الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis

in Mathematics

Option : Optimization and Control

Theme :

Interior-point methods based on kernel function: theory and numerical experiments

Presented by

Razika BELLAOUAR and Manar DEHILIS

Supervisor: **Dr. Louiza DERBAL**

Thesis defended on June 18, 2026, in front of the jury composed of:

Ms.	Nassima ANANE	Dr.	Setif 1 University Ferhat Abbas	President
Ms.	Louiza DERBAL	Dr.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Supervisor
Ms.	Zahira KEBAILI	Pr.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

Table of contents

Introduction 1

1 Basic concepts in convex analysis and linear programming.....3

1.1 Elements of convex analysis.....3

1.1.1 Differentiable convex functions.....4

1.2 Mathematical programming.....5

1.2.1 Existence and uniqueness of solutions.....6

1.2.2Lagrangian duality of mathematical programming.....6

1.2.3 Linear programming.....7

1.3 Solution methods for programming problems.....10

1.3.1 Simplex method.....10

1.3.2 Modern interior point methods.....11

2 Interior–point methods based on a new kernel function.....13

2.1 Central path method based on the logarithmic barrier method.....13

2.1.1 Standard Newton directions.....14

2.1.2 Generic primal–dual central path algorithm for linear programming.....16

2.2 Kernel function and its qualification.....17

2.2.1 Qualification of $\psi(t)$ 17

2.2.2 Analysis of algorithm complexity.....22

3 Numerical experiments.....32

3.1 Examples.....32

3.2 Discussion and comments.....35

Conclusion.....43

Bibliography.....44

ملخص. تهدف هذه المذكرة إلى اقتراح خوارزمية نقاط داخلية أولية–ثنائية من نوع المسار المركزي لحل مسائل البرمجة الخطية، بالاعتماد على فئة جديدة من اتجاهات نيوتن بالإضافة إلى مقياس تقارب جديد معرف بواسطة دالة نواة جديدة. في هذه الدراسة، نعرض أهم النتائج النظرية المتعلقة بخوارزميات النقاط الداخلية، ونبين دور دالة النواة في تحسين أدائها، مع التركيز على تحليل التقارب وتعقيد الخوارزمية المقترحة، كما تم إجراء تطبيقات عددية لإبراز كفاءة وفعالية هذه الخوارزمية.

كلمات مفتاحيه: البرمجة الخطية، طريقة النقاط الداخلية، المسار المركزي، دالة نواة، تعقيد الخوارزمية.

Abstract. The aim of this thesis is to propose a primal-dual central-path interior-point method for solving linear programming problems, based on a new class of Newton directions together with a new proximity measure defined by a new kernel function. In this study, we present the main theoretical results related to interior-point methods and investigate the role of the kernel function in improving their performance, with particular emphasis on the convergence and complexity analysis of the proposed algorithm. Finally, numerical experiments are conducted to demonstrate the efficiency of the proposed algorithm.

Key words: Linear programming; Interior-point method; Central path; Kernel function; Algorithm complexity.

Résumé. Le but de ce mémoire est de proposer une méthode primal-dual de points intérieurs de type trajectoire centrale pour la résolution des problèmes de programmation linéaire, basée sur une nouvelle classe de directions de Newton ainsi que sur une nouvelle mesure de proximité définie par une nouvelle fonction noyau. Dans cette étude, nous présentons les principaux résultats théoriques relatifs aux méthodes de points intérieurs et mettons en évidence le rôle de la fonction noyau dans l'amélioration de leurs performances, en mettant l'accent sur l'analyse de la convergence et de la complexité de l'algorithme proposé. Enfin, des tests numériques sont réalisés afin de démontrer l'efficacité de l'algorithme proposé.

Mots-clés : Programmation linéaire; Méthode de points intérieurs; Trajectoire centrale; Fonction noyau; Complexité de l'algorithme.