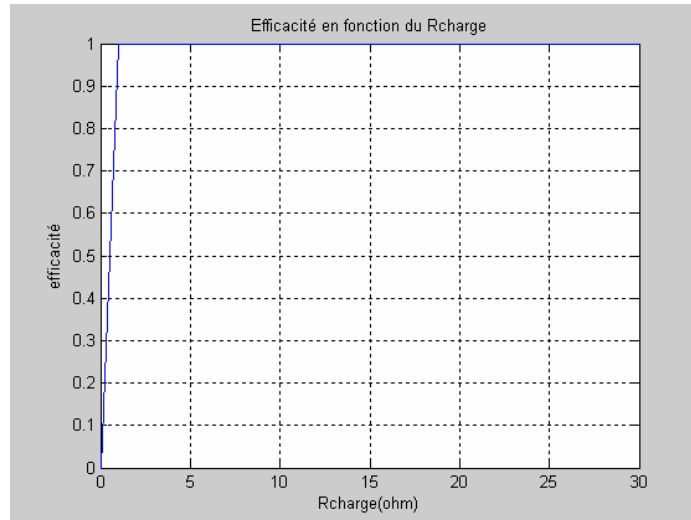


Figure III.42– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0,30]\Omega$

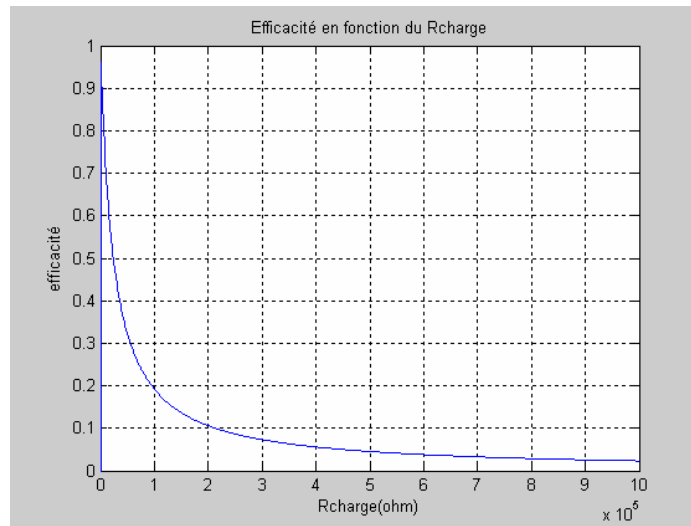


Figure III.43– L'efficacité du transformateur pour $R_{\text{charge}} \in [0,10^6]\Omega$

L'analyse du comportement du transformateur 1 ($t_c=250\mu\text{m}$) et 2 ($t_c=450\mu\text{m}$) nous a permis de confirmer les performances des couches piézoélectriques déposées sur un substrat, exposé dans le chapitre II. La simulation est faite pour deux points de fonctionnement différents du transformateur par rapport au moment induit.

Pour une couche active d'épaisseur ($t_c=250\mu\text{m}$ et $t_c=450\mu\text{m}$) et pour une charge de l'ordre de $M\Omega$, l'efficacité tend vers zéro par contre la forme de la caractéristique du gain en tension est conservée. En revanche des faibles valeurs de R_{charge} s'approche de 1 pour le premier transformateur et asymptotique à 1 pour le deuxième de transformateur dont la couche active est de $450\mu\text{m}$. Cette valeur correspond au maximum du moment induit. Il y a lieu de conclure que les performances du transformateur dépendent de l'épaisseur par rapport au maximum de la courbe du moment induit.

III.6.4 Filtre passe bande

Le transformateur piézoélectrique est utilisé comme filtre passe bande dont le schéma de simulation équivalent est le suivant :

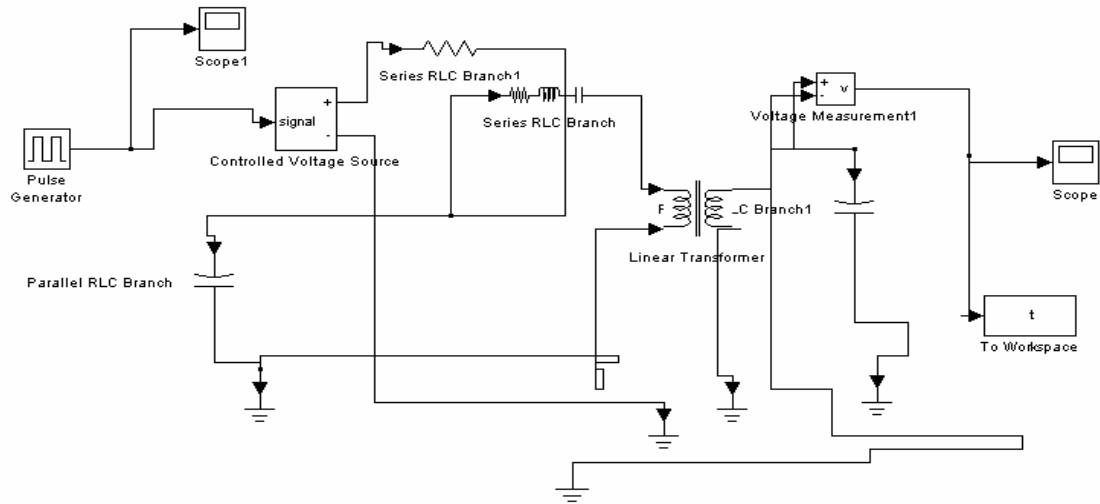


Figure III.44- Schéma de simulation

III.6.4.1 Tension d'entrée :

C'est une tension de forme carrée d'amplitude égale 1 et de fréquence égale 50 HZ.

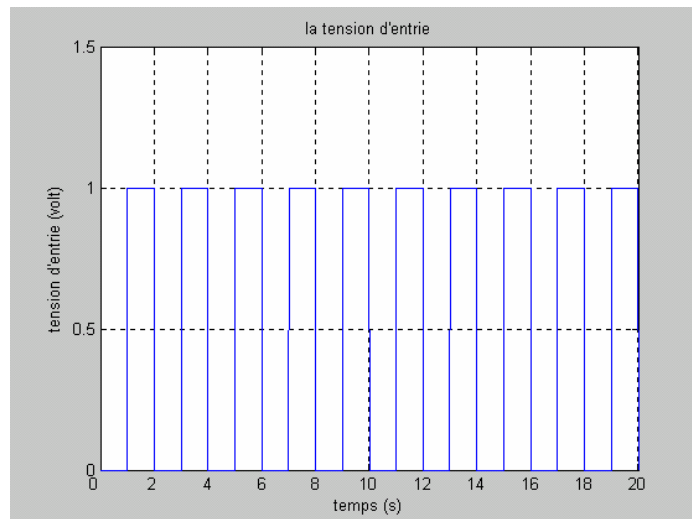


Figure III.45- Tension d'entrée

III.6.4.2 Tension de sortie

C'est une tension de forme sinusoïdale, correspondant aux paramètres du transformateur piézoélectrique suivant :

$R=30 \, \Omega$; $L=0.47 \times 10^{-4} \, \text{H}$; $C=265 \times 10^{-12} \, \text{F}$; $C_{d2}=144 \times 10^{-6} \, \text{F}$; $C_{d1}=144 \times 10^{-12} \, \text{F}$; $N=5.16$.

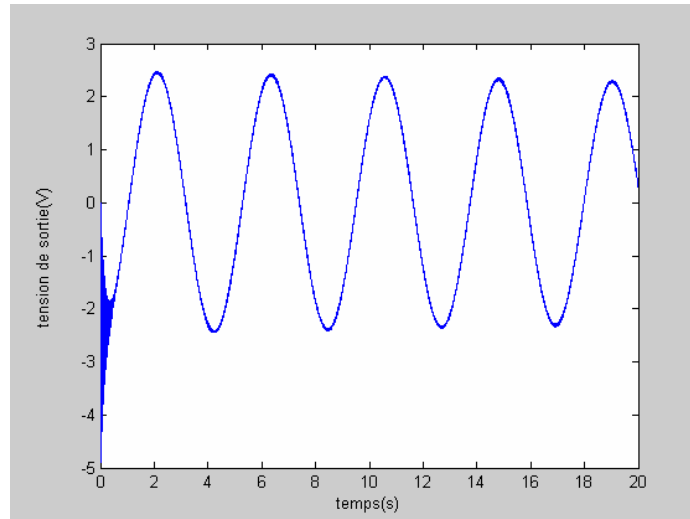


Figure III.46- Tension de sortie purement sinusoïdale

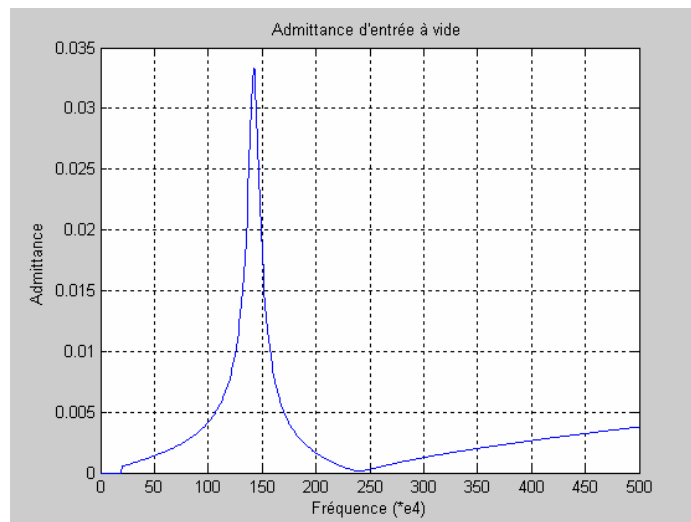


Figure III.47- Admittance d'entrée à vide

La fréquence de résonance est $f=1.4 \, \text{MHZ}$.

