الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis

in Mathematics

Option : Optimization and control

Theme :

A primal-dual weighted-path full-Newton step interior-point method for LCCO

Presented by:

Maroua ABIDI & Meriem LABIDI

Supervisor: **Pr. Mohamed ACHACHE**

Thesis defended on June 18, 2026, in front of the jury composed of:

Ms.	**Merzaka KHALDI**	MCA.	Setif 1 University Ferhat Abbas	President
Mr.	**Mohamed ACHACHE**	Prof.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Supervisor
Ms.	**Nassima ANANE**	MCA.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

الملخص

نتناول في هذه الأطروحة دراسةً نظريةً وعدديّةً معمقة لخوارزمية النقطة الداخلية المقبولة وذات المسار المُثقَّل ، لحل مسائل الأمثليّة غير الخطية ذات القيود الخطية، ومعتمدين في ذلك على اتجاهات نيوتن .
تعتمد الخوارزمية المقترحة في هذا العمل على حساب خطوة نيوتن الكاملة و ذات الخطوة الصغيرة .
من الناحية النظرية، تمكنا من إثبات تقارب هذه الخوارزمية من خلال برهنة تميزها بـ تكلفة تعقيد حدودية، وهي الخاصية التي تضمن كفاءة الأداء .
وأخيرا قمنا بتدعيم هذا الجانب النظري بتقديم نتائج وتجارب عددية ملموسة، تُثبت بشكل قاطع فعالية وثبات الطريقة المقترحة وتفوقها الإجرائي.

الكلمات المفتاح: مسائل الأمثليّة غير الخطية، طريقة النقطة الداخلية ذات المسار المُثقَّل ، طريقة نيوتن، التكلفة الحدودية (التعقيد الحدودي)

Résumé :

Dans cette thèse, nous abordons une étude théorique et numérique d'un algorithme de points intérieurs à trajectoire pondérée , dédié à la résolution des problèmes d'optimisation non linéaire sous contraintes linéaires, avec des directions calculées par la méthode de Newton. L'algorithme proposé repose sur le calcul d'un pas de Newton complet avec un contrôle de petits pas répétés. Sur le plan théorique, nous avons démontré que cet algorithme se caractérise par une complexité polynomiale. Enfin, nous présentons des résultats numériques qui confirment et prouvent l'efficacité et la robustesse de cette méthode.

Mots-clés : Optimisation non linéaire, méthode de points intérieurs à trajectoire pondérée, méthode de Newton, complexité polynomiale.

Abstract :

In this thesis, we address a theoretical and numerical study of a weighted path-following interior-point algorithm, dedicated to solving non-linear optimization problems under linear constraints, with directions calculated by Newton's method. The proposed algorithm is based on computing a full Newton step with a repeated short-step control. On the theoretical side, we have demonstrated that this algorithm is characterized by a polynomial complexity. Finally, we present numerical results that confirm and prove the efficiency and robustness of this method.

Keywords: Non-linear optimization, weighted path-following interior-point method, Newton's method, polynomial complexity.

Contents

1 Convex analysis and optimization 6

1.1 Matrix Analysis 6

1.2 Convex Analysis 8

1.2.1 Convex Functions 10

1.3 Convex optimization problems 11

1.3.1 Problem Statement 11

1.3.2 Existence and Uniqueness of Optimal Solutions 12

1.3.3 Uniqueness of a solution 12

1.3.4 Optimality Conditions 12

1.3.5 Convergence rate 13

1.3.6 Newton's Method 13

1.3.7 Linearly constraints convex optimization problem (LCCO) 14

1.3.8 Solving LCCO Problems 15

2 A primal-dual weighted-path full-Newton step IPM for LCCO 16

2.1 Primal-dual weighted-path full-Newton step IPM for LCCO (PDWIPM) 17

2.1.1 Weighted-path for LCCO 18

2.1.2 Newton search directions 18

2.1.3 Scaled Newton directions 19

2.2 The Algorithm 20

2.2.1 Proximity measure 20

2.3 Complexity analysis 22

3 Numerical Results 29

3.1 Numerical examples and results 30

3.2 Influence of the update parameter ϑ on the numerical performance 35

3.3 Conclusion and future work 36