الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Setif 1 University Ferhat Abbas
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

جامعة سطيف 1 فرحات عباس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

Master's Thesis

in Mathematics

Option : Optimization and Control

Theme :

Development of a corrector-predictor algorithm for convex quadratic optimization

Presented by

Mohamed Benguellil

Loukmene Selama

Supervisor: **Dr. Billel Zaoui**

Thesis defended on June 18, 2026, in front of the jury composed of:

Mr.	Djamel Benterki	Prof.	Setif 1 University Ferhat Abbas	President
Mr.	Billel Zaoui	Dr.	Akli Mohand Oulhadj University of Bouira	Supervisor
Mr.	Welid Grimes	Dr.	Setif 1 University Ferhat Abbas	Examiner

2025/2026

Contents

Glossary of abbreviations 1

Glossary of notations 2

Introduction 3

1 Fundamental notions 6

1.1 Convex analysis . . . 6

1.1.1 Inner product and norm . . . 6

1.1.2 Elements of convex analysis . . . 7

1.1.3 Convex functions . . . 8

1.1.4 Characterization of a differentiable convex function . . . 9

1.1.5 Newton's method for a non-linear system . . . 10

1.2 Mathematical programming . . . 11

1.2.1 Problem definition and classification . . . 11

1.2.2 Existence and uniqueness results . . . 12

1.2.3 Constraint qualification . . . 12

1.3 Convex quadratic programming . . . 12

1.3.1 Primal convex quadratic problem . . . 13

1.3.2 Dual convex quadratic problem . . . 14

1.3.3 Duality in quadratic programming . . . 14

1.3.4 Resolution methods . . . 15

2 Recent primal-dual algorithms for CQO 17

2.1 Primal-dual convex quadratic optimization . . . 17

2.2 Classical central path method . . . 18

2.3 Central path method using the Algebraic Equivalent Transformation . . . 19

2.4 The algorithm prototype 21
2.5 Convergence Analysis 22

3 An efficient corrector predictor interior-point algorithm for CQO **24**
3.1 Corrector-predictor algorithm 24
3.1.1 Algorithm description 24
3.2 Algorithm analysis 27
3.2.1 The corrector step 28
3.2.2 The predictor step 29
3.2.3 Complexity analysis 34

4 Numerical tests **36**
4.1 Examples with fixed size 37
4.2 Examples with variable size 39
4.2.1 Comments 40
4.3 Algorithm Enhancement 41
4.3.1 Comments 43

Conclusion **44**

Bibliography **46**

ملخص

تهدف هذه المذكرة إلى تقديم خوارزمية جديدة من نوع "مصحح-متوقع" لأسلوب النقط الداخلية لحل مسائل الأمثلة التربيعية المحدبة. بالاعتماد على تقنية التحويل الجبري المكافئ، قمنا بتعريف مسار مركزي متحول ومعدل باستخدام الدالة $\varphi(t) = t - \sqrt{t}$. تتيح لنا هذه المقاربة اشتقاق اتجاهات بحث جديدة وفعالة من نمط نيوتن لخطوتي التوقع والتصحيح. لإثبات كفاءة وقوة الخوارزمية المقترحة، قدمنا دراسة عددية مقارنة مع خوارزمية النقط الداخلية الأولية-الثنوية التقليدية التي تعتمد على نفس اتجاه البحث، وكذلك مع طريقة النقط الداخلية الموزونة الحديثة لعام 2024، حيث أظهرت النتائج العددية أداءً ممتازاً واستقراراً للخوارزمية المقترحة.

كلمات مفتاحية: الأمثلة التربيعية المحدبة، طرق النقط الداخلية، خوارزمية المصحح-المتوقع، التحويل الجبري المكافئ، اتجاه البحث.

Abstract

This manuscript introduces a new corrector-predictor interior-point algorithm for solving convex quadratic optimization problems. Inspired by the algebraic equivalent transformation technique, we define a modified transformed central path utilizing the specific function $\varphi(t) = t - \sqrt{t}$. This approach allows us to derive efficient Newton-type search directions for both the predictor and corrector steps. To demonstrate the practical efficiency and robustness of our proposed algorithm, a comprehensive numerical comparison is conducted against the standard primal-dual interior-point method and the recent weighted primal-dual interior-point algorithm (2024). The numerical results validate the computational superior performance of the proposed method.

Keywords: Convex quadratic optimization, Interior-point methods, Corrector-predictor algorithm, Algebraic equivalent transformation, Search direction.

Résumé

Ce mémoire présente un nouvel algorithme de type correcteur-prédicteur des méthodes de points intérieurs pour la résolution des problèmes d'optimisation quadratique convexe. En se basant sur la technique de transformation algébrique équivalente, nous définissons un chemin central transformé et modifié en utilisant la fonction spécifique $\varphi(t) = t - \sqrt{t}$. Cette approche nous permet de déduire de nouvelles directions de recherche de type Newton efficaces pour les étapes de prédiction et de correction. Pour démontrer l'efficacité pratique et la robustesse de l'algorithme proposé, une étude numérique comparative est réalisée par rapport à la méthode classique primal-dual et à la méthode récente de points intérieurs avec poids (2024). Les résultats numériques confirment les performances computationnelles excellentes de la méthode proposée.

Mots-clés: Optimisation quadratique convexe, Méthodes de points intérieurs, Algorithme correcteur-prédicteur, Transformation algébrique équivalente, Direction de recherche.