Le transformateur peut être utilisé comme filtre bande. L'étude a été menée sur un transformateur en mode épaisseur. Un signal carré de fréquence 50 HZ, représentant en fait la superposition des plusieurs signaux, est appliqué à l'entrée du transformateur. La bande de fréquence désirée dépend des dimensions et des caractéristiques du transformateur utilisé.

Dans notre cas, nous avons simulé un transformateur susceptible d'être utilisé comme filtre en

Haute fréquence d'une largeur de bande de [1.225, 1.575] MHz. La fondamentale est obtenue à une fréquence de 1.4 MHz.

III.6.4.3 L'influence des composants de transformateur sur la tension de sortie

Avec le même signal d'entrée, un changement d'un des paramètres peut influencer sur la tension de sortie.

- On augmente la valeur de la résistance $R=1000\ \Omega$.

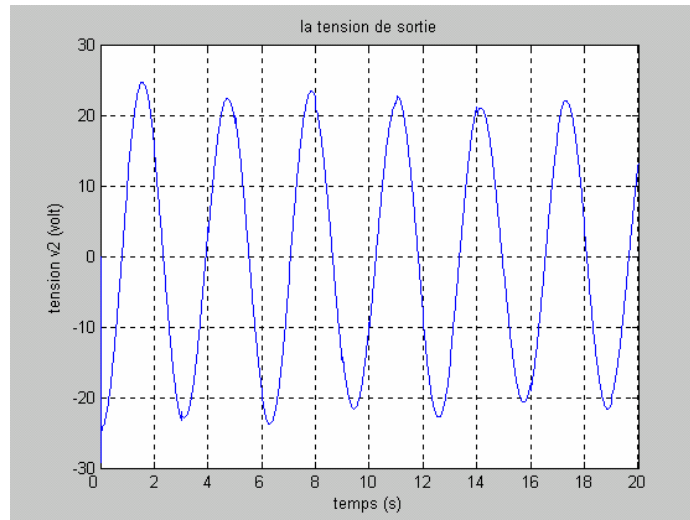


Figure III.48- Tension de sortie à $R=1000\ \Omega$

On remarque que le signal de sortie n'est pas purement sinusoïdal.

- On augmente la valeur de la capacité shunt $C=0.000009F$.

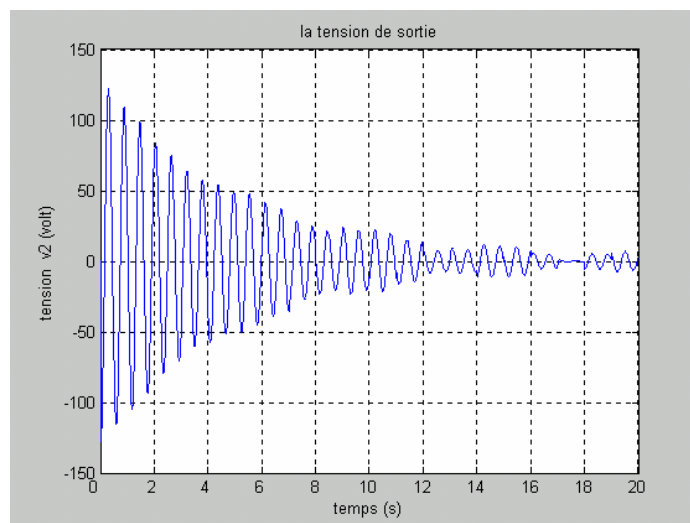


Figure III.49- Tension de sortie à $C=0.000009F$

On remarque que le signal de sortie est de forme amortie.

III.7 Conclusion

Comme application aux micro-systèmes, deux types de transformateurs piézoélectriques sont exposés dans ce chapitre. L'un est en couches minces de dimension micrométrique et peut être intégré sur le même substrat que le circuit électronique qu'il alimente et l'autre est de dimension plus grande de l'ordre des millimètres (transformateur piézoélectrique composite). Le transformateur piézoélectrique comme filtre passe bande est simulé. Les valeurs des gains des transformateurs vibrant en mode épaisseur dans le cas du composite et en couche mince, montrent que les transformateurs en couche mince sont plus adaptés en HF. La différence des gains s'explique par le fait que le point de fonctionnement est proche de la valeur maximale (voir courbe du moment induit chapitre II) du moment induit dans le cas du transformateur en couche mince. Les transformateurs vibrant en mode épaisseur sont utilisés comme abaisseur de tension, et ceux vibrant en mode longueur plutôt comme élévateur.

Chapitre IV

Contrôle actif des vibrations

IV.1 Introduction

Tous les structures flexibles et équipements aérospatiales et maritimes souffrent de vibrations indésirables qu'il est nécessaire de contrôler en temps réel dans la mesure du possible avec le minimum d'altérations de la structure d'origine.

Le concept de base du contrôle passif de vibration est de modifier les propriétés dynamiques (masse, rigidité, ... etc.) de la structure mécanique à contrôler par l'adjonction d'éléments tels que des ressorts ou raidisseurs, de masses localisées, d'amortisseurs ... etc.

Le contrôle actif de vibrations consiste à analyser (amplitude, fréquences) les vibrations mécaniques d'une structure à l'aide de la fonction capteur d'éléments piézoélectriques puis via des processeurs, à injecter suivant une loi de contrôle un potentiel électrique approprié à des éléments piézoélectriques, servant d'actionneur, judicieusement placés pour annihiler certains modes de vibration indésirables.

La suppression de vibration des structures flexibles et l'utilisation de l'alliage PZT comme capteur et actionneur ont suscité beaucoup d'intérêt ces dernières années, surtout dans le domaine de l'aéronautique [2].

Dans ce chapitre, le contrôle actif d'un système multivariable d'entrée, multivariable de sortie (MIMO) est étudié et comparé au système monovariable (SISO). Le système est composé de deux actionneurs et de deux capteurs piézoélectriques, répartis sur une poutre flexible, permettant le contrôle et la commande automatique du système.

IV.2 Notions de gouvernabilité et d'observabilité

IV.2.1 Gouvernabilité ou contrôlabilité d'état

Un processus est dit complètement gouvernable si toute transition désirée de l'état du processus peut être effectuée en un temps fini par les variables de commande [2]

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (IV.1)$$

Lorsque A et B sont des matrices à termes constants, il est possible de définir :

$$G = [B \ AB \ A^2 B \ \dots \ A^{m-1} B] \quad (IV.2)$$

La matrice G est appelée matrice de contrôlabilité. Le système est complètement gouvernable si et seulement si G est de rang m, nombre de composantes du vecteur d'état x.

IV.2.2 Observabilité

Un processus est dit complètement observable si toute transition de l'état du processus affecte tôt ou tard les variables de sortie [2]

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (IV.3)$$

$$O = [C^t \ A^t C^t \ (A^t)^2 C^t \ \dots \ (A^t)^{m-1} C^t]$$

La matrice O définit la matrice d'observabilité. Le système est complètement observable si et seulement si O est de rang m, nombre de composantes du vecteur d'état x.

