الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعلي م العال ي والبح ث العلم ي

وزارة التعلي م العال ي والبح ث العلم ي

Sétif 1 Université-Ferhat ABBAS
Faculté des Sciences
Département de mathématiques

Faculté DES Sciences

Master's Thesis

Domain: Mathematics and Computer Science

Field: Mathematics

Specialization: Nonlinear Analysis and PDE

Topic

Asymptotic Analysis of a Dynamic Viscoelastic Problem with Short Memory.

Presented by:
MESSAOUDI Selma

Supervised by:
Dr.DERGUINE Mustafa

Thesis defended on June 18, 2026, before the Examination Committee:

President : Pr. SAADALLAH Abdelkader Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Supervisort: Dr. DERGUINE Mustafa Université Sétif 1 Ferhat Abbas
Examiner: Pr.CHOUGUI Nadhir Université Sétif 1 Ferhat Abbas

Academic Year: 2025–2026

GENERAL INTRODUCTION

1 Preliminaries

1.1 Notation.....6

1.2 Equations of continuous medium mechanics.....7

1.3 Viscoelastic constitutive law.....8

1.4 Frictional contact boundary conditions.....8

1.5 Functional spaces.....9

1.5.1 Some reminders on functional analysis.....9

1.5.2 Reminders on sobolev spaces.....13

1.6 Spaces of vector-valued functions.....17

1.7 Gronwall's Lemma.....19

1.8 Properties of lower semi-continuity.....20

2 Asymptotic study of a viscoelastic memory

2.1 Introduction and problem statement.....23

2.2 Variational formulation of the problem 2.1-2.6.....26

2.3 Asymptotic analysis of the problem.....29

2.3.1 Change of domain and variational problem.....30

2.3.2 A priori estimations and convergence results.....32

2.3.3 Limit problem and the generalized reynolds equation.....38

2.3.4 Uniqueness of the solution to the limit problem.....43

conclusion
Bibliography

Résumé

Ce mémoire étudie l’analyse asymptotique d’un problème dynamique viscoélastique à mémoire courte dans un domaine mince avec des conditions de frottement de Tresca. Il présente d’abord les outils fondamentaux de l’analyse fonctionnelle et des espaces de Sobolev. Ensuite, il établit la formulation variationnelle, obtient des estimations a priori et démontre les résultats de convergence. Enfin, il déduit le problème limite, l’équation de Reynolds généralisée et prouve l’unicité de la solution.
Abstract

This thesis investigates the asymptotic analysis of a dynamic viscoelastic problem with short memory in a thin domain under Tresca friction conditions. It first introduces the essential mathematical tools, including functional analysis and Sobolev spaces. The problem is then formulated in a variational framework, where a priori estimates and convergence results are established. Finally, the limit problem, the generalized Reynolds equation, and the uniqueness of the solution are derived and proved.
ملخص

تتناول هذه المذكرة الدراسة التقاربية لمشكلة ديناميكية لمادة لزجة مرنة ذات ذاكرة قصيرة داخل مجال رقيق مع شروط احتكاك من نوع تريسكا. تبدأ بعرض الأدوات الرياضية الأساسية مثل فضاءات سوبوليف والتحليل الدالي والمتباينات المهمة. ثم ت صاغ المسألة بصيغة تغايرية وي جرى عليها تحليل تقاربي مع استخراج التقديرات القبلية وإثبات التقارب. وفي النهاية يتم اشتقاق المسألة الحدية ومعادلة رينولدز المعممة وإثبات وحيدية الحل.