IV.3 contrôle par rétroaction (feedback control)

IV.3.1 principe

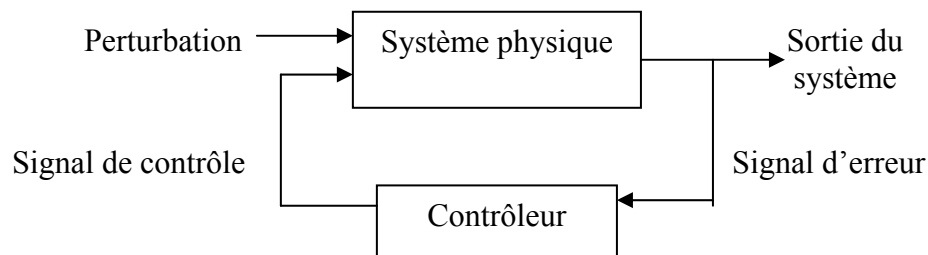


Figure IV.1- Principe de base d'un dispositif de contrôle actif par feedback

Les systèmes de type feedback constituent la méthode de contrôle la plus souvent applicable. Cela tient à la simplicité du principe, illustré Fig (IV.1): le contrôle résulte uniquement du traitement d'un signal d'erreur. Ce signal d'erreur filtré par le contrôleur commande alors les actionneurs de contrôle.

En contrepartie de sa simplicité de principe, le feedback présente une limitation de performance inhérente à sa structure. En effet, dans le cas d'une perturbation persistante, on peut annuler le signal d'erreur sous peine d'annuler également le contrôle. En fait, plus l'erreur est faible, plus le gain de contrôle devrait être élevé, au détriment de la stabilité du système.

IV.3.2 Contrôle optimal

Considérons de nouveau le système modélisé par l'équation d'état:

$$\dot{x} = A x(t) + B u(t) \quad (IV.4)$$

Choisissons un vecteur de contrôle combinaison linéaire des états du système:

$$u(t) = -K x(t) \quad (IV.5)$$

Pour déterminer la matrice de gains K , le contrôle optimal propose de minimiser un indice des performance J défini par :

$$J = \int_0^{\infty} [x^t(\tau) Q x(\tau) + u^t(\tau) R u(\tau)] d\tau \quad (IV.6)$$

Où Q et R sont des matrices pondérant respectivement les états et les commandes du système.

La matrice des gains de contrôle K minimisant l'indice J s'écrit :

$$K = R^{-1} B^t P \quad (IV.7)$$

Où la matrice P est solution de l'équation de Riccati, équation différentielle matricielle qui s'écrit dans le cas stationnaire :

$$0 = -Q - A^t P - P A + P B R^{-1} B^t P \quad (IV.8)$$

Cette méthode s'applique à tout système dynamique linéaire.

IV.4 Définition des structures intelligentes

Les structures non contrôlées réagissent sur des perturbations externes avec une réponse de système passive (oscillation, vibration etc.). Si nous appliquons des capteurs sur la structure pour mesurer on identifier ces perturbations et des actionneurs externes pour les supprimer ou les réduire nous obtenons une structure active [27].

Le système de contrôle actif des vibrations consiste en un actionneur, un contrôleur, d'un capteur et le système d'équipement à contrôler. Des actionneurs actifs tels que les PZT et les piézocéramiques peuvent être utilisés pour générer une réponse vibrationnelle secondaire qui réduit les perturbations d'un système d'équipement.

IV.5 Etat de l'art des structures intelligentes

L'étude des structures intelligentes est domaine très récent. Le développement de ce domaine est dû essentiellement à la réversibilité du phénomène piézoélectrique et son utilisation comme capteur et actionneur intégrés sur la structure à contrôler. Plusieurs travaux ont fait l'objet d'étude de matériaux intelligents et leur utilisation comme transducteurs pour le contrôle et la commande des systèmes de structures [28].

La première étude expérimentale des vibrations de poutre a été menée par Chlandi en 1787. Il a observé les modèles nodaux du comportement des poutres carrés vibrant à leurs fréquences normales. Depuis ce temps, et en raison des larges utilisations des poutres flexibles dans les technologies aérospatiales et le génie civil, la théorie de vibration des poutres s'est développée très rapidement avec l'émergence des matériaux intelligents tels que le PZT. La commande et le contrôle de vibration des poutres par actionneurs intelligents [29] sont un des thèmes les plus étudiés.

Une bibliographie détaillée concernant la modélisation de ces structures est donnée dans les références [30, 2, 31, 29, 32 et 28]. L'avantages de ces transducteurs (capteurs et actionneurs) d'être minces (passibilité d'intégration) et de poids légers n'influençant pas les propriétés structurales originales de masse et rigidité doivent être bien dimensionnés et surtout bien positionnés sur la structure à contrôler ou à commander. Des études du positionnement optimal des capteurs et actionneurs ont été menées par plusieurs chercheurs [29, 2, 32].

Les transducteurs à base de céramique comme éléments intelligents pour le contrôle actif des structures flexibles ont été à l'origine d'une variété de conception des commandes [2, 33, 34, 29] pour minimiser les vibrations. Dans ce cadre, différentes méthodes ont été utilisées tels que le contrôle par rétroaction (feedback) [35], contrôle par feedback combiné au contrôle digital adaptatif [36], la commande robuste [37, 38] pour arriver à éliminer complètement ou du moins minimiser les vibrations des structures flexibles surtout dans les domaines de l'aéronautique, la lutte contre le bruit, la commande de forme, la commande flexible des manipulateurs et la stabilité des robots.

IV.6 Modélisations

IV.6.1 Modèle de la poutre

Equation de vibration d'une plaque mince en flexion

Les conditions générales utilisées dans l'analyse du modèle mathématique de la poutre flexible sont les suivants [29]:

- L'épaisseur de la poutre est constante.
- Le matériau utilise doit être homogène, linéaire, élastique et isotrope.
- La poutre est considérée dans la catégorie des poutres minces.
- L'épaisseur des couches piézoélectriques sont assez petites comparées à celle de la poutre.
- La poutre se déforme par action des couches PZT. Les déformations sont petites par rapport à l'épaisseur.

La dynamique d'une poutre uniformément mince peut être exprimée par l'équation différentielle [29]:

$$D_E \nabla^4 w(x, y, t) + \rho t_{Si} \ddot{w}(x, y, t) + c_d \nabla^4 \dot{w}(x, y, t) + \lambda \dot{w}(x, y, t) = F(x, y, t) \quad (IV.9)$$

En notant ∇^4 l'opérateur Laplacien donné par :

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \quad (IV.10)$$

$$\text{Avec } D_E = \frac{Y t_{Si}^3}{12 (1 - \sigma^2)}.$$

Pour une plaque de dimensions $l \times b \times t_{Si}$ dont les extrémités sont simplement appuyés. Les déplacements et les moments sont donc nuls sur son pourtour :

$$w(x=0, y) = w(x=l, y) = w(x, y=0) = w(x, y=b) = 0 \quad (IV.11)$$

$$M_x(x=0, y) = M_x(x=l, y) = M_y(x, y=0) = M_y(x, y=b) = 0 \quad (IV.12)$$

Le terme latéral droit de (IV.9), $F(x, y, t)$ peut inclure le terme du signal de perturbation et la fonction forçant l'actionneur. Dans le modèle de simulation, la couche piézoélectrique est considérée jouer le rôle d'actionneur. La perturbation et les moments induits par les couches piézoélectriques liés par la relation (IV.13) [29] :

$$F(x, y, t) = d_l(x, y) r(t) + \frac{\partial^2 M_{px}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{py}}{\partial y^2} \quad (IV.13)$$

La solution de l'équation différentielle partielle est sous la forme:

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{mn}(x,y) \eta_{mn}(t) \quad (\text{IV.14})$$

Dans la pratique ces fonctions sont discrétisées par un nombre finie de coordonnées.

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{mx} \sum_{n=1}^{ny} \varphi_{mn}(x,y) \eta_{mn}(t) \quad (\text{IV.15})$$

La dynamique de la poutre est donnée par la relation :

$$M\ddot{\eta} + D_p\dot{\eta} + K\eta = B_1(x,y)r(t) + B_2(x,y)u(t) \quad (\text{IV.16})$$

Où η est un vecteur comprenant les fonctions généralisées.

$$\eta = \{\eta_{11}, \eta_{12}, \dots, \eta_{1n}, \dots, \eta_{mx}, \eta_y\}.$$

M , D_p et K sont les matrices de la masse, de l'atténuation, et de la rigidité du système respectivement, et leurs éléments relatifs sont donnés par [29]:

$$\begin{aligned} K_{kl} &= D \sum_{m=1}^{mx} \sum_{n=1}^{ny} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^4 \varphi_{mn}(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi_{mn}(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi_{mn}(x,y)}{\partial y^4} \right) \varphi_{kl}(x,y) dx dy \\ M_{kl} &= \rho h \sum_{m=1}^{mx} \sum_{n=1}^{ny} \int_0^a \int_0^b \varphi_{mn}(x,y) \varphi_{kl}(x,y) dx dy \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

$$D_p = \alpha_{d1} M + \alpha_{d2} K$$

$$B_{1kl}(x,y) = \int_0^a \int_0^b d(x,y) \varphi_{kl}(x,y) dx dy$$

$$B_{2kl}(x,y)u(t) = \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 M_{px}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{py}}{\partial y^2} \right) \varphi_{kl}(x,y) dx dy$$

D_p est connu comme l'atténuation proportionnelle, où l'atténuation de l'air et les coefficients d'atténuation de Kevin-voigt sont dénotés par α_{d1} et α_{d2} respectivement, et sont égales à $\alpha_{d1} = \gamma/\rho t_{Si}$ et $\alpha_{d2} = C_d/D$.

IV.6.2 Modèle de la poutre avec les couches piézoélectriques

La capacité du matériau piézoélectrique de convertir les contraintes mécaniques en tension électrique et vice versa, leur permet d'être employées comme actionneurs et capteurs une fois placés sur les structures flexibles.

L'équation du moment d'une poutre excité par un actionneur piézo-électrique distribué est donnée par [2]:

$$D_E \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho t_{Si} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = - M_x \frac{b_p}{b} [\delta'(x-x_1) - \delta'(x-x_2)] \quad (IV.18)$$



Figure IV.2- Actionneur piézoélectrique [29]

IV.6.3 Modèle de l'espace d'état

La forme de l'espace d'état du système est donnée par [29]

$$\dot{x} = Ax(t) + B_e r(t) + B_c(x, y)u(t) \quad (IV.19)$$

$$y = Cx$$

A, B_e, B_c, C sont des matrices constantes ils ont la forme suivante:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{\sigma \times \sigma} & I_{\sigma \times \sigma} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D_p \end{bmatrix}_{2\sigma \times 2\sigma}; B_e = \begin{bmatrix} 0_{\sigma \times 1} \\ M^{-1}B_1(x, y) \end{bmatrix}_{2\sigma \times 1}; x = \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}_{2\sigma \times 1}; B_c = \begin{bmatrix} 0_{\sigma \times 1} \\ M^{-1}B_2(x, y) \end{bmatrix}_{2\sigma \times 1};$$

Où $\sigma = m_x n_y$, et la matrice C est choisi en fonction de la sortie désirée.

IV.7 Principe de la chaîne de contrôle actif

Le principe de la chaîne de contrôle actif est représenté sur la figure (IV.3). La poutre est équipée d'un capteur et d'un actionneur piézoélectriques, collés sur chaque face de la poutre, au niveau de l'encastrement. Au moment des vibrations, le capteur subit un moment de flexion, lequel se traduit par une variation de charges, puis par une tension, via un amplificateur de charges. De manière analogue, l'actionneur applique à la structure un moment de flexion proportionnel à la tension appliquée à ses bornes.

Les signaux d'entrée et de sortie sont les contraintes au niveau de l'encastrement respectivement mesurée par le capteur et appliquée par l'actionneur. La chaîne de commande complète inclut également un amplificateur de charges et un amplificateur de tension. La loi de commande sera calculée par ordinateur et appliquée via une carte D-Space [35].

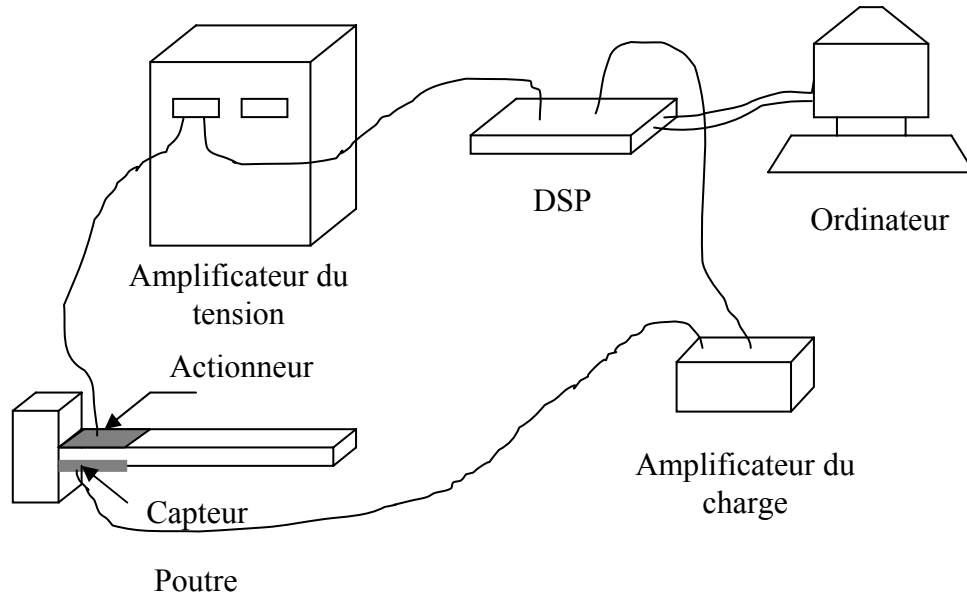


Figure IV.3 – Principe d'une chaîne de contrôle [35]

VI.8 Simulation

VI.8.1 Contrôle multivariable de structure intelligente

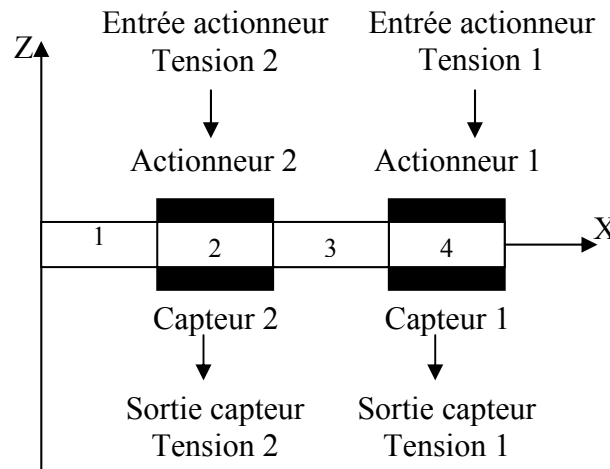


Figure IV.4 - Poutre intelligente MIMO

Considérons une poutre flexible le long duquel sont collés les capteurs et les actionneurs piézoélectriques comme montrés dans la figure (IV.4).

L'équation dynamique de la structure intelligente est obtenue en employant les éléments réguliers de la poutre et les éléments piézoélectriques intégrés sur la poutre.

L'équation dynamique du mouvement du système intelligent est donnée par :

$$M \ddot{\eta} + D_p \dot{\eta} + K \eta = B_1(x, y) r(t) + B_2(x, y) u(t) \quad (\text{IV.20})$$

Modélisation et simulation des micro-systèmes à base de céramique.

Applications : transformateur piézoélectrique et contrôle actif de vibration..

Les matrices de la masse et de la rigidité de la structure, tiennent compte aussi de la masse et de la rigidité des capteurs et des actionneurs.

Le modèle de l'espace d'état MIMO de la structure intelligente considérée, en utilisant l'équation dynamique (IV.20), est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + B_e r(t) + B_c(x, y)u(t) \\ y(t) &= C^T x(t) + Du(t)\end{aligned}\quad (IV.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D_p \end{bmatrix}_{4 \times 4}; \quad B_e = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ M^{-1}B_2(x, y) \end{bmatrix}_{1 \times 4}; \quad B_c = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ M^{-1}B_2(x, y) \end{bmatrix}_{4 \times 2}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(2 \times 2)}$$

En intégrant deux éléments piézoélectriques en tant que capteur/actionneur actif à la fois et en considérant d'autres éléments en tant qu'éléments réguliers de la poutre, la commande de ce modèle d'espace d'état MIMO de la structure intelligente est obtenue en utilisant la loi de commande par retour d'état (feedback).

Le modèle de l'espace d'état MIMO de la poutre intelligente est divisé en 4 éléments finis. Les deux paires, capteur/actionneur sont localisées aux positions 2 et 4, et les éléments 1 et 3 représentent en fait les parties de la poutre dépourvues de matériaux piézoélectriques.

Nous empruntons les données numériques de la référence [36] pour simuler le contrôle actif de la poutre gouvernée par la loi de commande à boucle fermée (commande par retour d'état).

$$A = 10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ -4.6629 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & -0.0434 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0618 & 0.0998 \\ -0.0102 & -0.0104 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0065 & -0.0003 \\ 0 & 0 & 0.0015 & 0 \end{bmatrix}$$

$$; \quad D = 0; \quad B_e = [0 \ 0 \ 881.7568 \ -332.3558]^T$$

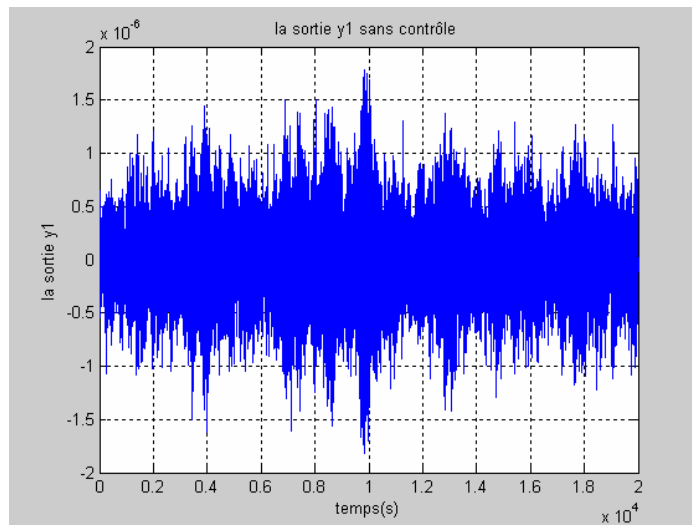


Figure IV.5 – La sortie y₁ sans contrôle

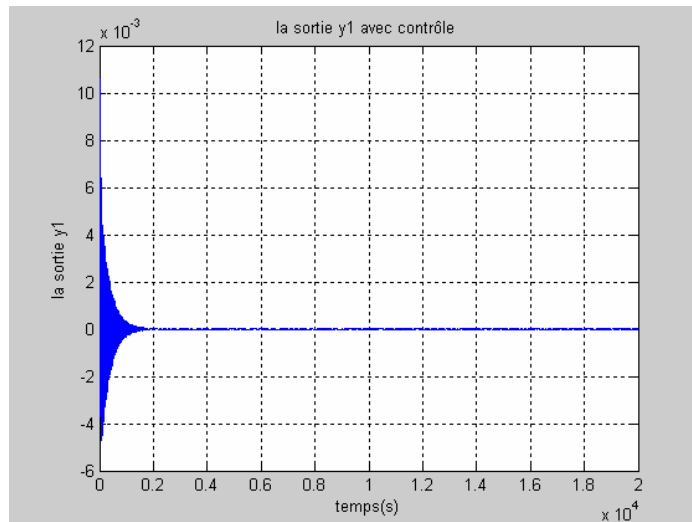


Figure IV.6 – La sortie y_1 avec contrôle

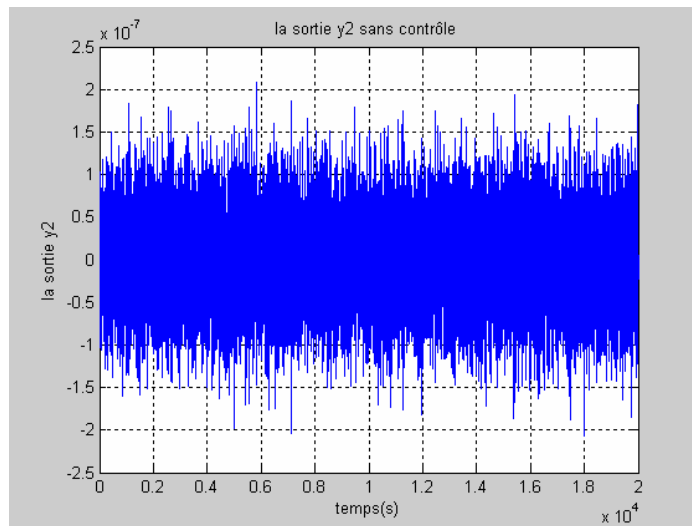


Figure IV.7- La sortie y_2 sans contrôle (boucle ouverte)

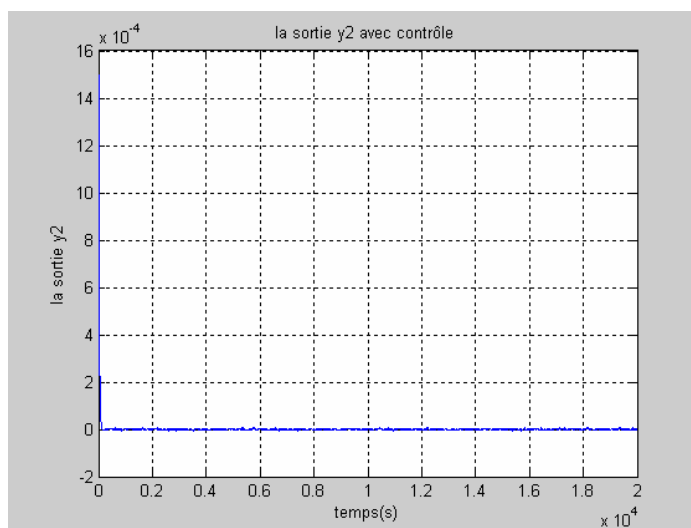


Figure IV.8- La sortie y_2 avec contrôle

La matrice de commandabilité

$$C = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2880 & -0.4651 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0005 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2880 & -0.4651 & 2.8809 & 4.6523 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0005 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est commandable.

La matrice d'observabilité

$$O = 10^7 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.4125 & 0 & 0.0003 & 0 \\ 0.3260 & 0 & 0.0001 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est observable.

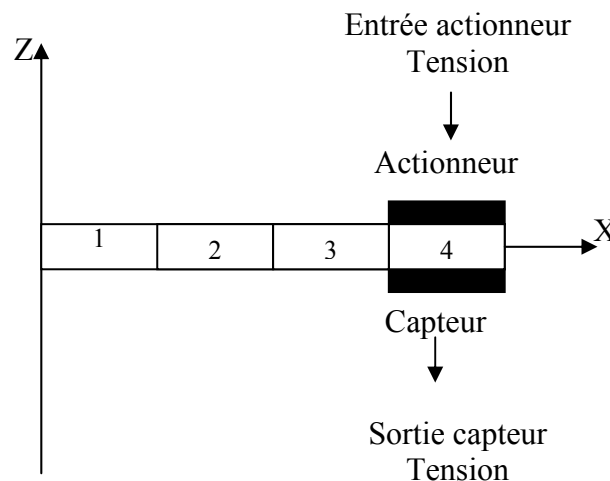
VI.8.2 Contrôle monovarié de structure intelligente

Figure IV.9 - Poutre intelligente SISO

Les matrices du système sont

$$A=10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ -4.6629 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & -0.0434 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0998 \\ -0.0104 \end{bmatrix}; C = [0 \quad 0 \quad 0.0015 \quad 0]; \quad D=0;$$

$$B_e = [0 \quad 0 \quad 881.7568 \quad -332.3558]^T$$

La matrice de commandabilité

$$C = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.4651 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0005 \\ 0 & 0 & -0.4651 & 4.6523 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est commandable.

La matrice d'observabilité.

$$O = 10^6 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0003 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 3.2596 & 0 & 0.0007 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système non observable.

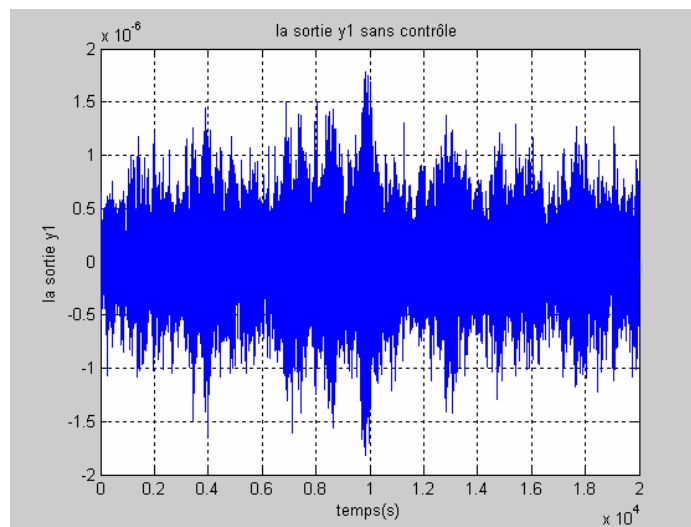


Figure IV.10- La sortie y_1 sans contrôle (boucle ouverte)

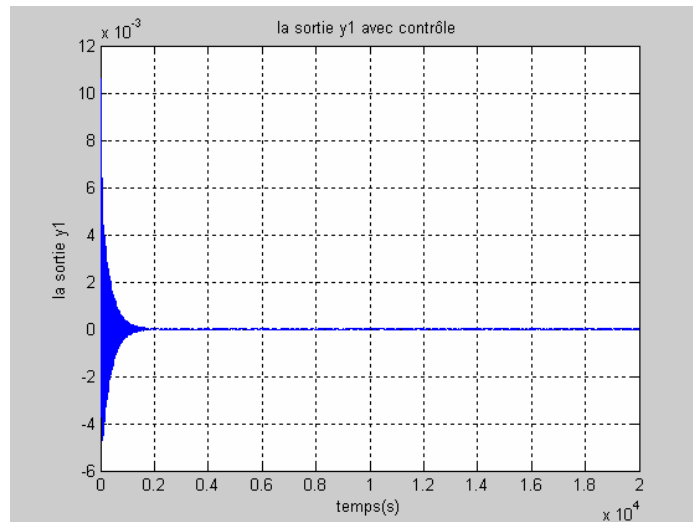


Figure IV.11- La sortie y_1 avec contrôle (feedback)

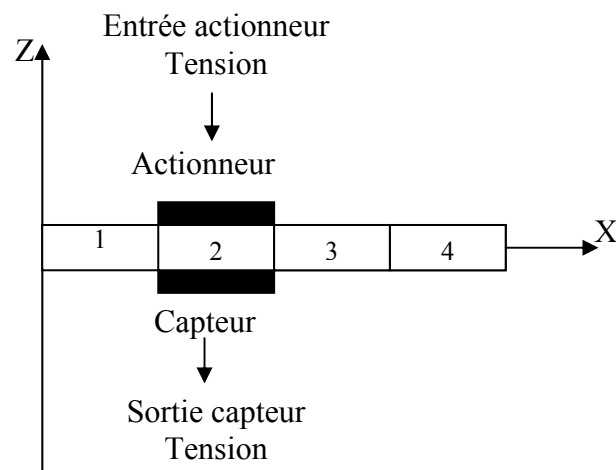


Figure IV.12 - Poutre intelligente SISO

La sortie de système sans contrôle

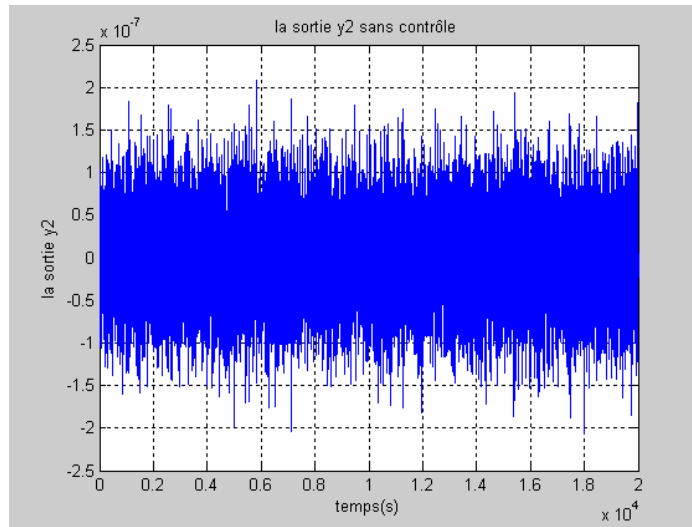


Figure IV.13- La sortie y_2 sans contrôle

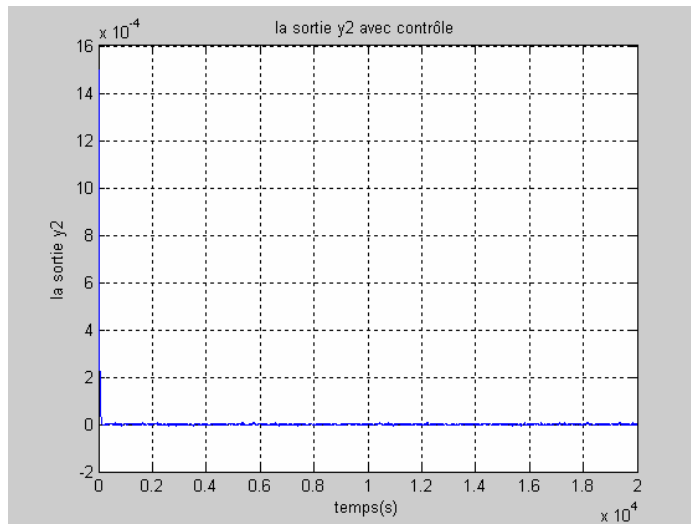


Figure IV.14- La sortie du système y_2 avec contrôle

Les matrices du système sont :

$$A=10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ -4.6629 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & -0.0434 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0618 \\ -0.0102 \end{bmatrix}; C = [0 \quad 0 \quad 0.0065 \quad -0.0003];$$

$$D=0; B_e = [0 \quad 0 \quad 881.7568 \quad -332.3558]^T$$

La matrice de commandabilité

$$C = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.2880 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0004 \\ 0 & 0 & -0.2880 & 2.8809 \\ 0 & 0 & 0.0004 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est commandable

La matrice d'observabilité

$$O = 10^7 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0002 & 0 & 0 & 0 \\ 1.4125 & 0 & 0.0003 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est observable.

A travers les résultats de la simulation, il est montré que les vibrations peuvent être complètement amorties si les actionneurs sont bien positionnés dans le système à contrôler.

Il est observé aussi que la modélisation d'une structure intelligente en introduisant les masses et les rigidités des paires capteur/actionneur et leur positionnement à deux points différents de la poutre conduit vers un changement considérable dans les caractéristiques de vibration de la structure. Comme le moment de flexion de la poutre est importante près du bout encastré, celle à conduit à une forte contrainte (effet de l'actionneur plus le poids de la poutre) et donc à une forte tension du capteur (y_1). La tension de sortie du capteur est plus importante quand la paire capteur/actionneur est plus près de l'extrémité encastrée. Cependant la tension de sortie du capteur (y_2) est plus faible ou nulle si la paire capteur/actionneur est placée plus loin. Dans ce travail et dans le cas multivariable, il est observé que quand la paire (actionneur/capteur) sont placés à deux positions différentes, la réponse en boucle fermée du système MIMO est amortie (nulle) comparée au système SISO (Single Input Single Output).

IV.9 Conclusion

Dans ce chapitre, après modélisation des actionneurs et des capteurs au chapitre II, le contrôle actif de vibration des structures flexibles à l'aide des matériaux piézoélectriques a été simulé. Le système intelligent composé de deux actionneurs et de deux capteurs (système multivariable d'entrée multivariable de sortie (MIMO) a été étudié et comparé au système

monovariante d'entrée monovariante de sortie (SISO). Les résultats ont montré qu'il est possible d'arriver au même résultat avec le système SISO en jouant sur la position des actionneurs et des capteurs. Le système MIMO est commandable et observable. En revanche la commandabilité et l'observabilité du système SISO dépendent de la position des actionneurs et des capteurs.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, les matériaux piézoélectriques souvent appelés matériaux “intelligents” ou “adaptatifs” ont été étudiés. Ils ont la capacité d’adapter eux mêmes leur réponse mécanique à une modification thermique, électrique ou magnétique de l’environnement, ou encore parce qu’ils peuvent fournir une réponse mécanique appropriée consécutive à une excitation de nature électrique, magnétique ou thermique de la part d’un opérateur.

Ces propriétés ont été montrées dans le deuxième chapitre lors de l’étude de la variation du moment induit les couches piézoélectriques déposées sur un wafer de silicium ou une poutre. Il a été montré que la réponse de la poutre dépend de la forme du signal de l’actionneur (tension continue ou alternative).

L’étude de l’effet de l’épaisseur du substrat et de la couche piézoélectrique, ont montré que le moment induit passe par un maximum aux alentours de 450 à 500 μ m. Ce résultat explique l’élaboration des micro systèmes à l’échelle micrométrique sur des substrats de l’ordre des centaines de micromètres sur lequel sont déposés les couches actives piézoélectriques.

Dans le troisième chapitre, deux types de transformateurs piézoélectriques ont été étudiés. L’un composite (constitué de piézoélectrique massif) vibrant en mode longueur, est utilisé comme élévateur de tension, en général travaillant en basse fréquence. L’autre type de transformateur vibrant en mode épaisseur est plutôt plus utilisé comme abaisseur de tension. Les résultats de simulation du transformateur en couche mince vibrant en mode épaisseur, comme abaisseur de tension, intégrable, de dimension 20mmx20mmx250 μ m à 5 MHz comparable au transformateur 1 dont les dimensions sont 20mmx20mmx3,2mm à une fréquence de 1,3 MHz. Ces résultats justifient bien l’utilisation d’une part des

transformateurs en couches minces leurs utilisations en HF et confirme le résultat concernant le maximum du moment induit. Ces mêmes transformateurs sont utilisés comme filtre.

Une deuxième application des piézoélectriques, concernant le contrôle actif de suppression des vibrations est simulé. Le contrôle actif d'un système à entrées multivariables et à sortie multivariable (MIMO) est étudié et comparé au système monovariable (SISO). Le système est composé de deux actionneurs et de deux capteurs piézoélectriques, répartis sur une poutre flexible, permettant le contrôle et la commande automatique du système. Il a été montré que la commandabilité et l'observabilité du système intelligent dépend de la position des capteurs par rapport au bout de la poutre encastré. Plus on s'approche du bout fixe, plus le système devient commandable et observable. Les études ont été faites sur deux actionneurs et deux capteurs répartis.

En perspective il sera étudié:

Des systèmes intelligents MIMO avec plusieurs actionneurs et plusieurs capteurs répartie sur des structures flexibles réelle tels que:

- L'aile portant d'avion.
- Le transport d'obus (avion de combat) par exemple et leurs effets au moment de la projection.
- Le contrôle actif de l'électronique embarqué aux niveaux des avions.
- L'effet des paramètres des couches piézoélectriques sur le comportement du moment induit du substrat.
- L'effet du vieillissement des couches piézoélectriques actives sur les capteurs et les actionneurs et leurs performances en contrôle.

Introduction générale

Depuis les années 70, l'industrie de la micro-électronique a connu un essor très important. Leurs techniques ont évoluées de façon à permettre une réduction de leur coût de revient. Aujourd'hui, de nombreuses applications intègrent les dispositifs de dimensions réduites. En effet, les industries automobiles, aéronautiques et biomédicales cherchent à miniaturiser leurs produits avec une fiabilité accrue [1].

Parmi ces produits, le transducteur, vu son importance dans l'électronique et ses procédés de fabrication demeurant classiques, de nombreuses recherches ont été menées depuis une vingtaine d'années en vue de leur amélioration.

L'apparition des micro systèmes électromécaniques connus sous le nom de MEMS (Micro Electro Mechanical Systèmes) ont stimulé le développement des transducteurs.

Les matériaux piézoélectriques sont des composés particulièrement intéressants pour ce type d'application, habituellement mis sous la forme de céramiques massives pressées, les recherches s'orientent de plus en plus vers l'élaboration de films piézoélectriques épais et minces déposés sur des substrats qui s'intégreront plus facilement dans le dispositif final. L'emploi de couches épaisses ou mince présente un avantage non négligeable : il permet la diminution de la taille des microsystemes tout en offrant la possibilité de les réaliser rapidement par des techniques de fabrication collective et les intégrer sur le même substrat avec l'électronique qui leur est associée.

Les circuits logiques intégrés constituent l'un des exemples les plus connus de la miniaturisation ainsi que les micro-transformateurs des circuits d'alimentation qui étaient l'objet de plusieurs travaux de recherche. Ces transformateurs piézoélectriques présentent plusieurs avantages résumés en gain d'espace, en gain du coût lié à leurs procédés de fabrication (fabrication collective) et à leurs caractéristiques physiques amagnétiques (bien adaptées aux circuits électroniques sensibles au champ magnétique).

Aussi les transducteurs piézoélectriques, grâce à leurs avantages multiples, montrent toutes les qualités requises pour une utilisation dans le cadre d'un contrôle actif des vibrations [2].

Ce travail entre dans le cadre d'un projet de recherche sur les transducteurs à base de céramiques, Laboratoire Dosage Analyse et Caractérisation. L'objectif de ce travail est de montrer l'utilité des matériaux piézoélectriques appelés souvent matériaux intelligents, comme transducteur soit pour le contrôle de structures flexibles soit comme micro composant actif pour alimenter un micro-système.

Ce mémoire traite le sujet en quatre chapitres:

- Dans le premier chapitre est exposé un rappel sur la théorie des phénomènes piézoélectriques. Un état de l'art de ces matériaux intelligents et leurs applications est présenté.
- Dans le deuxième chapitre, la caractérisation des couches minces piézoélectriques est étudiée à travers les techniques suivantes: la technique de la poutre vibrante pour quantifier l'effet piézoélectrique direct et la méthode de la poutre encastree pour quantifier l'effet piézoélectrique inverse. Des modèles de capteurs et d'actionneurs piézoélectriques sont proposés dans cette étude.
- Le troisième chapitre est consacrée à la modélisation et la simulation des micro-transformateurs piézoélectriques. Deux types de micro-transformateurs sont étudiés, l'un à couches minces et à l'échelle micrométrique utilise particulièrement en hyper fréquence comme filtre passe bande, l'autre à l'échelle millimétrique à base de céramique massif.
- Au cours du quatrième chapitre, nous présenterons le contrôle actif de vibration des structures flexibles. Les transducteurs à base de céramique piézoélectrique sont utilisés comme capteur pour détecter et comme actionneur pour amortir les vibrations.

Liste des figures

Figure I.1- Effet piézoélectrique direct	6
Figure I.2- Effet piézoélectrique inverse	6
Figure I.3 – Représentation schématique de l'apparition de la piézoélectricité	7
Figure I.4- Organisation des 32 classes cristallines	7
Figure I.5- Polarisation d'un matériau ferroélectrique en fonction du champ électrique	8
Figure I.6– Définition des directions dans un milieu piézoélectrique	11
Figure I.7– Schéma électromécanique équivalent	13
Figure I.8- Analogie entre la branche motionnelle et le système mécanique	13
Figure I.9- Schéma électrique équivalent	14
Figure II.1- Synthétique des différentes techniques de dépôts du PZT	21
Figure II.2- Schéma de fonctionnement d'un bloc de pulvérisation cathodique	22
Figure II.3- Elaboration de couche mince	23
Figure II.4- Schéma de principe de la méthode de la poutre vibrante	23
Figure II.5- Schéma équivalent du modèle réel du film piézoélectrique de PZT	26
Figure II.6- Déformation S_1 et S_2 en fonction de x	29
Figure II.7- Déplacement D_3 en fonction de déformation (S_1+S_2)	29
Figure II.8- Evolution de la tension V en fonction du temps t	29
Figure II.9- Schéma de principe de la caractérisation de l'effet piézoélectrique inverse	30
Figure II.10- Le moment de flexion en fonction de la tension appliquée	31
Figure II.11- Tension V en fonction de temps t	31
Figure II.12- Moment de flexion en fonction du temps t	31
Figure II.13- L'influence d'épaisseur du PZT sur le moment induit [0-10mm]	32
Figure II.14- L'influence d'épaisseur du PZT sur le moment induit [0-1000mm]	32
Figure II.15- L'influence d'épaisseur du PZT sur le moment induit. [0-2mm]	33
Figure II.16- L'influence de la largeur du PZT sur le moment induit	33
Figure II.17 – Vieillessement du coefficient d_{31}	35
Figure II.18- Actionneur piézo-électrique distribué	36
Figure II.19- Configuration en capteur de vibration transversale	38
Figure II.20- Principe du convertisseur charge/tension à gain variable	40

Figure III.1- Principe de transformateur piézoélectrique	43
Figure III.2- Transformateur vibrant en mode longueur	44
Figure III.3- Transformateur vibrant en mode épaisseur	44
Figure III.4- Transformateur piézoélectrique composite	45
Figure III.5 – Réseau de trois port	49
Figure III.6- Modèle de la céramique polarisée suivant l'épaisseur	51
Figure III.7- Modèle de base de la céramique polarisée suivant la longueur	51
Figure III.8- Modèle et définition des variables dimensionnelles d'un transformateur piézoélectrique composite	55
Figure III.9- Modèle de transformateur piézoélectrique composite	56
Figure III.10- Transformateur piézoélectrique en mode épaisseur	57
Figure III.11- Modèle de base d'une large plaque piézoélectrique	59
Figure III.12- Construction de transformateur piézoélectrique épaisseur	62
Figure III.13- Circuit complet de transformateur piézoélectrique vibrant en épaisseur	63
Figure III.14 - Admittance d'entrée à vide	63
Figure III.15– Le gain du transformateur	64
Figure III.16– L'efficacité du transformateur	64
Figure III.17 - Admittance d'entrée à vide	64
Figure III.18– Le gain du transformateur	65
Figure III.19– L'efficacité du transformateur	65
Figure III.20 - Admittance d'entrée à vide	65
Figure III.21– Le gain du transformateur	66
Figure III.22– L'efficacité du transformateur	66
Figure III.23– Influence du facteur de qualité Q sur le gain	67
Figure III.24 - Admittance d'entrée à vide	68
Figure III.25– Le gain du transformateur	68
Figure III.26– L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 1000] \Omega$	69
Figure III.27- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 10^6] \Omega$	69
Figure III.28– Admittance d'entrée à vide	69
Figure III.29 Le gain du transformateur	70
Figure III.30- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 45] \Omega$	70
Figure III.31- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 10^6] \Omega$	70

Figure III.32- Admittance d'entrée à vide	71
Figure III.33- Le gain du transformateur	71
Figure III.34- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 1000] \Omega$	71
Figure III.35- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 10^6] \Omega$	72
Figure III.36- Admittance d'entrée à vide	73
Figure III.37- Le gain du transformateur	73
Figure III.38- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 30] \Omega$	73
Figure III.39- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 10^6] \Omega$	74
Figure III.40- Admittance d'entrée à vide	74
Figure III.41- Le gain du transformateur	74
Figure III.42- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 30] \Omega$	75
Figure III.43- L'efficacité du transformateur pour $R_{charge} \in [0, 10^6] \Omega$	75
Figure III.44- Schéma de simulation	76
Figure III.45- Tension d'entrée	76
Figure III.46- Tension de sortie purement sinusoïdal	77
Figure III.47- Admittance d'entrée à vide	77
Figure III.48- Tension de sortie à $R=10 \Omega$	78
Figure III.49- Tension de sortie à $C=0.000009F$	78
Figure IV.1- Principe de base d'un dispositif de contrôle actif par feedback	81
Figure IV.2- Actionneur piézoélectrique	86
Figure IV.3 – Principe d'une chaîne de contrôle	87
Figure IV.4 - Poutre intelligente MIMO	87
Figure IV.5 – La sortie y_1 sans contrôle	88
Figure IV.6 – La sortie y_1 avec contrôle	89
Figure IV.7- La sortie y_2 sans contrôle (boucle ouverte)	89
Figure IV.8- La sortie y_2 avec contrôle	89
Figure IV.9 - Poutre intelligente SISO	90
Figure IV.10- La sortie y_1 sans contrôle (boucle ouverte)	91
Figure IV.11- La sortie y_1 avec contrôle (feedback)	92
Figure IV.12 - Poutre intelligente SISO	92
Figure IV.13- La sortie y_2 sans contrôle	93
Figure IV.14- La sortie du système y_2 avec contrôle	93

Liste des tableaux

Tableau I.1- Equations piézoélectriques	9
Tableau I.2- Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques	10
Tableau I.3 - Les applications des céramiques	11
Tableau I.4- Analogie des grandeurs électriques et mécaniques	14
Tableau I.5- Facteurs de couplages pour les différents modes de vibration	15
Tableau I.6- Caractéristiques piézoélectriques de quelques matériaux	16
Tableau I.7- Applications des matériaux piézoélectriques en fonction de l'effet utilisée	18
Tableau II.1- Evolution du coefficient d_{31} en fonction du temps suivant la polarisation	34

Abstract

The Work presented in this memory joins within the framework of the studies integration of the electronic devices generally and the Microsystems piezoelectric in particular known under the name of MEMS (Micro Electro Mechanical Systems's). Two applications are exposed in this work. Micro transformers and transducers for the active control of vibrations. It is presented in the first chapter, a recall on piezoelectricity and a state of the art of their use. In the second chapter are presented two techniques of characterization and quantification of the direct and indirect effects of the piezoelectric.

The second part distributed on the chapters three and four is devoted to the study of modelling and the simulation of the piezoelectric transformer and finally the sensors and the actuators with piezoelectric ceramics are modelled and simulated for the active control of a multivariable system (MIMO). That is compared with the mono-variable system (SISO).

Keywords: materials piezoelectric; microsystem; Smart structure; Micro-transformer; Active control of vibrations.

المخلص

العمل المبين في هذه المذكرة يندرج في اطار دراسة اندماج العناصر الالكترونية عموما و الأنظمة الكهربائية الضغطية المصغرة (MEMS). تطبيقان موضحان في هذا العمل: ميكرو-محول و المحولات للتحكم النشيط للاهتزازات. في الفصل الأول هناك تذكير للمفهوم الكهربائية الضغطية و مجالات استعمالها، في الفصل الثاني وضحت طريقتان لتبيين الأثر المباشر و الغير المباشر للكهربائية الضغطية. الجزء الثاني يتلخص في الفصلين الثالث و الرابع و الذي يتمثل في دراسة المحولات الكهربائية الضغطية. و في الأخير اللواقط و التحريضات الكهربائية الضغطية تستعمل للتحكم النشيط للأنظمة ثنائية المتغير (MIMO). الذي قورن بنظام أحادي المتغير (SISO).

الكلمات المجدية : المواد الكهربائية الضغطية ؛ أنظمة مصغرة ؛ البنية الذكية ؛ ميكرو-محول ؛ التحكم النشيط للاهتزازات.

MODELISATION ET SIMULATION DES MICROSYSTEMES

A BASE DE CERAMIQUES

Applications : transformateur piézoélectrique

et contrôle actif des vibrations

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre des études d'intégration des composants électroniques en général et des microsystèmes piézoélectriques en particulier connus sous le nom de MEMS (Micro Electro Mechanical Systèmes). Deux applications sont exposées dans ce travail : les micro transformateurs et les transducteurs pour le contrôle actif des vibrations.

Il est présenté dans le premier chapitre, un rappel sur la piézoélectricité et un état de l'art de leur utilisation. Dans le deuxième chapitre sont présentées deux techniques de caractérisation et de quantification des effets direct et indirect de la piézoélectricité. La deuxième partie répartie sur les chapitres trois et quatre est consacré à l'étude de la modélisation et la simulation du transformateur piézoélectrique et enfin les capteurs et les actionneurs à base de céramique piézoélectrique sont modélisés et simulés pour le contrôle actif d'un système multivariable (MIMO). Celui ci est comparé au système mono-variable (SISO).

Mots clés :

- Matériaux piézoélectriques;
- Micro-système;
- Structure intelligente;
- Micro-transformateur;
- Contrôle actif des vibrations.

Annexe

Les données utilisées dans la modélisation de la couche PZT en couche mince (chapitre II).

Dans cette partie on utilise le matériau PZT BG23. Le matériau PG23 correspond à la formulation $\text{pb}_{0.89}(\text{Ba}, \text{Sr})_{0.11}(\text{Zr}_{0.52}\text{Ti}_{0.48})\text{O}_3$

Masse volumique

$$\rho = 7.38 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Constantes élastiques à champ constant

$$c_{11}^E = 8.41 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{12}^E = -2.40 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{13}^E = 5.63 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{33}^E = 12.11 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{44}^E = 3.70 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{66}^E = 3.04 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}.$$

Constantes élastiques à induction constant

$$c_{11}^D = 9.11 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{12}^D = -19.80 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{13}^D = 15.92 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{33}^D = 16.15 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{44}^D = 5.79 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2}; c_{66}^D = 3.03 \times 10^{10} \text{ N.m}^{-2};$$

Compliances à champ constant

$$s_{11}^E = 11.88 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{12}^E = -4.16 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{13}^E = 4.23 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{33}^E = 12.90 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{44}^E = 26.80 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{66}^E = 32.92 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N};$$

Compliances à induction constant

$$s_{11}^D = 10.98 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{12}^D = -5.05 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{13}^D = 6.28 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{33}^D = 7.94 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{44}^D = 26.80 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}; s_{66}^D = 32.92 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N};$$

Coefficient de poisson

$$\sigma = 0.35;$$

Facteur de Qualité mécanique

$$Q_m = 2600.$$

Constants diélectriques relatifs

$$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0 = 770; \epsilon_{33}^S/\epsilon_0 = 474; \epsilon_{11}^T/\epsilon_0 = 972; \epsilon_{11}^S/\epsilon_0 = 622.$$

Tangente de l'angle de pertes à 1 kHz (400V/ mm)

$$\text{tg } \delta = 0.26\%$$

Constantes piézoélectriques

$$d_{31} = -78 \text{ pC/N}; d_{33} = 180 \text{ pC/N}; d_{15} = 230 \text{ pC/N};$$

$$g_{31} = -11.45 \times 10^{-3} \text{ Vm/N}; g_{33} = 26.40 \times 10^{-3} \text{ Vm/N}; g_{15} = 26.74 \times 10^{-3} \text{ Vm/N}$$

$$e_{31} = 5.44 \text{ C/m}^2; e_{33} = 13.01 \text{ C/m}^2; e_{15} = 10.70 \text{ C/m}^2$$

$$h_{31} = 7.98 \times 10^8 \text{ V/m}; h_{33} = 31.02 \times 10^8 \text{ V/m}; h_{15} = 19.45 \times 10^8 \text{ V/m};$$

Température de curie

$$T_c = 320^\circ\text{C}.$$

Constantes de couplage

$$k_{31} = -0.27\%; k_p = 0.39\%; k_{33} = 0.62\%; k_t = 0.50\%; k_{15} = 0.60\%.$$